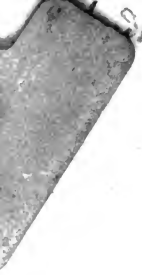
Nr. 56 ½ - 1 Lohmann



Digitized by Google

<36634976870011

<36634976870011

Bayer. Staatsbibliothek

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Neuer

# Schauplatz der Künste und Handwerke.

Mit

Berücksichtigung der neuesten Erfindungen.

Herausgegeben

von

einer Gesellschaft von Künstlern, Technologen und Professionisten.

Mit vielen Abbildungen.

**Zweihundertunddreiundzwanzigster Band.**

Lohmann, Wasser-Mahlmühlen-Bau.

---

**Weimar, 1856.**
Verlag, Druck und Lithographie von B. Fr. Voigt.

Digitized by Google

Der

# Waſſer-Mahlmühlen-Bau

oder

**Anleitung zur richtigen Conſtruction ſämmtlicher bei'm Mühlenbau vorkommenden hölzernen und eiſernen Räderwerke und Gerinne, mit beſonderer Beziehung auf die von Waſſerkraft zu betreibenden Mahlmühlen.**

Nebſt kurzgefaßter Lehre über das Meſſen der Waſſermengen in Flüſſen, Canälen und prismatiſchen Behältern.

---

Nach mechaniſchen Grundſätzen faßlich bearbeitet

von

**Adolph Lohmann**

practiſchem Müller in der Stiftsmühle zu Northeim.

---

Nebſt einem Atlas mit 137 Figuren auf 19 lithograph. Quarttafeln.

---

**Weimar, 1856.**

Verlag, Druck und Lithographie von B. Fr. Voigt.

Digitized by Google

BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS.
Bayerische
Staatsbibliothek
München

Digitized by Google

# Conspectus

der bis jetzt erschienenen 226 Bände

des

# Neuen Schauplatzes

der

# Künste und Handwerke.

**Mit Berücksichtigung der neuesten Erfindungen, herausgegeben von einer Gesellschaft von Künstlern, Technologen und Professionisten. Mit vielen Abbildungen. 1817—55.**

| | | Rthl. | Sgr. |
|---|---|---|---|
| 1r | Bd. Eupel, der vollkommene Conditor | 1 | — |
| 2r | " Thon, Kunst, Bücher zu binden | 1 | 7½ |
| 3r | " Barsuß, Optik, Katoptrik und Dioptrik | 2 | 20 |
| 4r | " Kunst des Seifensiedens und Lichtziehens | 1 | 7½ |
| 5r | " Stöckel, Tischlerkunst | 1 | 15 |
| 6r | " Vitalis, Lehrbuch der gesammten Färberei | 3 | — |
| 7r | " Wolterstorf, Brod-, ꝛc. Backerei | 1 | 22½ |
| 8r | " Schultze, Gold- und Silberarbeiter | 1 | 10 |
| 9r | " Heyder, das Ganze der Kleidermacherkunst | 1 | — |
| 10r | " Schmidt, Tapetenfabrication | — | 22½ |
| 11r | " Der Schuh- und Stiefelmacher | — | 22½ |
| 12r | " Thon, Fleischerhandwerk | 1 | — |
| 13r | " Huth, Handbuch der Kochkunst | — | 25 |
| 14r | " Thon, vollst. Anleitung zur Lackirkunst | 2 | — |
| 15r | " Thon, Drechslerkunst in ihrem ganzen Umfange | 1 | 15 |
| 16r | " Der vollkommene Parfumeur | — | 22½ |
| 17r | " Perrottet, Indig-Fabrication | — | 25 |
| 18r | " Hüttmann, Cementir-, Tüncher- u. Stuccaturarbeit | 2 | — |
| 19r | " Wölfer, Anweisung zum Treppenbau | — | 10 |
| 20r | " Schmidt, Chocoladefabricant | — | 15 |
| 21r | " Affanlt, Färberei auf Wolle, Seide ꝛc. | — | 20 |
| 22r | u. 23r Bd. Matthaen, Handbuch für Maurer. 2 Bde. | 2 | 22½ |
| 24r | Bd. Schedel, Destillirkunst | 1 | — |
| 25r | " Thon, Fabricant bunter Papiere | 1 | 7½ |
| 26r | " Matthaen, Stein- oder Dammsetzer | 1 | 10 |
| 27r | " Schulze, Bau der Reitsättel | — | 22½ |
| 28r | " Hertel, Lehre vom Kalk und Gyps | 1 | 15 |
| 29r | " Servière, Cultur, Kelterung, Behandlung ꝛc. d. Weine | — | 22½ |
| 30r | " Auch, Handbuch für Landuhrmacher | 1 | 10 |
| 31r | " Höck, Nadler, Drahtzieher | — | 15 |
| 32r | " Bennenberger, vollkommener Juwelier | — | 22½ |
| 33r | " Fontenelle, Essig- und Senfbereitung | — | 25 |
| 34r | " Schaller, wohlunterrichteter Ziegler | 1 | 7½ |
| 35r | " Thon, Wachsfabricant und Wachszieher | 1 | — |
| 36r | " Fontenelle, Oelbereitung | 1 | 7½ |
| 37r | " Wettengel, Anleitung zum Geigenbau | 2 | 15 |
| 38r | " Pilzecker, Hutmacherkunst | — | 22½ |
| 39r | " Bergmann, Stärke- ꝛc. Fabrication | 1 | — |
| 40r | " Peelet, Gebäude-, Zimmer-, u. Straßen-Erleuchtung. | 1 | 15 |
| 41r | " Leischner, vollkommene Linirkunst | — | 22½ |
| 42r | " Handbuch der Friskrkunst | — | 15 |

Digitized by Google

| | | Rthl. | Sgr. |
|---|---|---|---|
| 43r | Pescheck, das Ganze des Steindrucks | 1 | 10 |
| 44r | Hannann, Seidenbau | 1 | — |
| 45r | Der Brunnen-, Röhren-, Pumpen- u. Spritzen-Meister | 1 | 10 |
| 46r | Stratingh, Bereitung und Anwendung des Chlors | 1 | 15 |
| 47r—49r | Bd. Matthaey, Handbuch f. Zimmerleute. 3 Bde. | 5 | 15 |
| 50r Bd. | Grandpre, Handbuch der Schlosserkunst | 1 | 15 |
| 51r | Matthaey, Ofenbaumeister | 1 | 7½ |
| 52r | Matthaey, die Kunst des Bildhauers | 1 | 15 |
| 53r | Lebrun, Klempner und Lampenfabricant | 1 | 15 |
| 54r | Thon, Kupferstecher- und Holzschneidekunst | 1 | 15 |
| 55r | Thon, Lehrbuch der Reißkunst | 1 | 15 |
| 56r | Bastenaire, weißes Steingut zu machen | 2 | — |
| 57r u. 58r | Bd. Weinholz, Handb. d. Mühlenbaukunst. 2 Bde. | 4 | — |
| 59r Bd. | Leischner, Verfertigung von Papparbeiten | 1 | — |
| 60r | Thon, Anleitung, Meerschaumköpfe ꝛc. | — | 22½ |
| 61r | Matthaey, der vollkommene Dachdecker | 1 | 15 |
| 62r | Leng, Lehrbuch der Gewerbskunde | 2 | — |
| 63r | Bürck, Juwelier, Gold- und Silberarbeiter | 2 | 15 |
| 64r | Cilliax, Riemer und Sattler | 1 | 7½ |
| 65r | Beckmann, Wagner, Stellmacher u. Chaisenfabricant | 2 | — |
| 66r—71r | Bd. Verdam, Grundsätze der Werkzeugswissenschaft und Mechanik. I. Thl. 1½ Rthl. — II. Thl. 3 Rthl. — III. Thl. 2 Rthl. — IV. Thl. 1e—4e Abth. A. u. d. T.: Verdam, Dampfmaschinen zu beurtheilen und zu erbauen. 5½ Rthl. | 12 | — |
| 72r Bd. | Schmidt, Handbuch der Zuckerfabrication | 2 | 15 |
| 73r u. 74r | Bd. Lenormand, Handb. d. Papierfabrication. 2 Bde. | 5 | — |
| 75r Bd. | Schumann, durchsichtiges Porzellan anzufertigen | 1 | 15 |
| 76r | Biot, Anlegung u. Ausführ. aller Arten v. Eisenbahn. | 1 | 10 |
| 77r | Schmied, Korb- u. Strohflechtekunst u. d. Siebmacherei | 1 | — |
| 78r | Sternheim, Construction der Sonnenuhren | 1 | 15 |
| 79r | Leng, Handbuch der Glasfabrication | 2 | 20 |
| 80r u. 81r | Bd. Hartmann, Metallurgie f. Künstler. ꝛc. 2 Bde. | 3 | 10 |
| 82r Bd. | Siddon, engl. Rathgeb. z. Poliren, Beizen, Lackiren ꝛc. | 1 | 22½ |
| 83r | Greener, Gewehrfabrication | 1 | 10 |
| 84r | Leng, der Handschuhfabricant | 1 | — |
| 85r | Landrin, die Kunst des Messerschmiedes | 1 | 20 |
| 86r | Rösling, Beinschwarz-, Phosphor-, Salmiak-, ꝛc. Fabrication | 2 | — |
| 87r | Thon Staffirmalerei und Vergoldungskunst | 1 | 7½ |
| 88r | Bastenaire, Kunst, Töpferwaare zu fertigen | 1 | 7½ |
| 89r | Thon, Klavier-Saiten-Instrumente | — | 22½ |
| 90r | Barfuß, Geschichte der Uhrmacherkunst | 1 | 5 |
| 91r | Wölfer, Seilerhandwerk | — | 25 |
| 92r | Hamberger, Lustfeuerwerkerei | — | 20 |
| 93r | Ure, Handbuch der Baumwollenmanufactur | 4 | 15 |
| 94r | Wölfer, Pergamenter, Leimsieder u. Potaschenfabricant | 1 | — |
| 95r | Thon, Anleitung zum Branntweinbrennen | 1 | 20 |
| 96r | Schmidt, Grundsätze der Bierbrauerei | 1 | 22½ |
| 97r | Hartmann, Probirkunst | — | 25 |
| 98r | Janvier, Construction der Dampfschiffe | 1 | — |
| 99r | Bergmann, Mühlenbauer ꝛc. | 2 | 15 |
| 100r | Verdam, Werkzeugswissenschaft IV. Thls. Ergänzungsband | 2 | 15 |
| 101r | Höhne und Rösling, der Kupferschmied | 1 | 12½ |
| 102r | Barfuß, die Kunst des Böttchers ꝛc. | 1 | 7½ |
| 103r | Hartmann, Handbuch der Metallgießerei | 2 | 15 |
| 104r | Schmidt, Feuerzeugs-Praktikant | — | 15 |
| 105r | Reimann, Kunst des Posamentirers | 1 | 15 |
| 106r Bd. | Sennewald, Linnen- ꝛc. Weberei | 3 | 7½ |
| 107r | Thon, Holzbeizkunst | 1 | — |

Digitized by Google

| | | Rthl. | Sgr. |
|---|---|---|---|
| 109r | Wallack, Gürtler und Broncearbeiter | 1 | 15 |
| 109r | Zerrenner, Hufschmied | — | 22½ |
| 110r | Schmidt, Handbuch der gesammten Lohgerberei | 2 | — |
| 111r | Schmidt, die Lederfärbekunst | 1 | — |
| 112r | Hartmann, Brennmaterialkunde | — | 20 |
| 113r | Handbuch der Pulverfabrication | 1 | 5 |
| 114r | v. Könneritz, Schleifen der Edelsteine | 1 | — |
| 115r | Kühn, Kammmacher | — | 25 |
| 116r | Handbuch des Seidenmanufacturwesens | 2 | 20 |
| 117r | Schmidt, Farbenlaboratorium | 2 | — |
| 118r | Schmidt, Emailfarben-Fabrication | — | 22½ |
| 119r | Hoppe, Bürstenfabricant | — | 22½ |
| 120r | Scherf, Waidindigküpe | 1 | 7½ |
| 121r | Diete, Lehrbuch für Schneider | 1 | 15 |
| 122r | Hartmann u. Schmidt, Wollmanufactur | 3 | — |
| 123r | Walker, Galvanoplastik | — | 22½ |
| 124r | Hartmann, artesische Brunnen | 1 | — |
| 125r | Schmidt, Illuminirkunst | 1 | 7½ |
| 126r | Schmied, Schirmfabricant | — | 17½ |
| 127r | Flachat, Locomotivführer I. | 1 | 25 |
| 128r | Choimet, Maschinen-, Flachs- und Hanfspinnerei | 2 | 7½ |
| 129r | Alsing, Spritzenfabricant | 1 | 22½ |
| 130r | Schmidt, Kürschnerkunst | — | 25 |
| 131r | Schmidt, Büchsenmacherkunst | 1 | 7½ |
| 132r | Scherf, Kleinigkeitsfärberei | 1 | 7½ |
| 133r | Schmidt, Kunst des Vergoldens ꝛc. | — | 22½ |
| 134r | Hertel's Academie der zeichnenden Künste | 2 | 22½ |
| 135r | Schmidt's Handbuch der Baumwollenweberei | 2 | — |
| 136r | Thon, Kittkunst | — | 15 |
| 137r | — Löthkunst | — | 15 |
| 138r | Henze's Handbuch der Schriftgießerei | 1 | 15 |
| 139r | Geest, Handbuch der Kattunfabrication | — | 25 |
| 140r | Bouterean, Treppenbau | 1 | 10 |
| 141r | Geest, Baumwollfärberei | 3 | — |
| 142r | Peclet, Feuerungskunde | 3 | 10 |
| 143r | — 145r Bd. Leblanc, Maschinenbauer 1r, 2r, 3r à | 1 | 10 |
| 146r | Bd. Brongniart, Porcellanmalerei | 1 | 7½ |
| 147r | Hampel, Gemälderestauration | — | 20 |
| 148r | Hertel, Bautischler | 2 | — |
| 149r | Weinz, Fleischer- und Wurstlergeschäft | — | 25 |
| 150r | Fournel, Zimmeröfen | — | 17½ |
| 151r | Schmidt, Papiermaché | — | 12½ |
| 152r | Ritchie, Eisenbahnwesen | 1 | 15 |
| 153r | Schmidt, Bäckerhandwerk | 1 | 10 |
| 154r | Huguenet, über den Asphalt | — | 12½ |
| 155r | Ludowig, Bleiweißfabrication | — | 15 |
| 156r | Schmidt, Zusätze z. Farbenlaboratorium | — | 15 |
| 157r | Gilroy, Handbuch der Webekunst | 4 | — |
| 158r | u. 159r Bd. Grouvelle, Dampfmaschinenkunde I. u. II. | 6 | — |
| 160r | Hartmann, Führer bei'm Schürfen | 1 | 5 |
| 161r | Hartmann, Hohofen- und Hammermeister | 3 | — |
| 162r | Persoz, Zeugdruck I. | 2 | — |
| 163r | Persoz, Zeugdruck II. | 2 | — |
| 164r | Ludowig, Kartoffelbier | — | 15 |
| 165r | Schmied, Gypsfiguren | — | 10 |
| 166r | Steinmann, Luftschifffahrtskunde | 1 | 10 |
| 167r | Bd. Hartmann, mineral. Brennstoffe | 1 | 20 |
| 168r | König, Schlosserkunst | 1 | 7½ |
| 169r | Harzer, Huf- und Grobschmied | 2 | 7½ |
| 170r | Harzer, Siegellackfabrication | — | 7½ |
| 171r | Schreiber, Uhrmacherkunst | 1 | 25 |

Digitized by Google

| | | | Rthl. | Sgr. |
|---|---|---|---|---|
| 172r | • | Hay, Farbenharmonie | 1 | — |
| 173r | • | Schmidt, Formschneidekunst | — | 15 |
| 174r | • | Brandely, Electrochemie | — | 22½ |
| 175r | • | Harzer, magnet. Electrizität | 1 | — |
| 176r | • | Vollständiger Schreibmaterialist | — | 20 |
| 177r | • | Schreiber, Glasblasekunst | 1 | — |
| 178r | • | Holtzapfel, Werkzeuglehre I. | 1 | 15 |
| 179r | • | — — II. | 2 | 15 |
| 180r | • | Quekett, Mikroskopie | 2 | 15 |
| 181r | • | Hartmann, amerik. Mühlen | 2 | 20 |
| 182r | • | — Gasbeleuchtung | 1 | |
| 183r | • | Schreiber, Tabacksfabrikant | 1 | — |
| 184r | • | Hertel, Perspective od. d. Lehre von d. Projectionen | 2 | 25 |
| 185r | • | Herzberg, Handbuch der chemischen Fabrikenkunde | 2 | 20 |
| 186r | • | Hartmann, vollständ. Handbuch der Metalldreherei | 2 | 15 |
| 187r | • | Harzer, Turbinen | 1 | 10 |
| 188r | • | — Drahtzieher | 1 | 22½ |
| 189r | • | Lirante, Straßen- und Canalbau | 2 | 15 |
| 190r | • | Newth, Statik ꝛc. | — | 25 |
| 191r | • | Perini, Schweizerzuckerbäcker | 1 | 10 |
| 192r | • | Flachat, Locomotivführer II. | 1 | 25 |
| 193r | • | Smith, Färberei der Coburgs und Orleans | — | 20 |
| 194r | • | Schmidt, Kellereiwirthschaft | — | 25 |
| 195r | • | — Kerzenfabrication | 1 | 15 |
| 196r | • | Le Blanc, Maschinenbauer IV. | — | 22½ |
| 197r | • | Schmidt, Handbuch der Photographie | 1 | 10 |
| 198r | • | — Farbwaarenkunde | — | 25 |
| 199r | • | — Wachs-Industrie | 1 | — |
| 200r | • | Holtzapfel, Schleifen und Poliren | 1 | 7½ |
| 201r | • | Harzer, Gutta-Percha | — | 22½ |
| 202r | • | Kirsch, Portefeuillefabricant | 1 | 7½ |
| 203r | • | Deon, Gemälderestauration | 1 | — |
| 204r | • | Schreiber, Stubenmaler | — | 20 |
| 205r | • | Planche, Papierfabrication | 1 | 15 |
| 206r | • | Hartmann, Steinarbeiten | 1 | 15 |
| 207r | • | Matin, Staffirmaler | 1 | 20 |
| 208r | — | 211r Bd. Töpfer, Orgelbau. 4 Theile | 12 | — |
| 212r | • | Peclet, neueste Erfindungen von Feuerungsanlagen | — | 25 |
| 213r | • | Schmidt, Safflanfabrication | — | 20 |
| 214r | • | Harzer, Glockengießer | — | 25 |
| 215r | • | Schmidt, Branntweinbrennereibetrieb | 1 | 5 |
| 216r | • | Harzer, Münzkunst | 1 | 15 |
| 217r | • | Schmidt, Weißgerberei | — | 20 |
| 218r | • | Schmidt, Anwendung der Chemie auf die Photographie | 1 | 10 |
| 219r | • | Schreiber, Fabrication künstlicher Blumen | 1 | — |
| 220r | • | Franke, Handbuch der Buchdruckerkunst | 1 | 5 |
| 221r | • | Payen, Runkelrüben-Branntweindrennerei | — | 25 |
| 222r | • | Anquetil, Revolvers | — | 22½ |
| 223r | • | Lohmann, Wassermühlen | | |
| 224r | • | Burn, Dampfmaschinen | 1 | — |
| 225r | • | Diedtmann, Rothpapp- und Dampffarbendruck | — | 20 |
| 226r | • | Combes und Violet, rauchverzehrende Oefen | — | 15 |

Digitized by Google

## Ein Brief an den Verfasser.

Ich habe die Durchsicht Ihres Werkes mit Vergnügen begonnen und mit immer steigenderem Interesse verfolgt, je weiter ich darin vorschritt, je mehr ich mich überzeugte, wie scharf und gründlich und bis zu welchem Umfange Sie Alles erforscht haben, was zum gediegenen Mühlenbaumeister gehört, mit welcher Klarheit und richtigem Tact Sie das Werk für den einfachen Müller, Mühlen- und Geschirrbauer, wie auch für den Baumeister geeignet und unbestreitbar nützlich gemacht haben. Aus diesem Grunde ist das Werk für den practischen Müller im Allgemeinen denn auch nicht zu hoch, oder für den Techniker zu wenig genügend gehalten. Es findet vielmehr selbst der einfache Müller ꝛc, wenn er auch nur die Kenntnisse, welche eine gewöhnliche Elementarschule darbietet, sich einigermaßen angeeignet hat, in den zweckmäßig beigefügten Beispielen eine leicht faßliche Anleitung, sich beliebig Auskunft und Rath für sein Erfordniß zu holen; während der schon wissenschaftlich gebildetere Practiker, wie selbst die Mehrzahl der Techniker, Vieles in gedrängter practischer Weise zusammengestellt dargeboten findet, was ihm um so willkommener sein wird, als er es sonst aus vielem weitläuftigen Werken mühsam heraussuchen muß.

Nicht minder haben die mit besonders practischer Umsicht beigefügten zahlreichen Tabelen und Abbildungen einen entschiedenen Werth. Es läßt sich daher mit der vollsten Ueberzeugung behaupten, daß eine Veröffentlichung Ihres Werkes im Interesse des Practikers wie des Technikers recht sehr wünschenswerth ist und ich würde es nur höchlichst bedauern, wenn Sie davon abstehen wollten.

Clausthal, im Februar 1855.

**Schrönn,**
Königlich-hannoverscher Maschineninspector.

Digitized by Google

# Vorrede als Einleitung.

Das Erscheinen eines neuen Werkes über den Mühlenbau dürfte von Manchem um so weniger für nothwendig gehalten werden können, als eine nicht unbedeutende Anzahl bereits vorhandener den steigenden Bedürfnissen der Jetztzeit mehr oder weniger zu entsprechen scheint. Wenn nun demungeachtet ich mich erdreiste, mit dieser Arbeit hervorzutreten: so wolle Niemand meiner Leser dies Verfahren in der eigenen Ueberschätzung meiner Kräfte begründet finden, sondern in dem Wunsche, meinen Geschäftsgenossen dadurch vielleicht nützlich werden zu können, wenn ich ihnen die Resultate eines langjährigen und unverdrossenen Forschens auf dem Gebiete der Mühlenbaukunst mittheile.

Der Weg, auf welchem ich vor die Oeffentlichkeit trete, ist für mich insofern ein doppelt gefahrvoller, als ich, ein Neuling noch auf dem literarischen Felde, sogleich eine Richtung einschlage, wie sie meines Wissens vielleicht von den Wenigsten bis dahin verfolgt wurde. Je weniger aber ich zu diesem Alleinwandeln mich stark genug fühle, desto mehr muß ich die Nachsicht meiner Herren Collegen, wie etwaiger Kritiker in Anspruch nehmen.

Digitized by Google

Selbst practischer Müller gehe ich von dem Grundsatze aus, daß Jeder, der das Müllergeschäft erlernen oder betreiben will, seine practische Gewandtheit nicht aus Büchern, sondern aus dem handgreiflichen Betriebe des Geschäftes selbst sich holen muß und nur da erlangen kann; halte deßhalb auch alle hierauf sich beziehenden schriftlichen Anweisungen für zu nutzlos, daß ihnen irgend welcher Raum in einem Buche gestattet werden sollte; halte für überflüssig, weitläuftige Abhandlungen zu schreiben über Zurichten und Mahlen des Getreides; über Anfertigung einzelner, oft der unbedeutendsten, Mühlengeräthschaften und dergleichen mehr. Dieses Alles zu übergehen, finde ich mich um so mehr veranlaßt, theils weil es die Praxis besser lehrt, theils weil es in den meisten mir bekannten Werken über den Mühlenbau mit hinreichender Ausführlichkeit behandelt ist.

Anders verhält es sich mit der theoretischen Gewandtheit, die nur aus Büchern geschöpft werden kann und, mit der ersten vereinigt, zu den vortheilhaftesten u. schönsten Resultaten führt. Ich verstehe darunter die richtige Beurtheilung, Abschätzung und Ermittelung der nach den Gesetzen der Mechanik zum Umtriebe einer Maschine nöthigen oder vorhandenen Betriebskraft, nebst deren vortheilhaftester Benutzung. Wer beide Eigenschaften in sich vereinigt, erst der hat Anspruch auf den Namen eines geschickten Müllers.

Den Weg zu diesem letztgewiesenen Ziele anzubahnen, ist der Zweck vorliegender Schrift.

Um aber meine geringen Kräfte nicht zu sehr auf dem weiten Felde des ganzen Mühlenbaues sich verlieren zu sehen, habe ich nur einen kleinen Theil desselben

„den Bau der vom Wasser in Umdrehung gesetzten Mahlmühlenräder“ in den folgenden Blättern einer be-

Digitized by Google

sondern Betrachtung unterzogen und dabei mein vorzüglichstes Augenmerk auf die Berechnung der Kraftleistungen und der aus ihnen herzuleitenden zweckmäßigsten Constructionen gerichtet. Wer also eine systematisch aufgestellte Sammlung von den „neuesten Erfindungen auf dem Felde der gesammten Mühlenbaukunst“ hier vorzufinden glaubte, der hat sich freilich getäuscht. Er erblickt nur einfache und meist bekannte Gegenstände, von denen er aber erfahren soll, wie er sie zweckmäßig erbaue, um von ihnen den größtmöglichsten Nutzen zu erzielen.

Wie sehr ich indeß auch durchgängig bemühet gewesen bin, mich der größten Deutlichkeit zu befleißigen: so darf ich mir dennoch nicht verhehlen, daß viele meiner Collegen nicht immer dem Vortrage werden so folgen können, als zur vollständigen Einsicht nöthig. Diesen kann ich freilich nur den freundlichen Rath geben, den aufgestellten Lehren dennoch ihren Glauben nicht zu versagen und den zur Erläuterung gewöhnlich beigefügten Zahlenbeispielen ihre eigenen, in Frage stehenden, Fälle anzupassen. Wer auch nicht vollständig eingeweiht ist in die Elemente der Mathematik, wird hoffentlich dennoch nicht ganz unbefriedigt das Buch zur Seite legen, indem es noch Manches enthält, was, selbst bei Unkenntniß der Rechnungsarten mit gewöhnlichen und Decimalbrüchen, wie der Ausziehung der Quadrat- oder Cubikwurzel, vollkommen deutlich erscheint; Rechnungsarten, von denen man aber annehmen müßte, daß sie gewiß den Wenigsten noch unbekanut wären. Von einem andern als dem wenigstens insoweit wissenschaftlichen Stundpuncte aus den vorliegenden Stoff zu behandeln, war nicht möglich, sofern nicht der Zweck verfehlt und das Zustandekommen der ganzen Arbeit in Frage gestellt werden sollte.

Digitized by Google

Die möglichst allgemein gehaltene Lehre von der Bewegung des Wassers in Flüssen, Canälen und prismatischen Behältern mußte nothwendig vorausgehen, wenn die darauf fußenden Berechnungen über das Leistungsvermögen der Wasserräder überhaupt verständlich sein u. auch nur annähernd richtige Resultate liefern sollten. Daß dabei nicht auf die größtmöglichste Schärfe gesehen werden konnte, namentlich die Contractions-, Geschwindigkeits- und Ausflußcoefficienten nicht immer die strengste Berücksichtigung fanden, wird mir hoffentlich derjenige zu Gute halten, der die Eigenthümlichkeit meiner Stellung zwischen dem einfachen Practiker und dem reinen Theoretiker genau zu würdigen vermag.

Bei der für vorliegenden Zweck ziemlich erschöpfenden Behandlung der verticalen Wasserräder, darf die Kürze nicht befremden, in welcher die horizontalen gehalten sind. Dieses Verfahren dürfte hinreichend begründet sein, einmal in der Absicht, auf erstere von vorn herein deßhalb ein größeres Augenmerk zu richten, weil sie in überwiegender Mehrheit noch die Motoren sind, welche die Mahlmühlen in Bewegung setzen und die mathematischen Formeln zu ihrer Construction faßlicher erscheinen; das andere mal, weil die Bauart der letzteren, wenn sie richtig sein soll, streng nach den Gesetzen der Mechanik durchgeführt werden muß; dann aber Rechnungen erfordert, welche, wegen ihrer größeren Weitläuftigkeit, das dem vorliegenden Werke gesteckte Ziel weit überschreiten müßten. Ihrer in der Kürze zu erwähnen, hielt ich mich der Vollständigkeit wegen, verpflichtet.

Sämmtliche durch den Text gehende Maaßen sind hannoversche und ist dabei der Fuß 129½ pariser Linien, das Pfund dem preußischen Zollpfunde gleichgestellt.

Digitized by Google

Verdankt das vorliegende Werk allerdings mir selbst sein alleiniges Entstehen: so darf ich dennoch nicht Alles, was seine Blätter darbieten, für mein privatives Eigenthum erklären; im Gegentheil der Hülfe nicht unerwähnt lassen, die mir, in zweifelhaften Fällen, die Hydraulik von Eitelwein, die Mühlenbauwerke von Neumann und Wiebe, vor allen aber die Maschinenlehre von Weißbach gewährt haben.

Möchten endlich diese Blätter dem angehenden jungen Müller die Ueberzeugung gewähren, daß sein Geschäft, wenn es mit Umsicht und Erfolg betrieben werden soll, nicht allein gesunde und starke Glieder verlangt zur Bewältigung der Arbeiten des Mahlprocesses, sondern auch Verstand und Geschicklichkeit, die dazu nöthigen Mühlwerke selbst und zwar richtig zu construiren; möchte er damit mehr und mehr des traurigen, leider noch so tief wurzelnden und von Unwissenden genährten, Vorurtheils sich entäußern: zu dessen Betriebe keiner wissenschaftlichen Bildung zu bedürfen; dann ist der erste schöne Schritt zum Besserwerden geschehen und auch mein sehnlichster Wunsch erfüllt!

Northeim.

**Der Verfasser.**

Digitized by Google

# Inhalts-Verzeichniß.

## Erste Abtheilung.

### Vom Messen der Wassermengen in Flüssen, Canälen und prismatischen Behältern.


| | Seite |
|---|---|
| Einleitende Erklärung §. 1 | 1 |
| Die drei verschiedenen Methoden, die Wassermengen zu finden, §. 2 | 2 |
| Behandlung der ersten Meßmethode mit Ueberfallschützen §. 3 | 4 |
| Behandlung der zweiten Meßmethode mit Profilen und den verschiedenen mittleren Geschwindigkeiten §. 4 bis §. 12 | 6 |
| Ableitung weiterer Formeln für die verschiedenen Dimensionen und Wassermengen in Canälen §. 13 bis §. 14 | 8 |
| Die Gestalt der Canäle und Gerinne §. 15 | 22 |
| Die Geschwindigkeit des Wassers, nach Beschaffenheit des Bodens, §. 16 bis §. 17 | 25 |
| Besondere Formel für die Wassermenge §. 18 | 27 |
| Behandlung der dritten Meßmethode mit Spannschützen §. 19 | 28 |
| Erklärung der mittleren Druckhöhe §. 20 | 29 |
| Uebereinstimmung der Wasserausflußgeschwindigkeit mit der bei'm freien Falle der Körper, nebst Formeln §. 21 bis §. 23 | — |
| Quadratwurzel- und Geschwindigkeitstabellen für den freien Fall der Körper §. 24 | 32 |
| Hindernisse bei'm Ausfluße des Wassers aus Oeffnungen nach verschiedenen Formen §. 25 bis §. 26 | 39 |
| Die Oeffnung in e. dünnen Wand, die Verschiedenheit end. Ausflußgeschwindigk. u. Wasserm. je nach ihrer Beschaffenheit §. 27 bis 28 | 40 |
| Practische Auffindung des Geschwindigkeitscoefficienten für jede Form der Ausflußöffnung §. 29 | 24 |
| Beispiele nebst Tabelle für Ausflußmengen aus oben verschlossenen senkrechten Oeffnungen mit drei scharfen Kanten §. 30 | — |
| Desgleichen mit zwei scharfen Kanten §. 31 | 46 |
| Desgleichen mit einer scharfen Kante §. 32 | — |


Digitized by Google

Seite
Beispiele zu Wassermengen aus geneigten Oeffnungen §. 33 . 47
Form der Ausflußöffnung nach der Gestalt des zusammengezogenen Strahles, Tabelle und Beispiele §. 34 . . 48
Anwendung auf die Praxis §. 35 . . . . . 50
Weitere Entwickelung früherer Formeln m. Beispielen §. 36 bis 37 51
Tabellen für Ausflußmengen aus oben offenen Mündungen mit drei und zwei scharfen, wie nach dem Strahle abgerundeten Kanten, nebst Beispielen §. 38 . . . . 60
Zweite Methode der Wasserberechnung aus oben geschlossenen Oeffnungen §. 39 . . . . . 62
Die Oeffnung in einer kurzen Ansatzröhre mit ihrer Geschwindigkeit und Ausflußmenge §. 40 . . . . . 64
Schlußbemerkungen nebst Angabe hydraulischer Werke §. 41 67

## Zweite Abtheilung.

Von dem Bau u. der Berechnung der äußeren Räderwerke.

### A. Die verticalen Wasserräder.

Erster Abschnitt. Die unterschlächtigen Wasserräder.

Erstes Capitel. Die unterschlächtigen Wasserräder im horizontalen Gerinne.

A. Staber- und Straubräder.

Erklärungen §. 42 bis §. 43 . . . . . 71
Theoretische und praktische Formeln für das Leistungsvermögen eines Wasserrades §. 44 bis §. 45 . . . . 75
Die Rohkraft und deren Benutzung nach Procenten §. 46 bis §. 47 77
Formeln für die Umfangsgeschwindigkeit u. Leistungen mehrer hintereinander liegenden Wasserräder §. 48 bis §. 49 78
Umgehung der Formeln und Auskunftsmittel §. 50 . . 86
Berechnung der Umfangsgeschwindigkeit und der Umgänge eines jeden Rades §. 51 . . . . . 87
B. Pansterräder §. 52 bis §. 54 . . . . 88
C. Schiffmühlenräder §. 55 bis §. 56 . . . 90
Die Reibung an Wellzapfen und deren Verminderung durch Frictionsrollen §. 57 bis §. 58 . . . . . 93

Zweites Capitel. Die unterschlächtigen Wasserräder im geneigten Gerinne.

A. Staber- und Straubräder.

Einfache Leistung.

Formeln für den Effect eines Rades §. 59 . . . 99
Benennung nach Pferdekräften §. 60 . . . . 105
Formeln für die Effecte zweier oder mehrer Räder, der Vertheilung des Gefälles im Gerinne und den nöthigen Umfangsgeschwindigkeiten §. 61 bis §. 64 . . . —
Practische Anweisung zur bildlichen Darstellung der vorhinnigen Lehren §. 65 . . . . . 113

Digitized by Google

Seite

Doppelte Leistung.

Vertheilung d. Gefälles im Gerinne, wenn das 1. Rad d. Doppelte des 2. u. das 2. das Doppelte des 1. leisten soll §. 66 115
Die nöthige Wassermenge §. 67 bis §. 69 . . . 118
B. Ponceleträder §. 70 bis §. 72 . . . . 124

Zweiter Abschnitt. Die mittelschlächtigen Wasserräder.

A. Kropfräder

Erklärungen u. d. verschied. Arten d. Zuleitungsgerinne §. 73 bis 75 130
Construction der Leitschaufelschütze bei stets gleichem Oberwasserspiegel § 76 . . . . . 131
Ein kürzeres Verfahren zur Erreichung desselben Zweckes §. 77 137
Bestimmung der Umfangsgeschwindigkeit der Räder, der Strahlhöhe, der Radweite und der Schaufelzahl §. 78 bis §. 80 138
Construction der Leitschaufelschütze bei veränderlichem Oberwasserspiegel §. 81 bis §. 82 . . . . . 142
Construction der Gerinne mit Spannschützen §. 83 . . 145
Formeln für die mechanische Leistung eines Kropfrades nach Verschiedenheit der Bauart seines Gerinnes §. 84 . . —
Vergleichung der geradschaufligen, Poncelet- und Kropfräder hinsichtlich ihrer Nutzleistung § 85 . . . . 153
Kürzere practische Anleitung, den Kropfbogen eines Gerinnes zu construiren §. 86 . . . . . —
Formeln für die Vertheilung des Gefälles im Kropfgerinne mit mehren Wasserrädern bei einfacher Leistung §. 87 bis §. 90 156
Die Umfangsgeschwindigkeiten aufeinander folgender Räder §. 91 165
Die nöthige Wassermenge §. 92 bis §. 94 . . . . 166
Anwend. d. Kropfgerinneformeln auf die der Schnurgerinne §. 95 171
Bestimmung der verschied. Geschwindigkeitshöhen beliebig vieler untereinander liegenden Räder, wenn sämmtliche Kropfhöhen sich gleich bleiben, §. 96 . . . . . —
Der Effect des Wassers durch sein Gewicht ist größer, als der durch den Stoß §. 97 . . . . . 175
Formeln für die Vertheilung des Gefälles im Kropfgerinne mit mehren Wasserrädern bei doppelter Leistung §. 98 . —
Die Vertheilung des Gefälles im geneigten Schnurgerinne mit mehren Ponceletwasserrädern §. 99 . . . . . 186
Untersuchung der größeren oder geringeren Zweckmäßigkeit, ob man in horizontalen, geneigten u. Kropfgerinnen mehre Wasserräder hintereinander, oder jedes einzeln lege; wie auch vergleichende Uebersicht aller gegen einander, §. 100 bis §. 105 186
B. Gemeinmittelschlächtige Wasserräder mit Kastenzellen oder Sackräder §. 106 . . . . . 193
Die Schaufelstellung §. 107 bis 108 . . . . . —
Mechanischer Nutzeffect §. 109 . . . . . 195

Digitized by Google

Seite

Dritter Abschnitt. A. Rückenschlächtige Wasserräder.
Die Wasserzuleitung §. 110 bis §. 112 . . . . 196
Mechanischer Nutzeffect §. 113 . . . . . 199
B. Reinoberschlächtige Wasserräder
Die verschiedenen Schaufelungsmethoden §. 114 . . 200
Die Wasserzuführung §. 115 bis §. 116 . . . . 202
Leistungsformel für den Nutzeffect eines Rades §. 117 bis §. 118 204
Berechnung der Ertragsfähigkeit verschiedener Wasserräder, auf Grund ihrer Schaufelconstructionen §. 119 . . 207
Entscheidung der Frage, welche Schaufel zuerst den einstürzenden Wasserstrahl aufnehmen soll, §. 120 . . 225
Bestimmung der Schaufelzahl §. 121 . . . . 228
Vergleich der ober- und rückenschlächtigen Wasserräder, nebst der nöthigen Zapfenstärke, §. 122 . . . . 229
Einfluß der Centrifugalkraft des Wassers auf das Leistungsvermögen eines oberschlächtigen Rades §. 123 . . 233
Die nöthige Wassermenge §. 124 . . . . . 235
Zusammenhang der Durchmesser der Mühlsteine mit der Ertragsfähigkeit des Wasserrades §. 125 . . . . 237
Anordnung, wenn ein Wasserrad mehre Mahlgänge zugleich treiben soll, §. 126 . . . . . 240
Bestimmung u. Form der Lage des Wasserzuleitungsgerinnes der Schaufelzahl, der lichten Weite u. der Ertragsfähigkeit des Wasserrades, für einen besonders bestimmten Fall §. 127 241
Wiederholung aller Leistungsformeln für Wasserräder §. 128 244
Beschreibung u. Gebrauch eines Bremsdynamometers §. 129 245

## B. Die horizontalen Wasserräder.

Die Eigenthümlichkeit der Turbinen §. 130 . . . 248
Die verschiedenen Arten ihrer Bewegung durch den Stoß, Druck und die Reaction §. 131 bis §. 136 . . . —
Die Whitelaw's- oder schottische Turbine §. 137 . . 252
Die schottische Turbine, in Verbindung mit einem Stoßrade, §138 255
Die Fourneyron'sche Reactionsturbine §. 139 bis §. 140 256
Die Fontaine' u. Jonval'schen Turbinen §. 141 bis §. 143 260
Darstellung einer unter Wasser gehenden Turbine §. 144 . 263
Schwierigkeit der regelmäßigen Zuführung von Schmiere an den untern Zapfen der Turbine §. 145 . . . . —
Vergleichende Uebersicht der Vor- u. Nachtheile der Turbinen §. 146 264

### Die inneren Räderwerke.

Erstes Capitel. Einfaches Geschirr. A. Von Holz.
Bestimmung d. ersten Verhältnisse e. Räderwerkes §. 147 bis §. 148 267
Die Stärke der hölzernen Kamme, resp. Theilung, nach Maaßgabe der fortzupflanzenden Last §. 149 . . . 270
Vorläufige Bestimmung d. Theilkreishalbmessers e. Rades §. 150 274
Genaue Feststellung dieser Maaße mit Hülfe e. Tabelle §. 151 275

Digitized by Google

Seite

Längenunterschied zwischen einem Bogen und der zugehörigen Sehne §. 152 . . . . . 281
Das Zureißen d. Kammlöcher, Richtung d. Kammen u. Stöcke, wie Abrundung d. Kamme in diametraler Richtung §. 153 bis §. 155 283
Erste Abrundungsmethode der Kammköpfe nach der Cycloide und Evolvente §. 156 . . . . . 285
Zulage für ein in ein Stockgetriebe greifendes Kammrad §. 157 287
Tabelle für die Steinumgänge, nach Verhältniß ihrer Größe §. 158 289
Erklärung des Kraftkreises und Vergleich des Effectes durch ein niederes und hohes Kammrad §. 159 . . . 291

B. Von Holz und Eisen.

Stärke des eisernen Zahnes §. 160 bis §. 161 . . . 295
Zulage für e. in e. eisernes Zahngetriebe greifendes Kammr. §. 162 297
Anfertigung der Modelle zu Gußwaaren §. 163 . . 298
Befestigung des Getrieberinges an der Spindel §. 164 . 300
Construction eiserner Schienenräder, eiserner Getrieberinge und deren Stärke, nach Verhältniß der zu überwältigenden Last, §. 165 bis §. 166 . . . . . 301

Zweites Capitel. Zusammengesetztes Geschirr oder Vorgelege.

I. Liegendes Vorgelege. A. Von Holz.

Verhältniß der Umgänge, wie Kamm- und Stockzahl der Räder zu einander, §. 167 bis §. 169 . . . . . 205
Auskunftsmittel, die Zahnstärke zu finden, wenn vorläufig die Radhöhe nicht bestimmt ist, §. 170 . . . . 308
Zweite Abrundungsmethode der Kammköpfe zweier in einander greifenden Räder nach der Epicycloide §. 171 . . 311
Zulage für ein in ein Stock- oder Zahngetriebe greifendes Stirnrad §. 172 . . . . . 312
Die Willis'sche Abrundungsmethode nach Kreisbögen §. 173 . 314
Die zweckmäßigste Abrundungsmethode aller Kammköpfe nach der Evolvente §. 174 . . . . . 315
Ungefähres Größenverhältniß der verschiedenen Raddurchmesser gegen einander §. 175 . . . . . 316
Die Reibung zwischen den Zähnen der Stirnräder §. 176 . —

B. Von Holz und Eisen §. 177 . . . . . 318

II. Stehendes Vorgelege. A. Von Holz.

Vorzüge des stehenden Vorgeleges vor dem liegenden, nebst Grundregeln zur Anlage des erstern, §. 178 bis §. 179 318
Anlage bei Anfertigung des verjüngten oder conischen Räderwerkes §. 180 . . . . . 323
Abrundung der Kammköpfe in conischem Geschirre §. 181 326
Anfertigung der Kammen für conische Räder §. 182 . . 327
Anfertigung der Feldmaaße §. 183 . . . . . 328

B. Von Holz und Eisen.

Ausführliches Beispiel §. 184 . . . . . 329

Digitized by Google

Seite

Mittelweg zwischen niedrigen Mühlenbetten und hohen Kammrädern §. 185 . . . . . 334
Die Reibung zwischen den Zähnen conischer Räder §. 186 335
Die Form der stehenden Wellzapfen § 187 . . . 336

Drittes Capitel. Von der Fortpflanzung des dynamischen Effectes eines Wasserrades mittelst lederner Riemen.
Zusammenstellung der Erfahrungssätze und Principien über die Anwendung von Riemen, nebst Tabellen und Beispielen, §. 188 bis §. 190 . . . . . 339
Größere Zweckmäßigkeit, die Riemen schnell oder kreuzweise laufen zu lassen, §. 191 . . . . . 347

Viertes Capitel. Von der Construction der Hauschärfen.

Allgemeine Ansicht und specielle Classification §. 192 . 353
Die gerade Felderschärfe §. 193 bis §. 194 . . . . —
Die Construction der gewundenen Schärfe, nach der berechneten logarithmischen Spirallinie, §. 195 . . . . 354
Desgleichen auf mechanischem Wege §. 196 . . . . 358
Umänderung der reinen Spirallinie in eine den Halbmesser unter verhältnißmäßig immer kleineren Winkeln schneidenden Curve §. 197 . . . . . 360
Gewundene Schärfe nach Kreisbögen §. 198 . . . . 362
Allgemeines Anhalten bei der Auswahl von Schärfen §. 199 363

Fünftes Capitel. Von den verschiedenen Arten der Hauen.
Erklärung und Classificatoin §. 200 . . . . . 364
Die feste Haue mit festem Eisen §. 201 . . . . . 365
Die feste Haue mit losem Eisen §. 202 . . . . 367

Digitized by Google

# Erste Abtheilung.

## Von dem Messen der Wassermengen in Flüssen, Canälen und prismatischen Behältern.

---



Digitized by Google

Digitized by Google

## §. 1.

Die Hydraulik oder Hydrodynamik ist diejenige Wissenschaft, welche uns die Gesetze kennen lehrt, vermöge deren das Wasser in Canälen, Bächen, Röhrenleitungen, prismatischen Behältern u. d. m. nach seiner Geschwindigkeit, wie seiner Menge bestimmt wird. Der Methoden, diese beiden Größen festzustellen, sind mancherlei und ihrer immer mehr geworden, zu einem je höheren Grade der Vollkommenheit diese Wissenschaft im Laufe der Zeiten durch die Bemühungen der Gelehrten gediehen ist.

Wir werden uns hier nur auf den Zweig der Hydraulik beschränken, der in nächster Beziehung zum Wasser- Mahlmühlen-Bau steht und uns, bei Aufstellung der dazu nöthigen Formeln, wiederum nur solcher bedienen, die sich durch möglichste Einfachheit empfehlen.

## §. 2.

Um das Wasserquantum, das ein Bach, Fluß ꝛc. in einer gewissen Zeit liefert, zu finden, kann man

erstens, ein Ueberfallswehr anwenden;

oder, sofern die Wassermenge bedeutender ist,

zweitens, ein Profil entwerfen und die dazu gehörige mittlere Geschwindigkeit aufsuchen; oder



Digitized by Google

drittens, durch Spannschütze die Zu- und Abflußmenge bestimmen.

## §. 3.

Ist die Wassermenge eines nicht sehr starken Baches zu bestimmen: so geschieht dies vermittelst des unter I. aufgeführten Ueberfallwehres.

Dies besteht aus einem Einbau von Brettern, die rechtwinklig auf den Stromstrich eingesetzt werden und von denen das oberste, wenn zur Aufstauung des Wassers mehrere Bretthöhen nöthig sind, einen rechtwinklichen Einschnitt a b c d Fig. 1. erhält, der so tief sein muß, daß das Wasser bei dem demnächstigen Durchtritt wenigstens 4 bis 5 Zoll über dessen oberster Kante b c zu stehen kommt und zwischen diesem und den beiderseitigen Ufern noch ein Theil der Schlußwand a e oder d f von 9 bis 12 Zoll übrig bleibt. Damit aber das Wasser nach seinem Durchtritt nicht wieder zurückfließe, muß die Höhe der Kante b c über der Sohle g h des Flußbettes die Wassertiefe vor dem Schlusse etwas übersteigen. Auch hat man alle 3 Kanten a b, b c und c d möglichst abzuschärfen und vorhandene Fugen, oder nicht schließende Stellen am Boden und an den Seiten mit Werg, Lehm oder dergl. gehörig zu verstopfen. Ist dann Alles so weit gehörig angeordnet: so warte man noch so lange, bis der Wasserabfluß über die Kante b c des Ueberfalles möglichst gleichförmig geworden ist und messe dann genau die Höhe des hintern, ganz horizontalen, Wasserspiegels über der bemerkten Kante b c; wozu das Wasser in den Ecken e und f, zu beiden Seiten der Schlußwand, benutzt werden kann.

In der Oeffnung selbst die Höhe des durchfließenden Wasserstrahles zu messen, ist deßhalb unzulässig, weil sich der Wasserspiegel schon einige Fuße über derselben zu senken anfängt.

Bezeichnet man nun die Breite a d oder b c des Wandeinschnittes allgemein mit dem Buchstaben b, die

Digitized by Google

senkrechte Höhe des horizontalen Wasserspiegels über der wagerechten Abflußkante bc mit h, die Anzahl der Cubikfuße Wasser, welche in 1 Secunde durch die Oeffnung abcd strömt, mit M: so weicht man nicht zu sehr von der Richtigkeit ab, wenn man setzt

$$M = 3{,}4 \cdot b \cdot h \cdot \sqrt{h}.$$

d. h., um die in jeder Secunde durch eine solche rechtwinklige und scharfkantige Oeffnung fließende Wassermenge zu bekommen, ziehe man aus der Zahl, welche die senkrechte Höhe des oberen horizontalen Wasserspiegels über der Abflußkante im Ausschnitte in Fußen ausgedrückt, angiebt, die Quadratwurzel, multiplicire den erhaltenen Werth, einen nach dem andern, nochmals mit derselben Höhe, mit der Breite des Ausschnittes, in Fußen und mit der Zahl $3\frac{4}{10}$.

### Erstes Beispiel.

Wieviel Cubikfuß Wasser liefert ein Bach in jeder Secunde, wenn ein rechtwinklig auf seinen Stromstrich eingesetztes Brett mit einem 3 Fuß breiten Einschnitte den obern Wasserspiegel in stets gleicher Höhe von $5\frac{1}{2}$ Zoll über der Abflußkante hält?

### Auflösung.

Hier ist die Breite b = 3 Fuß, die Höhe h = $5\frac{1}{2}$ Zoll = $\frac{11}{24}$ = 0,45833 ..... Fuß; mithin die Wassermenge in einer Sec., oder

$$M = 3{,}4 \cdot 3 \cdot 0{,}45833... \sqrt{0{,}45833.....}$$
$$= 4{,}675 \cdot 0{,}677... = 3{,}165... \text{ Cubikfuß.}$$

### Zweites Beispiel.

Wieviel Wasser liefert ein ähnlicher Bach, wenn der Einschnitt des fraglichen Brettes 8 Zoll lang ist und das Wasser $7\frac{1}{2}$ Zoll hoch über demselben steht?

### Auflösung.

Es ist b = 8 Zoll = $\frac{2}{3}$ 0,6666... Fuß, h = $7\frac{1}{2}$ Zoll = $\frac{15}{24}$ = 0,625 Fuß mithin die Wassermenge pro Sec., oder

Digitized by Google

$$M = 3{,}4 \cdot 0{,}6666... \cdot 0.625 \cdot \sqrt{0{,}625}$$
$$= 1{,}4166... \; 0{,}79057... = 1{,}12.... \text{ Cubikfuß.}$$

## §. 4.

Ist der Bach schon so stark, daß die im vorigen §. gezeigte Methode, dessen Wasser zu messen, nicht mehr ausreicht: so schreiten wir zu der zweiten des §. 2, d. h., wir haben ein Profil zu entwerfen und die zugehörige mittlere Geschwindigkeit des durch dasselbe fließenden Wassers aufzusuchen.

Denkt man sich rechtwinklig quer durch den ganzen Stromstrich eine Ebene gelegt: so heißt die Figur, welche von dem Umfange des Wassers auf dieser Ebene bezeichnet werden würde, „das Profil, Querprofil oder der Querschnitt" des Wassers. Um ein solches Profil zu entwerfen, ziehe man quer über die Stelle des Baches, an der das Profil genommen werden soll und unmittelbar über dem Wasserspiegel, eine straffe Schnur oder ein Richtscheit ab Fig. 2, theile deren ganze Länge in möglichst viele, oder doch so viele Theile, als die Gestalt des vom Wasser benetzten Umfanges im Grundbette es erfordert. In Fig. 2 ist a c d e f b die Länge des benetzten Umfanges und die jedesmalige Entfernung zweier Buchstaben als ein gerader Theil des Grundbettes anzunehmen. Bringt man nun mit einem Senkblei einen nach dem andern die Puncte c d e f auf die Oberfläche a b, beziehungsweise nach k i h und g: so ist, durch Verbindung aller genannten Puncte durch gerade Linien, das Profil, mittelst Aufzeichnens nach einem beliebigen verjüngten Maßstabe, zu entwerfen.

Der Quadratinhalt eines solchen Querschnittes findet sich folgendermaßen:

Gesetzt, ak wäre 2 Fuß und kc = $1\frac{1}{2}$ Fuß
ki „ 3 „ „ id = $2\frac{1}{4}$ „
ih „ 3 „ „ he = $2\frac{1}{2}$ „
hg „ $2\frac{1}{4}$ „ „ gf = $1\frac{1}{2}$ „
gb „ 1 „ so sind die Figuren a k c und

Digitized by Google

bfg zwei rechtwinkliche Dreiecke; cdik, dehi und efgh drei Trapeze.

Nun findet man nach der Geometrie den Inhalt eines jeden Dreiecks, wenn man eine Seite als Grundlinie und die senkrechte Entfernung der Winkelspitze, die jener gegenüber liegt, als Höhe annimmt, beide Zahlenwerthe mit einander multiplicirt und von dem erhaltenen Producte die Hälfte nimmt. Man findet ferner den Flächengehalt eines Trapezes, wenn man die Länge der parallelen Seiten addirt, davon das (arithmetische) Mittel nimmt und diesen Werth mit der lothrechten Entfernung der parallelen Seiten multiplicirt. Hier nach ist der Quadratinhalt

des Dreiecks akc $= \frac{ak \cdot kc}{2} = \frac{2 \cdot 1\frac{1}{2}}{2} = 1\frac{1}{2}$ □Fuß

„ „ bfg $= \frac{bg \cdot fg}{2} = \frac{1\frac{1}{2} \cdot 1}{2} = \frac{3}{4}$ □Fuß.

des Trapezes cdik $= \frac{kc + id}{2} \cdot ki = \frac{1\frac{1}{2} + 2\frac{1}{2}}{2} \cdot 3 = 5\frac{1}{8}$ □F.

„ „ dehi $= \frac{id + he}{2} \cdot hi = \frac{2\frac{1}{2} + 2\frac{1}{2}}{2} \cdot 3 = 7\frac{1}{8}$ □F

„ „ efgh $= \frac{he + fg}{2} \cdot hg = \frac{2\frac{1}{2} + 1\frac{1}{2}}{2} \cdot 2\frac{1}{4} = 4\frac{1}{2}$ □F.

mithin der Quadratinhalt des ganzen Wasser-Profils acdefba $= 19\frac{1}{2}$ □Fuß.

## §. 5.

Haben wir mit dem gefundenen Querschnitte der ersten Bedingung genügt: so ist die zweite, um die Wassermenge zu bestimmen, die in einer gewissen Zeit durch dieses Profil geht, die mittlere Geschwindigkeit des Wassers in demselben für eben diese Zeit aufzusuchen und mit jenem zu multipliciren. Die Länge dieser Zeit wird ein für allemal zu einer Secunde festgestellt. Bezeichnen wir nun wieder die Wassermenge einer Secunde mit M Cubicfuß, die mittlere Geschwindigkeit in

Digitized by Google

einer Secunde mit c Fuß und den Querschnitt mit s Quadratfuß: so ist die Wassermenge oder

$$M = c \cdot s$$

d. h., um die durch eine Oeffnung, oder jeden beliebigen Querschnitt, fließende Wassermenge zu finden, hat man deren Flächengehalt mit der mittlern Geschwindigkeit in derselben zu multipliciren.

## §. 6.

In jedem Stromprofile giebt es dreierlei mittlere Geschwindigkeiten: die erste findet sich auf der Oberfläche des Wasserspiegels zwischen den Geschwindigkeiten des Wassers in der Nähe beider Ufer und der der Mitte des ganzen Flusses;

die zweite findet sich in der Mitte der verticalen Tiefe des Stromes;

die dritte endlich ist diejenige, welche, mit dem Querschnitte multiplicirt, die richtige Wassermenge liefert.

Letzte ist jedenfalls die richtigste; doch wollen wir auch die beiden andern auffinden lehren, da sie mitunter schon zu der gewünschten Genauigkeit ausreichen.

## §. 7.

Bei nur einiger Aufmerksamkeit wird man bei jedem fließenden Wasser sich leicht überzeugen können, daß die größte Geschwindigkeit in der Mitte des Stromspiegels Statt findet, diese aber mehr und mehr mit dem Herannahen der Ufer abnimmt.

Um nun diese Oberflächen-Geschwindigkeit zu erfahren, wähle man zu den verschiedenen Versuchen eine Stelle, wo der Graben auf eine möglichst lange Strecke in gerader Richtung und in parallelen Ufern fortläuft; senke oben, einige Fuße unter dem Anfange dieser geraden Richtung, in das Wasser einen leichten Körper von Holz, Kork, Talg und dergl. oder eine kleine mit Sand oder Hagelkörnern angefüllte gläserne Flasche oder Kugel

Digitized by Google

und bemerke sich, nach einer guten Taschenuhr, genau diesen Zeitpunct; lasse nun den Körper, ohne daß er irgendwo anstößt oder hängen bleibt, in dem abgesteckten, der Länge nach genau gemessenen, Raume, sich selbst überlassen, so lange fortfließen, bis er am Ende desselben angelangt ist, welche Zeit man wieder genau sich merkt. Aus der Zeit, die der Körper gebraucht hat, die gemessene Länge zu durchfließen, einmal in der Mitte, das anderemal in der Ufernähe des Flusses, läßt sich dann leicht dessen mittlere Oberflächen-Geschwindigkeit berechnen.

Hätte z. B. ein solcher Körper auf der Mitte des Stroms zu der Länge von 600 Fuß eine Zeit von 5 Minuten, an den Ufern zu derselben Länge $6\frac{1}{4}$ Minuten gebraucht: so ist die mittlere Geschwindigkeit des Wassers pro Sec. =

$$\frac{600}{\frac{5 + 6\frac{1}{4}}{2} \cdot 60} = \frac{600}{5\frac{5}{8} \cdot 60} = 1\frac{7}{9} \text{ Fuß.}$$

Wollen wir diese Geschwindigkeit dem ganzen Profile des § 4 angehören lassen: so würde, nach §. 5, die Wassermenge

$M = c \cdot s \cdot = 1\frac{7}{9} \cdot 19\frac{1}{2} = 34\frac{2}{3}$ Cubikfuß in jeder Secunde sein.

## §. 8.

Ein anderes Mittel, die Geschwindigkeit des Wassers an der Oberfläche zu messen, ist die Anwendung eines kleinen Blechrädchens AB, Fig. 3, dessen Untertheil B so weit in den Strahl DE eingetaucht wird, als gerade nöthig, dasselbe mit dem Wasser fortgehen zu lassen. Die Zahl der Umdrehungen dieses Rädchens AB läßt sich genau durch das Rädchen C, das durch das auf der Hauptwelle ab befindliche Schraubengewinde c in Umdrehung gesetzt wird, finden. Der eiserne Bügel adefb, zur Aufnahme beider Rädchen AB und C, wird vermittelst der

Handhabe e g frei in der richtigen Lage gehalten und die Umgänge des Rades C nach einer Uhr gezählt.

### Beispiel.

Gesetzt, das Rädchen AB hätte 6 Zoll und C 2 Zoll im Durchmesser: so ist der Umfang des ersten = 6 mal $\frac{22}{7}$ oder genauer 6 mal 3,1415926... = 18,85.... Zoll = 1,5708... Fuß und der des zweiten = 2 mal 3,1415926... = 6,2831... Zoll = 0,5236... Fuß. (Nach der Geometrie verhält sich nämlich der Durchmesser eines Kreises zu seinem Umfange, wie 7 zu 22 oder genauer wie 1 zu 3,1415926....). Die Entfernung je zweier Zähne des Rädchens C sei = 1 Linie: so ist dessen Umfang = 6,2831... mal 12 = 75,3972... Linien. Da nun das Rad AB einmal umgehen muß, ehe der Umfang von C eine Linie fortrückt: so muß natürlich das Rad AB 75,3972... mal umgehen, ehe C sich einmal um seine Axe gedreht hat.

Machte nun, bei einer angestellten Beobachtung, das Rädchen C in 1 Minute 5 Umgänge; wie schnell fließt dann der Strahl DE?

### Auflösung.

Da das Rad AB nach Obigem 75,3972... mal schneller umgeht, als C; letzteres aber 5 Umgänge pro Minute anzeigte: so muß das große Rad 5 mal 75,3972... = 379,986... Umgänge in 1 Minute gemacht haben. Bei jedem seiner Umläufe hat aber AB einen Weg von 1,5708... Fuß; also bei 379,986... Umgängen = 1,5708... mal 379,986... = 596,88... Fuß zurückgelegt; folglich ist die Umfangsgeschwindigkeit des Rades AB, oder die Schnelligkeit des Wasserstrahles DE = $\frac{596,88...}{60}$ = 9,948... oder beinahe 10 Fuß in 1 Secunde. Wir werden später Gelegenheit haben, auf kürzerem Wege aus den Um-

Digitized by Google

gängen eines, der Höhe nach bekannten, Rades seine Umfangsgeschwindigkeit abzuleiten (siehe deßhalb §. 51).

## §. 9.

Was §. 6. 2. anlangt, so haben sowohl die Erfahrung, als auch angestellte Versuche dargethan, daß die Geschwindigkeit des Wassers mehr und mehr abnimmt, je weiter man vertical abwärts von der Spiegelfläche nach dem Grundbette niedergeht.

Bezeichnet man mit c die mittlere Geschwindigkeit des Wassers an der Oberfläche „ h die dazu gehörige senkrechte Tiefe und „ v die mittlere Geschwindigkeit dieser Tiefe: so kann man, (nach Eitelwein §. 133), annehmen, daß sich die Geschwindigkeit des Wassers auf jeden Fuß Tiefe um einen Theil 0,0086 • c verringert; so daß auf die ganze Tiefe von h Fuß die Geschwindigkeit c um 0,0086 • c • h abgenommen hat und daher am Grundbette = c — 0,0086 • c • h bleibt. Aus der oberen und unteren Geschwindigkeit findet man die mittlere

$$v = \frac{c + c - 0{,}0086}{2} \cdot c \cdot h = c - 0{,}0043 \cdot ch$$

$$= (1 - 0{,}0043 \cdot h) \cdot c.$$

d. h., um in einer verticalen Tiefe von gegebener Maße die mittlere Geschwindigkeit des Wassers zu bekommen, multiplicire man die in Fußen ausgedrückte Höhe mit dem Bruche $\frac{43}{10000}$, ziehe das erhaltene Product von 1 ab und multiplicire schließlich den Rest mit der in Fußen ausgedrückten Geschwindigkeit des Wassers (pro Sec.) an der Oberfläche.

### Beispiel.

Ist auf der Oberfläche eines 6 Fuß tiefen Flusses die, nach Anleitung der §§ 7 oder 8 gefundene, mittlere Geschwindigkeit des Wassers = 5 Fuß pro Sec.: wie groß wird sie in der Mitte der senkrechten Tiefe sein?

Digitized by Google

## Auflösung.

Es ist $c = 5$ Fuß, $h = 6$ Fuß, folglich die mittlere Geschwindigkeit

$v = (1 - 0{,}0043 \cdot 6)\,5 = 0{,}9742 \cdot 5 = 4{,}871\ldots$ Fuß pro Sec.

## §. 10.

Will man durch eigene Versuche von der Abnahme der Wassergeschwindigkeit, nach der Tiefe zu, sich überzeugen: so wird dazu von Weisbach in Hülse's Maschinen-Encyclopädie folgende Anweisung gegeben:

Man nehme zwei gleich große und schwere gläserne oder messingene Hohlkugeln A und B, Fig. 4, die man, nach Erforderniß, durch kürzere oder längere Drähte D, die an beiden Enden in Haken-Form umgebogen sein müssen, um sie in entsprechende an den Kugeln angebrachte, Oesen einhängen zu können, mit einander verbindet und operirt dann auf folgende Weise:

Zuerst füllet man die eine Kugel A so mit Wasser, Schrotkörnern, Sand oder dergl., daß sie, durch Schraube oder Stöpsel fest verschlossen, im Schwimmen nur sehr wenig aus dem Wasser hervorragt und bestimmt mit ihr, nach §. 7, die mittlere Wassergeschwindigkeit an der Oberfläche. Ist ein hinreichend sicheres Resultat erreicht: so hänge man die zweite Kugel B, mittelst des gedachten Drahtes D, an erstere, entleere A und fülle mit derselben Masse die Kugel B so weit an, bis A genau so weit eintaucht, wie vorhin, als sie allein die Geschwindigkeit des Wassers an der Oberfläche bestimmte; lasse nun dies verbundene Kugel-Paar denselben Weg, den A allein durchlief, zurücklegen: so bekommt man eine zweite Geschwindigkeit, die zwischen der an der Oberfläche und der in der Tiefe, wo die zweite oder untere Kugel B schwimmt, mitteninne steht. Die Geschwindigkeit der Wasserfäden, welche sich in der Tiefe der zweiten Kugel bewegen, erhält man also, wenn man die zuletzt beobachtete Geschwindigkeit der verbundenen Kugeln doppelt

Digitized by Google

nimmt uud von der Summe die Geschwindigkeit von A an der Oberfläche abzieht. Um die Geschwindigkeit in einer noch größeren Tiefe zu erhalten, verbindet man die beiden Kugeln durch einen hiernach längeren Draht und verfährt übrigens wie vorhin.

Die Länge der verschiedenen Verbindungsdrähte wählt man am Besten so, daß die Mittelpuncte m, m der Kugeln um eine runde Zahl von Zollen oder Fußen (vielleicht 6, 8, 10, 12....) immer weiter von einander abstehen.

## Beispiel.

Gesetzt, man hätte bei 6 Fuß Tiefe eines Flusses folgende Geschwindigkeiten in Fußen pro Sec. beobachtet: an der Oberfläche mit der einfachen Kugel A..... = 1,85 Fuß bei verbundenen Kugeln A und B und einem Abstande ihrer Mittten m m

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | von 1 | Fuß | = 1,79 | Fuß |
| | | | bei einem Abstande von | 2 | Fuß | = 1,73 | „ |
| „ | „ | „ | „ | 3 | „ | = 1,67 | „ |
| „ | „ | „ | „ | 4 | „ | = 1,62 | „ |
| „ | „ | „ | „ | 5 | „ | = 1.58 | „ |
| „ | „ | „ | „ | 6 | „ | = 1,55 | „ |

so wird sein die Geschwindigkeit des Wassers

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| in 1 | Fuß | Tiefe | = 2 · | 1,79 | — | 1,85 | = 1,73 | Fuß |
| „ 2 | „ | „ | = 2 · | 1,73 | — | 1,85 | = 1,61 | „ |
| „ 3 | „ | „ | = 2 · | 1,67 | — | 1,85 | = 1,49 | „ |
| „ 4 | „ | „ | = 2 · | 1,62 | — | 1,85 | = 1,39 | „ |
| „ 5 | „ | „ | = 2 · | 1,58 | — | 1,85 | = 1,31 | „ |
| „ 6 | „ | „ | = 2 · | 1,55 | — | 1,85 | = 1,25 | „ |

Die mittlere Geschwindigkeit in dieser einen Verticallinie wäre also genau genug

$$= \frac{1{,}85 + 1{,}73 + 1{,}61 + 1{,}49 + 1{,}39 + 1{,}31 + 1.25}{7}$$

= 1,51857... Fuß pr. Sec.

Um aber die mittlere Geschwindigkeit im ganzen Fluß-Profile zu finden, muß man die Beobachtung in

Digitized by Google

verschiedenen andern Verticallinien desselben Querschnitts wiederholen und endlich aus allen das arithmetische Mittel nehmen.

## §. 11.

Um endlich die am Ende des §. 6 erwähnte (dritte) mittlere Geschwindigkeit im ganzen Stromprofile zu finden, hat man die bisher erhaltenen Lehren in folgender Weise gemeinschaftlich zu benutzen:

Man befestige quer über den Fluß, d. h. rechtwinklig auf die Richtung seiner Wasserfäden, eine Schnur oder gerades Brett AB, Fig. 5, messe in verschiedenen Entfernungen von A, als AD, AE, AF, AG und AB die dazu gehörigen Vertical-Tiefen DH, EI, FK und GL mit dem Senkblei uud bestimme zugleich, nach §. 7, die den Puncten D, E, F und G an der Oberfläche zukommenden Geschwindigkeiten: so findet sich daraus leicht, nach §. 9, die mittlere Geschwindigkeit für jeden verticalen Wasserstreifen und daraus die Wassermenge selbst.

### Beispiel.

Gesetzt, man hätte durch Messung gefunden, daß AD = 8 Fuß, DE = 16 Fuß, EF = 16 Fuß, FG = 14 Fuß, GB = 7 Fuß und die Tiefen DH = 6 Fuß, EI = 7 Fuß, FK = 8 Fuß, GL = 6,5 Fuß beträgt; daß die mittleren Geschwindigkeiten des Wassers an der Oberfläche in D = 2,6 Fuß, in E = 3 Fuß, in F = 4,3 Fuß, in G = 3,1 Fuß pro Sec. beobachtet sind: so findet sich aus diesen Daten, nach §. 9, die mittlere Geschwindigkeit für jede Tiefe folgendermaßen: Ist 1, DH = 6 Fuß = h: so ist die dazu gehörige mittlere Geschwindigkeit oder

$v = (1 - 0{,}0043 \cdot h)\, c = (1 - 0{,}0043 \cdot 6)\, 2{,}6 = 2{,}533$ F.

2, für EI = 7 F., $v = (1 - 0{,}0043 \cdot 7)\, 3 = 2{,}909$ F.

3, für FK = 8 F., $v = (1 - 0{,}0043 \cdot 8)\, 4{,}3 = 4{,}152$ F.

4, für GL = 6,5 F., $v = (1 - 0{,}0043 \cdot 6{,}5)\, 3{,}1 = 3{,}013$ F.

Digitized by Google

Theilt man alsdann die Weiten DE, EF und FG durch d, e und f je in zwei gleiche Theile und zieht die Verticallinien dh, ei und fk: so darf nur der Inhalt jeder Fläche Adh, dcih, cfik und fkB aufgesucht und mit der dazu gehörigen mittleren Geschwindigkeit multiplicirt werden: so giebt die Summe aller Producte die gesuchte Wassermenge pro Sec.

1. Das Trapezoid Adh läßt sich zerlegen:
   a) in das Dreieck ADH und
   b) in das Trapez DHhd.

Zu a. Nach §. 4 ist der Flächengehalt des Dreiecks $ADH = \frac{AD \cdot DH}{2} = \frac{8 \cdot 6}{2} = 24$ □Fuß.

Zu b. Nach demselben §. ist der Inhalt des Trapezes $DHhd = \frac{DH + dh}{2} \cdot Dd$.

Die unbekannte Länge von dh ist, weil $Dd = dE$, $= \frac{HD + EI}{2} = \frac{6 + 7}{2} = 6{,}5$ Fuß.

$Dd = \frac{DE}{2} = \frac{16}{2} = 8$ Fuß, mithin Trapez DHhd $= \frac{6 + 6{,}5}{2} \cdot 8 = 50$ □Fuß; mithin Trapezoid AdhHA $= 24 + 50 = 74$ □Fuß.

2. Das Fünfeck dcIh besteht aus den Trapezen dEIh und EcI.

Der Flächengehalt des ersten ist $= \frac{dh + EI}{2} \cdot dE$ $= \frac{6{,}5 + 7}{2} \cdot 8 = 54$ □Fuß.

Der Flächengehalt des zweiten ist $= \frac{EI + ci}{2} \cdot Ec$.

Die unbekannte Länge ci findet sich, weil $Ec = cF$, $ic = \frac{EI + FK}{2} = \frac{7 + 8}{2} = 7{,}5$ Fuß.

Digitized by Google

$Ec = \frac{EF}{2} = 8$ Fuß; mithin Trapez $EIci = \frac{7 + 7{,}5}{2} \cdot 8 = 58$ □Fuß; folglich das Fünfeck $dciIh = 54 + 58 = 112$ □Fuß.

3. Das Fünfeck $cfkKi$ zerlegt sich in die beiden Trapeze $cFKi$ und $FKkf$.

Der Flächengehalt des ersten ist $= \frac{ci + FK}{2} \cdot cF = \frac{7{,}5 + 8}{2} \cdot 8 = 62$ □Fuß.

Der Flächengehalt des zweiten ist $= \frac{FK + fk}{2} \cdot Ff$.

Die unbekannte Länge $fk$ findet sich, weil $Ff = fG$, $fk = \frac{FK + GL}{2} = \frac{8 + 6{,}5}{2} = 7{,}25$ Fuß.

$Ff = \frac{FG}{2} = 7$ Fuß; mithin Trapez $Ffk K = \frac{8 + 7{,}25}{2} \cdot 7 = 53\frac{3}{8}$ □Fuß; folglich das Fünfeck $cfkKi = 62 + 53\frac{3}{8} = 115\frac{3}{8}$ □Fuß.

4. Das Trapezoid $fBLk$ besteht aus dem Trapez $fGLk$ und dem Dreieck $BGL$.

Der Flächengehalt des ersten ist $= \frac{fk + GL}{2} \cdot fg = \frac{7\frac{1}{4} + 6\frac{1}{2}}{2} \cdot 7 = 48\frac{1}{8}$ □Fuß

Der Flächengehalt des zweiten ist $= \frac{BG \cdot GL}{2} = \frac{7 \cdot 6\frac{1}{2}}{2} = 22\frac{3}{4}$ □Fuß; folglich das Trapezoid $fBLk = 48\frac{1}{8} + 22\frac{3}{4} = 70\frac{7}{8}$ □Fuß.

Multiplicirt man nun jede dieser berechneten Quadrat-Flächen mit der obigen ihr zukommenden mittleren Geschwindigkeit $v$: so erhält man durch Zusammenstellung und spätere Addition dieser Werthe

Digitized by Google

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Trapezoid **ADdhH** = 74 □F. | multipl. mit (v) | 2,533 F. | = 187,436 | Cub.F. |
| Fünfeck **dEcilh** = 112 □F. | „ „ | 2,909 F. | = 325,986 | „ |
| Fünfeck **cFfkKi** = 115⅜ □F. | „ „ | 4,152 F. | = 479,037 | „ |
| Trapezoid **fGBLk** = 70⅞ □F. | „ „ | 3,013 F. | = 213,571 | „ |
| Also Querprofil **ABKH** = 372½ □Fuß läßt durchgehen in 1 Sec. | | | = 1206,.. | Cub.-Fuß |

## §. 12.

Der Grundsatz des §. 5, daß man den Querschnitt eines Flusses, Canals ꝛc mit seiner mittleren Geschwindigkeit zu multipliciren hat, um deren Wasserquantum für eben diese Zeit zu finden, ist eben so einfach als leicht auszuführen, solange der Querschnitt eine regelmäßige Figur und die mittlere Geschwindigkeit in demselben ohne große Schwierigkeit aufzufinden ist. Beides ist jedoch selten der Fall und wenn es gleich leichter ist, durch genaue Messungen sich ein möglichst richtiges Querprofil zu verschaffen: so ist es gewöhnlich um so schwieriger, zu einer annähernd richtigen Zahl für die mittlere Geschwindigkeit zu gelangen; welche Schwierigkeit mit der sich vergrößernden Unregelmäßigkeit des Baches, Flusses ꝛc. bedeutend wächst.

Es sind über diesen Gegenstand von vielen gelehrten Männern schon unzählige Berechnungen und Versuche angestellt; jedoch ist noch Keinem ganz gelungen, uns für alle Fälle richtige Formeln zu liefern. Solange aber Theorie und Erfahrung sich noch nicht näher stehen, bleibt uns natürlich nichts anders übrig, als die darüber vorhandenen zu benutzen und uns mit einem annähernd richtigen Resultate zu begnügen.

Das für uns letzte Mittel, die mittlere Geschwindigkeit des Wassers in einem Stromprofile aus dessen eigenen Dimensionen zu finden, ist folgendes: Nennt man bei einem Flusse, Bache, Canale ꝛc den Inhalt seines Querprofils, in Quadratfußen ausgedrückt, = s, den Umfang seiner vom Wasser benetzten Wände in Längen-Fußen = p, die Länge der Strecke, auf welcher die Beobachtung angestellt, in Fußen = l, das dieser Länge entsprechende Gefälle, in Fußen, = α

(sprich alpha), so ist, nach Eitelwein's Hydraulik §. 127, die mittlere Geschwindigkeit des Wassers in diesem Querprofile, nach hannoverschem Gemäß, oder

$$c = 93{,}988\sqrt{\left[\frac{s}{p} \cdot \frac{\alpha}{l}\right]} \text{ Fuße pr. Sec.}$$

d. h., um die mittlere Geschwindigkeit des Wassers in einem Bache, Flusse ꝛc. zu finden, multiplizire man den Flächeninhalt des Querprofils mit dem Gefälle, dividire dies Product durch das seines Umfanges mit seiner Länge, ziehe aus dem Quotienten die Quadrat-Wurzel, mit der man schließlich noch die Zahl $93\frac{988}{1000}$ multiplicirt.

### Beispiel.

Ein Bach hat auf 120 Ruthen Länge 4 Zoll Gefälle, ein Querprofil von 900 Quadratfuß und einen Umfang von 160 Fuß Länge; wie groß wird die mittlere Geschwindigkeit des Wassers in einer Secunde sein; vorausgesetzt, daß auf diese Länge Profil und Richtung des Baches unverändert bleiben?

### Auflösung.

Hier ist $l = 120$ Ruthen $= 120 \cdot 16 = 1920$ Fuß, $\alpha = 4$ Zoll $= \frac{1}{3} = 0{,}3333....$ Fuß, $s = 900$ □Fuß, $p = 160$ Fuß und deßhalb

$$c = 93{,}988\sqrt{\left[\frac{900}{160} \cdot \frac{0{,}3333}{1920}\right]} = 93{,}988 \cdot 0{,}03125$$
$$= 2{,}9371... \text{ Fuß}$$

### §. 13.

Ist das Querprofil rechtwinklig, wie z. B. bei Gerinnen der Wassermahlmühlenräder und nennt man die Höhe ab des fließenden Wasserstrahles h und dessen Breite ac = b, Fig. 6 Taf. I, so erhält man den Querschnitt $s = b \cdot h$ und den Umfang $p = b + 2h$.

Setzt man diese beiden Werthe für s und p in obige Gleichung: so erhält man

Digitized by Google

1. die mittlere Geschwindigkeit pro Sec. oder $c = 93{,}988 \sqrt{\left[\frac{b \cdot h}{b + 2h} \cdot \frac{\alpha}{l}\right]}$, daraus

2. die Breite des Profils oder Gerinnes, d. i.

$$b = \frac{h \cdot c^2}{4416{,}9 \cdot h \cdot \frac{\alpha}{l} - \frac{1}{2} c^2}$$

3. die Höhe des Profils oder Wasserstrahles:

$$h = \frac{b \cdot c^2}{8833{,}8 \cdot b \cdot \frac{\alpha}{l} - 2\, c^2}$$

4. das Gefälle für die bestimmte Länge:

$$\alpha = \frac{c^2 (b + 2h)\, l}{8833, \cdot b \cdot h.}$$ und endlich

5. Die Länge des Grabens, Gerinnes, ꝛc. d. i.

$$l = \frac{8833{,}8 \cdot b \cdot h \cdot \alpha}{c^2 (b + 2h)}$$

### 1. Beispiel.

Ein rechtwinkliches Gerinne ist 2 Fuß breit, der Wasserstrahl in demselben 6 Zoll hoch, sein Gefälle beträgt 10 Zoll auf 30 Fuß; welches ist die mittlere Geschwindigkeit des Wassers?

### Auflösung.

Es ist $b = 2$ Fuß, $h = 6$ Zoll $= 0{,}5$ Fuß, $\alpha = 10$ Zoll $= \frac{5}{6} = 0{,}8333...$ Fuß $l = 30$ Fuß; mithin nach 1. die mittlere Geschwindigkeit

$$c = 93{,}988 \sqrt{\left[\frac{2 \cdot 0{,}5}{2 + 2 \cdot 0{,}5} \cdot \frac{0{,}8333}{30}\right]} = 93{,}988 \cdot 0.096225$$

$$= 9{,}044...$$ Fuß pro Sec.

### 2. Beispiel.

Wie groß wird die Breite eines rechtwinkligen Gerinnes sein müssen, wenn das Wasser in demselben $4\frac{1}{2}$



Digitized by Google

Zoll hoch steht und bei einem Gefälle von 8 Zoll auf 15 Fuß sich in demselben mit einer mittleren Geschwindigkeit von 8 Fuß fortbewegt?

### Auflösung.

Es ist $h = 4\frac{1}{2}$ Zoll $= \frac{9}{24} = 0{,}375$ Fuß, $\alpha =$ 8 Zoll $= \frac{2}{3} = 0{,}6666...$ Fuß, $l = 15$ Fuß und $c =$ 8 Fuß; mithin nach 2. die Breite des Wasserstrahles oder Gerinnes

$$b = \frac{0{,}375 \cdot 8^2}{4416{,}9 \cdot 0{,}375 \cdot \frac{0{,}6666}{15} - \frac{1}{2} \cdot 8^2} = \frac{24}{41{,}615}$$

$= 0{,}57672$ Fuß $= 6$ Zoll 11,... Linien

### 3. Beispiel.

Welches Gefälle hat man einem Gerinne zu geben, das 14 Fuß lang ist, wenn das Wasser in demselben mit 5 Fuß mittler Geschwindigkeit, einer Breite von 1 Fuß und einer Höhe von $\frac{1}{2}$ Fuß fließen soll?

### Auflösung.

Es ist $l = 14$ Fuß, $c = 5$ Fuß, $b = 1$ Fuß, $h = 0{,}5$ Fuß, mithin, nach 4, das Gefälle

$$\alpha = \frac{5^2 \, (1 + 2 \cdot 0{,}5) \cdot 14}{8833{,}8 \cdot 1 \cdot 0{,}5} = \frac{1400}{8833{,}8} = 0{,}15848...$$

Fuß $= 1$ Zoll 10,82... Linien.

### §. 14.

Hat man die mittlere Geschwindigkeit c eines Flusses ꝛc nach der Formel des vorigen §. berechnet: so ist, nach §. 5, und in Verbindung mit den vorhin angeführten Größen, diese Wassermenge gleich der mittleren Geschwindigkeit, multiplicirt mit dem Querschnitt, oder

$$\text{I.} \quad M = c \cdot s = 93{,}988 \cdot s \sqrt{\left[\frac{s}{p} \cdot \frac{\alpha}{l}\right]}$$

Digitized by Google

oder für rechtwinklige Profile = 93,988 • b • h $\sqrt{\left[\frac{b \cdot h}{b+2h} \cdot \frac{\alpha}{I}\right]}$ und hieraus der Inhalt des Querschnitts: II. $s = \sqrt[3]{\left[\frac{M^2 \cdot p \cdot l}{8833{,}8 \cdot \alpha}\right]}$; ferner der Umfang oder die Wand des Querschnitts III. $p = \frac{8833{,}8 \cdot (b \cdot h)^3 \cdot \alpha}{M^2 \cdot l}$

Die Bestimmung der Breite und Höhe des rechtwinkligen Profils erfordert die Auflösung einer cubischen Gleichung und dürfte deßhalb füglich hier wegbleiben.

Das Gefälle IV. $\alpha = M^2 \cdot l \cdot \frac{b + 2h}{8833{,}8 \cdot b^3 \cdot h^3}$

und die dazu gehörige Länge V. $l = \frac{8833{,}8 \cdot b^3 \cdot h^3 \cdot \alpha}{(b + 2h) M^2}$

Je nachdem man es mit einem rechtwinkligen oder unregelmäßigen Querprofil zu thun hat, wähle man für s = b mal h und für p = b + 2 h, oder umgekehrt.

## Beispiel.

Wieviel Wasser liefert jede Sec. ein rechtwinkliges Mühlengerinne, das auf 30 Fuß Länge 10 Zoll Fall hat, wenn der darin fließende Wasserstrahl 22 Zoll breit und $5\frac{1}{2}$ Zoll hoch ist?

## Auflösung.

Es ist b = 22 Zoll = $1\frac{5}{6}$ = 1,8333 Fuß, h = $5\frac{1}{2}$ Zoll = $\frac{11}{24}$ = 0,45833 Fuß, $\alpha$ = 10 Zoll = $\frac{5}{6}$ = 0,8333... Fuß; l = 30 Fuß; mithin, nach I, die jede Sec. durch das Gerinne fließende Wassermenge oder

M = 93,988 • 1,8333 • 0,4583...

$\sqrt{\left[\frac{1{,}8333 \cdot 0{,}45833}{1{,}8333 + 2 \cdot 0{,}4583} \cdot \frac{0{,}8333}{30}\right]} = 78{,}976 \cdot 0{,}092128$

= 5,7794 oder beinahe $5\frac{4}{5}$ Cubikfuß.

Digitized by Google

## §. 15.

Die Gestalt, welche man einem Strom- oder Gerinne-Profile, bei unverändertem Flächeninhalte, giebt, ist nicht gleichgültig, denn das Wasser wird desto langsamer fließen, je größer der Umfang des Profils, in Bezug auf die zugehörige Fläche, ist.

Unter allen gebogenen Flächen hat die halbe Kreisfläche; unter den vierseitigen Figuren das halbe Quadrat und unter den trapezförmigen das halbe (verschobene) Sechseck den kleinsten Umfang.

Halbkreisförmige Gerinne sind indeß, wegen ihrer unbequemen Bauart, wenig oder gar nicht üblich, es sei denn aus Stein; wohl aber die quadratförmigen, die man also in der Weise zu construiren hat, daß der darin fließende Wasserstrahl noch einmal so breit als hoch ist. Das halbe Sechseck ist für alle Gräben, die durch weicheres Erdreich gehen, die empfehlenswertheste Form. Seine Construction ist folgende: man theile die Breite bc oder eh, Fig. 7 Taf. I, des rechtwinkligen Profils cbhe in sechs gleiche Theile; nehme davon drei Theile zur Höhe be = ch, zehn Theile, zur Oberbreite ad und zwei Theile zur Unterbreite fg. Der Flächengehalt des rechtwinkligen Profils bche ist = bc · ch = 6 mal 3 = 18 □; der des trapezförmigen = $be \frac{ad + fg}{2}$

= $3 \cdot \frac{10 + 2}{2} = 3 \cdot 6 = 18$ □; folglich sind beide einander gleich.

Setzt man die Höhe eines solchen rechtwinkligen Profils bche = e: so ist

seine Breite = 2 · e
sein Umfang = 4 · e
sein Inhalt = e · 2 · e = 2 $e^2$.

Für das gleichgeltende trapezförmige Profil ist

die Höhe = e
die Oberbreite = $\frac{10}{3}$ · e
die Unterbreite = $\frac{2}{3}$ · e

Digitized by Google

der Umfang $= 4 \cdot e$

der Inhalt $= \frac{e\,(\frac{10}{3}\,e + \frac{2}{3}e)}{2} = e \cdot 2e = 2e^2$

und hiernach überhaupt für dergleichen gleichgeltende Profile die mittlere Geschwindigkeit des Wassers pro Sec., oder

$$c = 93{,}988 \sqrt{\left[\frac{\left(\frac{ad + fg}{2}\right)be \cdot be}{\left(\frac{ad + fg}{2}\right)be + 2 \cdot be} \cdot \frac{\alpha}{l}\right]}$$

$$= 93{,}988 \sqrt{\left[\frac{\left(\frac{10}{3} + \frac{2}{3}\right) \cdot e \cdot e}{\left(\frac{\frac{10}{3} + \frac{2}{3}}{2}\right)e + 2e} \cdot \frac{\alpha}{l}\right]}$$

$$= 93{,}988 \sqrt{\left[\frac{2e^2}{4e} \cdot \frac{\alpha}{l}\right]} = 93{,}988 \sqrt{\left(\tfrac{1}{2}\,e \cdot \frac{\alpha}{l}\right)}$$

daraus folgt aber sogleich die Wassermenge für die Secunde, oder

$$\text{I.}\quad M = c \cdot 2e^2 = 187{,}976 \cdot e^2 \sqrt{\left(\tfrac{1}{2}\,e \cdot \frac{\alpha}{l}\right)}$$

und daraus wieder die Höhe des Wasserstrahles oder

$$\text{II.}\quad e = \sqrt{\frac{M}{2 \cdot c}} = \sqrt[5]{\left[\frac{M^2 \cdot l}{2 \cdot 93{,}988^2 \cdot \alpha}\right]}$$

$$= 0{,}14144 \sqrt[5]{\left[\frac{M^2 \cdot l}{\alpha}\right]};$$ endlich das Gefälle oder

$$\text{III.}\quad \alpha = \frac{c^2\,l}{4416{,}9 \cdot e} = 0{,}0002264 \cdot \frac{c^2 \cdot l}{e}$$

d. h. in Worten ausgedrückt: zu I. Um die Wassermenge zu bekommen, die durch ein Gerinne fließt, das nach vorhinnigen Regeln gebaut ist, multiplicire man die, in Fußen ausgedrückte, Strahlhöhe mit sich selbst und den erhaltenen Werth mit der doppelten mittleren Geschwindigkeit.

Digitized by Google

Zu II. Zur Auffindung der Strahlhöhe dividire man die Wassermenge durch die doppelte Geschwindigkeit und ziehe aus dem Quotienten die Quadratwurzel.

Zu III. Zur Auffindung des Gefälles im Gerinne multiplicire man den Bruch $\frac{2264}{10000000}$ mit dem Quadrat der Geschwindigkeit und der Länge des Gerinnes, dividire das Product durch die Strahlhöhe.

### 1. Beispiel.

In einem rechtwinkligen Gerinne sollen in jeder Secunde 6 Cubikfuß Wasser mit einer mittleren Geschwindigkeit von 8 Fuß abgeführt werden; wie müssen dessen Dimensionen beschaffen sein?

### Auflösung.

Es ist $M = 6$ Cubikfuß, $c = 8$ Fuß, mithin nach II die Höhe des Wassers im Gerinne oder

$$e = \sqrt{\frac{6}{2 \cdot 8}} = \sqrt{\frac{3}{8}} = \sqrt{0{,}375} = 0{,}6124 \text{ Fuß} =$$

7 Zoll 4,.... Linien und hieraus die Breite $b = 2 \cdot e = 1{,}2248$ Fuß $= 1$ Fuß 2 Zoll 8.... Linien

### 2. Beispiel.

Welches Gefälle hat man demselben zu geben, wenn es 31 Fuß lang werden soll?

### Auflösung.

Es ist $l = 31$ Fuß, $e = 0{,}6124$ Fuß, $c = 8$ Fuß, mithin nach III $\alpha = 0{,}0002264 \cdot \frac{8^2 \cdot 31}{0{,}6124}$ $= 0{,}0002264 \cdot 3239{,}7 = 0{,}73348$ Fuß $= 8$ Zoll 9,6... Linien.

In vorliegendem Falle fände man für ein gleichgeltendes trapezförmiges Profil, das dieselbe Wassermenge durchlassen sollte,

Digitized by Google

die Oberbreite des Grabens $= 1\frac{1}{3} \cdot e = 1\frac{1}{3} \cdot 0{,}6124 = 2{,}0413$ Fuß $= 2$ Fuß 7 Linien dessen Unterbreite $= \frac{2}{3}\, e = \frac{2}{3} \cdot 0{,}6124 = 0{,}4082$ Fuß $= 4$ Zoll 5 Linien.

### 3. Beispiel.

Es soll ein Canal gegraben werden, der auf 120 Ruthen Länge, 4 Zoll Gefälle hat und in jeder Secunde 1526 Cubikfuß Wasser abführen soll; wie müssen die Abmessungen seines Querprofils beschaffen sein, damit es die vortheilhafteste Gestalt erhalte und zugleich die wenigste Erde auszugraben sei?

### Auflösung.

Den gemachten Anforderungen entspricht am Vollkommensten das halbe Sechseck und es ist $M = 1526$ Cubikfuß, $l = 120 \cdot 16 = 1920$ Fuß, $\alpha = 4$ Zoll $= \frac{1}{3} = 0{,}3333\ldots$ Fuß und deßhalb nach II die senkrechte Tiefe des Canals oder der Wasserhöhe

$$e = 0{,}14144 \sqrt[5]{\left[\frac{1526^2 \cdot 1920}{0{,}3333}\right]} = 15 \text{ Fuß};$$ danach wird

die Oberbreite des Canals $= 1\frac{1}{3} \cdot e = 1\frac{1}{3} \cdot 15 = 50$ Fuß und dessen Unterbreite $= \frac{2}{3} \cdot e = \frac{2}{3} \cdot 15 = 10$ Fuß.

### §. 16.

Die Geschwindigkeit des Wassers in einem Canale darf weder zu groß, noch zu klein sein, weil im ersten Falle das Bette nicht hinreichenden Widerstand leistet und außerdem zu viel Gefälle verloren geht, was der Maschine entzogen wird; im zweiten Falle, weil sich das Bett sonst leicht versandet oder verschlämmt. Aus letzterm Grunde darf die mittlere Geschwindigkeit nicht unter $\frac{3}{4}$ Fuß pro Sec. herabsinken, wo Schlamm-Absatz und nicht unter $1\frac{1}{4}$ Fuß, wo ein Absetzen von Sand zu befürchten ist. Was aber die größte Geschwindigkeit des Wassers in Canälen anlangt: so hängt diese von der

Digitized by Google

Beschaffenheit des Bettes ab und damit dieses nicht angegriffen werde, darf die mittlere Wassergeschwindigkeit im ganzen Profile nicht überschreiten
die Geschwindigkeit von 2 Fuß pro Sec. bei kiesigem Boden,
von 4 Fuß pro Sec. bei grobsteinigem Boden,
von 5 Fuß pro Sec. bei schieferartigem Boden,
von 6 F. pro Sec. bei einem Boden von geschichtetem Gestein,
von 10 Fuß pro Sec. bei hartem und ungeschichtetem Gestein.

Hiernach hat man in den Formeln IV des §. 13 und III des §. 15 zur Berechnung des Gefälles $\alpha$ für die Geschwindigkeit c aus vorstehenden Zahlen diejenigen zu wählen, die der Bodengattung entspricht, durch welche der Canal geführt wird.

### Beispiel.

Welches Gefälle hat man einem 1450 Fuß durch Kiesgrund zu führenden Graben zu geben, der jede Sec. 12 Cubikfuß Wasser liefern soll, und welches werden seine vortheilhaftesten Dimensionen sein?

### Auflösung.

Wir geben dem Graben-Profile die Gestalt des in §. 15 Fig. 7 abgebildeten halben Sechsecks; dann ist $M = 12$ Cubikfuß, $c = 2$ Fuß und die Höhe des in demselben fließenden Wassers nach II des vorigen §. oder

$$e = \sqrt{\frac{M}{2 \cdot c}} = \sqrt{\frac{12}{2 \cdot 2}} = \sqrt{3} = 1{,}732 \text{ Fuß} = 1$$

F. 8 Zoll 9 Linien und danach die Oberbreite $= \frac{10}{3} \cdot e = \frac{10}{3} \cdot 1{,}732 = 5{,}7733$ Fuß $= 5$ Fuß 9 Zoll 3 Linien, die Unterbreite $= \frac{2}{3} \cdot e = \frac{2}{3} \cdot 1{,}732 = 1{,}1546$ Fuß $= 1$ Fuß 1 Zoll 10 Linien, der benetzte Umfang $= 4 \cdot e = 4 \cdot 1{,}732 = 6{,}924$ Fuß $= 6$ Fuß 11 Zoll und endlich der Inhalt des Wasserprofils $= 2e^2 = 2 \cdot (1{,}732)^2 = 6$ □Fuß also nach III des vorigen §. das nöthige Gefälle oder

Digitized by Google

$$\alpha = \frac{c^2 \cdot l}{4416{,}9 \cdot e} = 0{,}0002264 \cdot \frac{2^2 . 1450}{1{,}732} = 0{,}75816$$

Fuß = 9 Zoll 1 Linie.

Um uns von der Richtigkeit der geführten Rechnung zu überzeugen, setzen wir in die Gleichung des vorigen §. für $\alpha$ den eben gefundenen Werth, dann ist die mittlere Geschwindigkeit des Wassers im Profile, oder

$$c = 93{,}988 \sqrt{\left[\tfrac{1}{2} \cdot e \cdot \frac{\alpha}{l}\right]} = 93{,}988 \sqrt{\left[\frac{1{,}732}{2} \cdot \frac{0{,}75816}{1450}\right]}$$

$= 93{,}988 \cdot 0{,}021272 = 2{,}0\ldots.$ Fuß; also genau wie vorhin.

Dieses $c = 2$ Fuß, multiplicirt mit $2\ c^2 = 6$ □Fuß giebt 12 Cubikfuß = M.

## §. 17.

Den Abzugsgräben giebt man ein größeres Gefälle als den Aufschlagsgräben, um eine größere Geschwindigkeit zu erzeugen und das Wasser, nachdem es gewirkt, schneller von der Umtriebsmaschine zu entfernen. Man giebt ersterem wohl ein Gefälle von 0,001 bis 0,002, d. h. auf 1000 Fuß Länge 1 bis 2 Fuß; letzterem 0,00025 bis 0,0005, oder auf 100,000 Fuß 25 bis 50 F. d. i. auf 4000 Fuß Länge 1 bis 2 Fuß Fall und somit den Abzugsgräben ein viermal größeres Gefälle, als bei den Zuleitungs-Canälen.

## §. 18.

Nennen wir, wie immer, den Inhalt des Querschnitts eines Baches, Flusses, Canales ꝛc. = s und ein leichter Körper durchlaufe auf seiner Oberfläche in t Secunden l Fuß: so rechtfertigt, nach Prony, die Erfahrung für die in dem Flusse in jeder Secunde fließende Wassermenge folgenden Ausdruck

$$M = 0{,}8 \cdot \frac{s \cdot l}{t}$$

d. h., um die in jeder Secunde durch den Querschnitt eines Stromes fließende Wassermenge zu erhalten, mul-

Digitized by Google

tiplicire man diesen Querschnitt mit der Länge der beobachteten Strecke und dem Bruche $\frac{8}{10}$ und dividire das erhaltene Product durch die Anzahl der Secunden, welche ein leichter Körper gebraucht hat, die angegebene Länge zu durchschwimmen.

### Beispiel.

Der Strahl in einem Gerinne sei 5 Zoll hoch, 22½ Zoll breit; das Gerinne selbst 30½ Fuß lang; die Zeit, in der ein leichter Körper diese ganze Länge durchfließt, sei = 3½ Secunden; wieviel Wasser fließt durch?

### Auflösung.

Es ist 5 Zoll = 0,4166... Fuß, 22½ Zoll = 1,875 Fuß; mithin der Querschnitt des Strahles oder s = 0,4166... mal 1,875 = 0,78124 □Fuß; außerdem ist l = 30,5 Fuß und t = 3,5 Sec.; mithin die Wassermenge

$$M = 0{,}8 \cdot \frac{0{,}78124 \cdot 30{,}5}{3{,}5} = 5{,}4463\ldots \text{ Cubikfuß.}$$

### §. 19.

Nachdem die beiden ersten in §. 2 angegebenen Methoden, die Wassermenge eines Flusses zu finden, soweit es der Zweck dieser Blätter zuläßt, zur Genüge erörtert, kommen wir jetzt zur dritten und letzten: zu der durch

### Spannschütze.

Gestattet es nur einigermaßen die Gestalt des Flußbettes: so ist das Verfahren durch ein Schütz das Wasser bis zu einer gewissen Höhe aufzustauen und durch ein solches, bei stets gleicher Druckhöhe, in der Art abfließen zu lassen, daß soviel zu- als abfließt, gewiß eins der sichersten Mittel, die Wassermenge zu erfahren; vorausgesetzt, daß außer dieser einen, genau meßbaren, Schützöffnung keine sonstige andere vorhanden sind. Das auf solche Weise entstandene, mehr oder weniger große, Bas-

Digitized by Google

sin vor dem Schütze ist man berechtigt, als ein Wassergefäß von gleichem Zu- und Abfluß und deßhalb von stets gleicher Standhöhe mit stillstehendem Wasserspiegel anzusehen.

## §. 20.

Die lothrechte Entfernung des obersten Wasserspiegels bis zur Mitte, oder eigentlich dem Schwerpuncte einer horizontalen oder verticalen Oeffnung heißt die mittlere Druckhöhe. Die aus einer solchen Schützöffnung in einer gewissen Zeit — einer Secunde — abfließende Wassermenge ergiebt sich, wie früher, durch Multiplication des Querschnitts dieser Oeffnung mit der jener Zeit zukommenden Geschwindigkeit, oder, mit Beibehaltung der Bezeichnungsmethode des §. 5,

$$M = s \cdot c.$$

Da aber der Querschnitt einer Oeffnung einfach aus dem Producte der Länge und Breite besteht: so wird es nur darauf ankommen, das Verhältniß ausfindig zu machen, in welchem jede Ausfluß-Geschwindigkeit zu der ihr zugehörigen Druckhöhe steht.

## §. 21.

Die Erfahrung hat endlich den vielfach bestrittenen Grundsatz bestätigt, daß die Geschwindigkeiten der aus einer horizontalen oder verticalen Oeffnung ausfließenden Wassermenge und, sobald die Ausflußöffnungen gleich groß sind, auch die Wassermengen, sich verhalten, wie die Quadratwurzeln aus den ihnen zugehörigen Druckhöhen; d. h., hätte man ein prismatisches Gefäß mit Wasser gefüllt und einmal in seinem wagerechten Boden eine Ausflußöffnung angebracht, über deren Schwerpunct der Oberwasserspiegel zu verschiedenen Malen in einer Höhe von 16, 9, 4 ꝛc Fußen stände; ein ander Mal in einer der lothrechten Seitenwände des Gefäßes zwei, drei oder mehre gleich große Ausflußöffnungen über einander, von denen die Mitte der ersten 16 Fuß, der zweiten 9 Fuß, der dritten 4 Fuß ꝛc. unter dem Wasserspiegel

Digitized by Google

läge: so werden — für beide Fälle — die Ausflußgeschwindigkeiten in den Oeffnungen sich verhalten, wie die Quadratwurzeln aus den verschiedenen Druckhöhen; oder wie $\sqrt{16}$ zu $\sqrt{9}$ zu $\sqrt{4}$ = wie 4 zu 3 zu 2. Sind endlich sämmtliche Ausflußöffnungen gleich groß: so verhalten sich auch die Wassermengen zu einander, wie 4 zu 3 zu 2. Hieraus folgt ferner allgemein „daß die Wassermengen, welche in einer gewissen Zeit aus zwei verschiedenen Gefäßen und Ausflußöffnungen abfließen, sich zu einander verhalten, wie die jedesmaligen Querschnitte der letztern, multiplicirt mit den Wurzeln aus ihren zugehörigen Druckhöhen."

## §. 22.

Da bei dem freien Falle der Körper die von denselben mit gleichförmig beschleunigter Bewegung durchlaufenen Räume sich wie die Quadrate der dazu gebrauchten Zeiten, oder wie die Quadrate der am Ende der Zeiten erlangten Geschwindigkeiten verhalten; bei der Bewegung des Wassers durch eine Oeffnung die Geschwindigkeiten desselben sich wie die Quadratwurzeln aus den zugehörigen Druckhöhen verhalten: so sieht man sogleich eine gewisse Uebereinstimmung zwischen beiden und ist berechtigt, für eine ganz freie und ungehinderte Bewegung des Wassers eben die Gesetze wie bei'm freien Fall der Körper in Anspruch zu nehmen.

## §. 23.

Setzt man die Höhe, von der ein (beliebiger) Körper frei herunterfällt = h, die Zeit seines Falles = t, die am Ende dieser Zeit erlangte Geschwindigkeit = c, den (luftleer gedachten) Raum, den ein Körper nahe an der Erdoberfläche in der ersten Secunde durchfällt, = g = 16,813... hannover'sche Fuß: so ist, nach Eitelwein § 15,

$$I \cdot h = \frac{c \cdot t}{2} = g t^2 = \frac{c^2}{4 \cdot g}$$

$= 16{,}813 \cdot t^2 = \frac{c^2}{4 \cdot 16{,}813} = c^2 \cdot \frac{1}{67{,}252}$

$= c^2 \cdot 0{,}01487$ und deßhalb auch

II. $c^2 = 4 \cdot g \cdot h$ oder $c = \sqrt{4 \cdot gh}$

$= \sqrt{4 \cdot g} \cdot \sqrt{h} = \sqrt{4 \cdot 16{,}813} \cdot \sqrt{h} = \sqrt{67{,}252} \cdot \sqrt{h} = 8{,}2 \sqrt{h}$ .

d. h. man findet erstens die Fallhöhe eines Körpers, Wasserstrahles und dergl. m., wenn man entweder das Product der Endgeschwindigkeit und der dazu nöthigen Zeit halbirt; oder die Zahl 16,813 (g) mit dem Quadrate der Zeit multiplicirt; oder, wenn man das Quadrat der Endgeschwindigkeit durch das Vierfache der Zahl 16,813 dividirt;

man findet zweitens die Geschwindigkeit, die ein Körper am Ende seines Falles erreicht hat, wenn man das Vierfache der Zahl 16,813 mit der Fallhöhe multiplicirt und aus dem Producte die Quadratwurzel zieht; oder wenn man aus der Fallhöhe die Wurzel zieht und mit $8\frac{2}{10}$ multiplicirt.

### 1. Beispiel.

Wie tief ist eine Grube, oder der Wasserspiegel eines Brunnens wenn ein hinein geworfener Stein $3\frac{1}{2}$ Secunde brauchte, um den Boden zu erreichen, oder im zweiten Falle den Wasserspiegel?

### Auflösung.

Es ist $t = 3\frac{1}{2}$ Secunden; folglich nach I. die Fallhöhe oder

$h = g \cdot t^2 = 16{,}813 \cdot (3\frac{1}{2})^2 = 16{,}813 \cdot 12{,}25 = 205{,}96$ hann. Fuße.

### 2. Beispiel.

Welche Geschwindigkeit wird ein Wasserstrahl erlangt haben, der $2\frac{1}{4}$ Fuß frei herabgefallen ist?

Digitized by Google

Auflösung.

Es ist h = 2,25 Fuß; mithin nach II die Endgeschwindigkeit des Strahles oder

$$c = \sqrt{4 \cdot g \cdot h} = 8{,}2 \sqrt{h} = 8{,}2 \sqrt{2{,}25} = 8{,}2 \cdot 1{,}5 = 12{,}3 \text{ Fuß}.$$

3. Beispiel.

Welche Druckhöhe ist nöthig, um einem Wasserstrahle eine Endgeschwindigkeit von 10 Fuß zu geben?

Auflösung

Es ist c = 10 Fuß; folglich nach I. die nöthige Fallhöhe oder

$$h = \frac{c^2}{4g} = c^2 \cdot 0{,}01487 = 10^2 \cdot 0{,}01487 = 1{,}487 \text{ Fuß}$$

§. 24.

Denjenigen meiner Leser, die in der Ausziehung der Quadratwurzel weniger geübt sind und deßhalb eine Erleichterung bei'm Rechnen gern fürlieb nehmen, werden nachfolgende zwei Tabellen nicht unerwünscht sein, von denen die erste die Quadratwurzeln enthält aus den Zahlen von $\frac{1}{12}$ bis 16,813, als Potenzen fortschreitend in Zwischenräumen von $\frac{1}{12} = 0{,}08333$ und die zweite: die den ebenso großen Fallhöhen entsprechenden Endgeschwindigkeiten.

Digitized by Google

# II. Tabelle.

| Potenz | Wurzel. | Potenz | Wurzel |
|---|---|---|---|
| $\frac{1}{12}$=0,0833... | 0,2887... | $2\frac{0}{12}$=2,8333... | 1,6832... |
| $\frac{2}{12}$=0,1666 | 0,4082 | $2\frac{1}{12}$=2,9166 | 1,7078 |
| $\frac{3}{12}$=0,2500 | 0,5000 | 2 =3,0000 | 1,7320 |
| $\frac{4}{12}$=0,3333 | 0,5773 | $3\frac{1}{12}$=3,0833 | 1,7559 |
| $\frac{5}{12}$=0,4166 | 0,6441 | $3\frac{2}{12}$=3,1666 | 1,7795 |
| $\frac{6}{12}$=0,5000 | 0,7071 | $3\frac{3}{12}$=3,2500 | 1,8028 |
| $\frac{7}{12}$=0,5833 | 0,7637 | $3\frac{4}{12}$=3,3333 | 1,8257 |
| $\frac{8}{12}$=0,6666 | 0,8165 | $3\frac{5}{12}$=3,4166 | 1,8484 |
| $\frac{9}{12}$=0,7500 | 0,8660 | $3\frac{6}{12}$=3,5000 | 1,8708 |
| $\frac{10}{12}$=0,8333 | 0,9128 | $3\frac{7}{12}$=3,5833 | 1,8929 |
| $\frac{11}{12}$=0,9166 | 0,9574 | $3\frac{8}{12}$=3,6666 | 1,9148 |
| 1 =1,0000 | 1,0000 | $3\frac{9}{12}$=3,7500 | 1,9365 |
| $1\frac{1}{12}$=1,0833 | 1,0408 | $3\frac{10}{12}$=3 8333 | 1,9579 |
| $1\frac{2}{12}$=1,1666 | 1,0801 | $3\frac{11}{12}$=3,9166 | 1,9791 |
| $1\frac{3}{12}$=1,2500 | 1,1180 | 4 =4,0000 | 2,0000 |
| $1\frac{4}{12}$=1,3333 | 1,1547 | $4\frac{1}{12}$=4,0833 | 2,0207 |
| $1\frac{5}{12}$=1,4166 | 1,1902 | $4\frac{2}{12}$=4,1666 | 2,0412 |
| $1\frac{6}{12}$=1,5000 | 1,2474 | $4\frac{3}{12}$=4,2500 | 2,0615 |
| $1\frac{7}{12}$=1,5833 | 1,2583 | $4\frac{4}{12}$=4,3333 | 2,0817 |
| $1\frac{8}{12}$=1,6666 | 1,2910 | $4\frac{5}{12}$=4,4166 | 2,1016 |
| $1\frac{9}{12}$=1,7500 | 1,3229 | $4\frac{6}{12}$=4,5000 | 2,1213 |
| $1\frac{10}{12}$=1,8333 | 1,3540 | $4\frac{7}{12}$=4,5833 | 2,1408 |
| $1\frac{11}{12}$=1,9166 | 1,3844 | $4\frac{8}{12}$=4,6666 | 2,1603 |
| 2 =2,0000 | 1,4142 | $4\frac{9}{12}$=4,7500 | 2,1794 |
| $2\frac{1}{12}$=2,0833 | 1,4434 | $4\frac{10}{12}$=4,8333 | 2,1985 |
| $2\frac{2}{12}$=2,1666 | 1,4719 | $4\frac{11}{12}$=4,9166 | 2,2174 |
| $2\frac{3}{12}$=2,2500 | 1,5000 | 5 =5,0000 | 2,2360 |
| $2\frac{4}{12}$=2,3333 | 1,5275 | $5\frac{1}{12}$=5,0833 | 2,2546 |
| $2\frac{5}{12}$=2,4166 | 1,5545 | $5\frac{2}{12}$=5,1666 | 2,2730 |
| $2\frac{6}{12}$=2,5000 | 1,5811 | $5\frac{3}{12}$=5,2500 | 2,2913 |
| $2\frac{7}{12}$=2,5833 | 1,6073 | $5\frac{4}{12}$=5,3333 | 2,3094 |
| $2\frac{8}{12}$=2,6666 | 1,6330 | $5\frac{5}{12}$=5,4166 | 2,3274 |
| $2\frac{9}{12}$=2,7500 | 1,6583 | $5\frac{6}{12}$=5,5000 | 2,3452 |



Digitized by Google

| Potenz | Wurzel | Potenz | Wurzel |
|---|---|---|---|
| $5\frac{7}{12}$=5,5833 | 2,3629... | $8\frac{6}{12}$= 8,5000... | 2,9155... |
| $5\frac{8}{12}$=5,6666 | 2,3805 | $8\frac{7}{12}$= 8,5833 | 2,9297 |
| $5\frac{9}{12}$=5,7500 | 2,3979 | $8\frac{8}{12}$= 8,6666 | 2,9439 |
| $5\frac{10}{12}$=5,8333 | 2,4152 | $8\frac{9}{12}$= 8,7500 | 2,9611 |
| $5\frac{11}{12}$=5,9166 | 2,4324 | $8\frac{10}{12}$= 8,8333 | 2,9721 |
| 6 =6,0000 | 2,4495 | $8\frac{11}{12}$= 89166 | 2,9861 |
| $6\frac{1}{12}$=6,0833 | 2,4664 | 9 = 9,0000 | 3,0000 |
| $6\frac{2}{12}$=6,1666 | 2,4833 | $9\frac{1}{12}$= 9,0833 | 3,0138 |
| $6\frac{3}{12}$=6 2500 | 2,5000 | $9\frac{2}{12}$= 9,1666 | 3,0276 |
| $6\frac{4}{12}$=6,3333 | 2,5166 | $9\frac{3}{12}$= 9,2500 | 3,0414 |
| $6\frac{5}{12}$=6,4166 | 2,5331 | $9\frac{4}{12}$= 9,3333 | 3,0551 |
| $6\frac{6}{12}$=6,5000 | 2,5495 | $9\frac{5}{12}$= 6,4166 | 3,0686 |
| $6\frac{7}{12}$=6,5833 | 2,5658 | $9\frac{6}{12}$= 9,5000 | 3,0804 |
| $6\frac{8}{12}$=6,6666 | 2,5820 | $9\frac{7}{12}$= 9,5833 | 3,0957 |
| $6\frac{9}{12}$=6,7500 | 2,5981 | $9\frac{8}{12}$= 9,6666 | 3,1091 |
| $6\frac{10}{12}$=6,8333 | 2,6141 | $9\frac{9}{12}$= 9,7500 | 3,1225 |
| $6\frac{11}{12}$=6,9166 | 2,6299 | $9\frac{10}{12}$= 9,8333 | 3,1358 |
| 7 =7,0000 | 2,6457 | $9\frac{11}{12}$= 9,9166 | 3,1491 |
| $7\frac{1}{12}$=7,0833 | 2,6614 | 10 =10,0000 | 3,1623 |
| $7\frac{2}{12}$=7,1666 | 2,6771 | $10\frac{1}{12}$=10,0833 | 3,1754 |
| $7\frac{3}{12}$=7,2500 | 2,6926 | $10\frac{2}{12}$=10,1666 | 3,1885 |
| $7\frac{4}{12}$=7,3333 | 2,7080 | $10\frac{3}{12}$=10,2500 | 3,2015 |
| $7\frac{5}{12}$=7,4166 | 2,7233 | $10\frac{4}{12}$=10,3333 | 3,2145 |
| $7\frac{6}{12}$=7,5000 | 2,7386 | $10\frac{5}{12}$=10,4166 | 3,2274 |
| $7\frac{7}{12}$=7,5833 | 2,7538 | $10\frac{6}{12}$=10,5000 | 3 2407 |
| $7\frac{8}{12}$=7,6666 | 2,7688 | $10\frac{7}{12}$=10,5833 | 3,2532 |
| $7\frac{9}{12}$=7,7500 | 2,7839 | $10\frac{8}{12}$=10,6666 | 3,2660 |
| $7\frac{10}{12}$=7,8333 | 2,7988 | $10\frac{9}{12}$=10,7500 | 3,2787 |
| $7\frac{11}{12}$=7,9166 | 2,8136 | $10\frac{10}{12}$=10,8333 | 3,2914 |
| 8 =8,0000 | 2,8284 | $10\frac{11}{12}$=10,9166 | 3,3040 |
| $8\frac{1}{12}$=8,0833 | 2,8431 | 11 =11,0000 | 3,3166 |
| $8\frac{2}{12}$=8,1666 | 2,8577 | $11\frac{1}{12}$=11,0833 | 3,3292 |
| $8\frac{3}{12}$=8,2500 | 2,8723 | $11\frac{2}{12}$=11,1666 | 3,3416 |
| $8\frac{4}{12}$=8,3333 | 2 8867 | $11\frac{3}{12}$=11,2500 | 3,3541 |
| $8\frac{5}{12}$=8,4166 | 2 9011 | $11\frac{4}{12}$=11,3333 | 3,3665 |

Digitized by Google

| Potenz | Wurzel | Potenz | Wurzel |
|---|---|---|---|
| $11\frac{5}{12}$ = 11,4166... | 3,3788... | $14\frac{4}{12}$ = 14,3333.. | 3,7859 |
| $11\frac{6}{12}$ = 11,5000 | 3,3912 | $14\frac{5}{12}$ = 14,4166 | 3,7969 |
| $11\frac{7}{12}$ = 11,5833 | 3,4034 | $14\frac{6}{12}$ = 14,5000 | 3,8079 |
| $11\frac{8}{12}$ = 11,6666 | 3,4156 | $14\frac{7}{12}$ = 14,5833 | 3,8188 |
| $11\frac{9}{12}$ = 11,7500 | 3,4278 | $14\frac{8}{12}$ = 14,6666 | 3,8297 |
| $11\frac{10}{12}$ = 11,8333 | 3,4399 | $14\frac{9}{12}$ = 14,7500 | 3,8406 |
| $11\frac{11}{12}$ = 11,9166 | 3,4520 | $14\frac{10}{12}$ = 14,8333 | 3,8514 |
| 12 = 12,0000 | 3,4641 | $14\frac{11}{12}$ = 14,9166 | 3,8622 |
| $12\frac{1}{12}$ = 12,0833 | 3,4761 | 15 = 15,0000 | 3,8729 |
| $12\frac{2}{12}$ = 12,1666 | 3,4880 | $15\frac{1}{12}$ = 15,0833 | 3,8837 |
| $12\frac{3}{12}$ = 12,2500 | 3,5000 | $15\frac{2}{12}$ = 15,1666 | 3,8944 |
| $12\frac{4}{12}$ = 12,3333 | 3,5119 | $15\frac{3}{12}$ = 15,2500 | 3,9051 |
| $12\frac{5}{12}$ = 12,4166 | 3,5238 | $15\frac{4}{12}$ = 15,3333 | 3,9157 |
| $12\frac{6}{12}$ = 12,5000 | 3,5355 | $15\frac{5}{12}$ = 15,4166 | 3,9264 |
| $12\frac{7}{12}$ = 12,5833 | 3,5473 | $15\frac{6}{12}$ = 15,5000 | 3,9370 |
| $12\frac{8}{12}$ = 12,6666 | 3,5590 | $15\frac{7}{12}$ = 15,5833 | 3,9476 |
| $12\frac{9}{12}$ = 12,7500 | 3,5707 | $15\frac{8}{12}$ = 15,6666 | 3,9581 |
| $12\frac{10}{12}$ = 12,8333 | 3,5823 | $15\frac{9}{12}$ = 15,7500 | 3,9686 |
| $12\frac{11}{12}$ = 12,9166 | 3,5940 | $15\frac{10}{12}$ = 15,8333 | 3,9791 |
| 13 = 13,0000 | 3,6055 | $15\frac{11}{12}$ = 15,9166 | 3,9896 |
| $13\frac{1}{12}$ = 13,0833 | 3,6171 | 16 = 16,0000 | 4,0000 |
| $13\frac{2}{12}$ = 13,1666 | 3,6286 | $16\frac{1}{12}$ = 16,0833 | 4,0104 |
| $13\frac{3}{12}$ = 13,2500 | 3,6401 | $16\frac{2}{12}$ = 16,1666 | 4,0207 |
| $13\frac{4}{12}$ = 13,3333 | 3,6541 | $16\frac{3}{12}$ = 16,2500 | 4,0311 |
| $13\frac{5}{12}$ = 13,4166 | 3,6629 | $16\frac{4}{12}$ = 16,3333 | 4,0414 |
| $13\frac{6}{12}$ = 13,5000 | 3,6742 | $16\frac{5}{12}$ = 16,4166 | 4,0517 |
| $13\frac{7}{12}$ = 13,5833 | 3,6856 | $16\frac{6}{12}$ = 16,5000 | 4,0620 |
| $13\frac{8}{12}$ = 13,6666 | 3,6969 | $16\frac{7}{12}$ = 16,5833 | 4,0723 |
| $13\frac{9}{12}$ = 13,7500 | 3,7081 | $16\frac{8}{12}$ = 16,6666 | 4,0825 |
| $13\frac{10}{12}$ = 13,8333 | 3,7193 | $16\frac{9}{12}$ = 16,7500 | 4,0927 |
| $13\frac{11}{12}$ = 13,9166 | 3,7305 | g = 16,8130 | 4,1009 |
| 14 = 14,0000 | 3,7416 | | |
| $14\frac{1}{12}$ = 14,0833 | 3,7528 | | |
| $14\frac{2}{12}$ = 14,1666 | 3,7639 | | |
| $14\frac{3}{12}$ = 14,2500 | 3,7749 | | |



Digitized by Google

# III. Tabelle.

| Fallhöhe in Fußen = h | Entsprech. Endgeschwindigk. c $= \sqrt{4 \cdot gh}$ | Fallhöhe h | Endgeschwindigkeit c |
|---|---|---|---|
| $\frac{1}{12}$=0,0833F. | 2,3671 F. | $2\frac{10}{12}$=2,8333 | 13,8000 |
| $\frac{2}{12}$=0,1666 | 3,3476 | $2\frac{11}{12}$=2,9166 | 14,0040 |
| $\frac{3}{12}$=0,2500 | 4,1000 | 3 =3,0000 | 14,2000 |
| $\frac{4}{12}$=0,3333 | 4,7342 | $3\frac{1}{12}$=3,0833 | 14,3983 |
| $\frac{5}{12}$=0,4166 | 5,2814 | $3\frac{2}{12}$=3,1666 | 14,5919 |
| $\frac{6}{12}$=0,5000 | 5,7982 | $3\frac{3}{12}$=3,2500 | 14,7828 |
| $\frac{7}{12}$=0,5833 | 6,2628 | $3\frac{4}{12}$=3,3333 | 14,9710 |
| $\frac{8}{12}$=0,6666 | 6,6952 | $3\frac{5}{12}$=3,4166 | 15,1570 |
| $\frac{9}{12}$=0,7500 | 7,1012 | $3\frac{6}{12}$=3,5000 | 15,3400 |
| $\frac{10}{12}$=0,8333 | 7,4855 | $3\frac{7}{12}$=3,5833 | 15,5223 |
| $\frac{11}{12}$=0,9166 | 7,8508 | $3\frac{8}{12}$=3,6666 | 15,7000 |
| 1 =1,0000 | 8,2000 | $3\frac{9}{12}$=3,7500 | 15,8793 |
| $1\frac{1}{12}$=1,0833 | 8,5348 | $3\frac{10}{12}$=3,8333 | 16,0547 |
| $1\frac{2}{12}$=1,1666 | 8,8562 | $3\frac{11}{12}$=3,9166 | 16,2283 |
| $1\frac{3}{12}$=1,2500 | 9,1676 | 4 =4,0000 | 16,4000 |
| $1\frac{4}{12}$=1,3333 | 9,4685 | $4\frac{1}{12}$=4,0833 | 16,5699 |
| $1\frac{5}{12}$=1,4166 | 9,7599 | $4\frac{2}{12}$=4,1666 | 16,7381 |
| $1\frac{6}{12}$=1,5000 | 10,2287 | $4\frac{3}{12}$=4,2500 | 16,9047 |
| $1\frac{7}{12}$=1,5833 | 10,3180 | $4\frac{4}{12}$=4,3333 | 17,0697 |
| $1\frac{8}{12}$=1,6666 | 10,5861 | $4\frac{5}{12}$=4,4166 | 17,2329 |
| $1\frac{9}{12}$=1,7500 | 10,8476 | $4\frac{6}{12}$=4,5000 | 17,3948 |
| $1\frac{10}{12}$=1,8333 | 11,1028 | $4\frac{7}{12}$=4,5833 | 17,5551 |
| $1\frac{11}{12}$=1,9166 | 11,2523 | $4\frac{8}{12}$=4,6666 | 17,7140 |
| 2 =2,0000 | 11,5965 | $4\frac{9}{12}$=4,7500 | 17,8715 |
| $2\frac{1}{12}$=2,0833 | 11,8356 | $4\frac{10}{12}$=4,8333 | 18,0275 |
| $2\frac{2}{12}$=2,1666 | 12,0700 | $4\frac{11}{12}$=4,9166 | 18,1823 |
| $2\frac{3}{12}$=2,2500 | 12,3000 | 5 =5,0000 | 18,3352 |
| $2\frac{4}{12}$=2,3333 | 12,5256 | $5\frac{1}{12}$=5,0833 | 18,4878 |
| $2\frac{5}{12}$=2,4166 | 12,7474 | $5\frac{2}{12}$=5,1666 | 18,6388 |
| $2\frac{6}{12}$=2,5000 | 12,9653 | $5\frac{3}{12}$=5,2500 | 18,7885 |
| $2\frac{7}{12}$=2 5833 | 13,1796 | $5\frac{4}{12}$=5,3333 | 18,9370 |
| $2\frac{8}{12}$=2,6666 | 13,3900 | $5\frac{5}{12}$=5,4166 | 19,0844 |
| $2\frac{9}{12}$=2,7500 | 13,5981 | $5\frac{6}{12}$=5,5000 | 19,2300 |

Digitized by Google

| Fallhöhe in Fußen = h | Entsprech. Endgeschwindigk c = $\sqrt{4 . g . h}$ | Fallhöhe h | Endgeschwindigkeit c |
|---|---|---|---|
| $5\frac{7}{12}$ = 5,5833 | 19,3757 | $8\frac{5}{12}$ = 8.4166 | 23,7891 |
| $5\frac{8}{12}$ = 5,6666 | 19,5198 | $8\frac{6}{12}$ = 8,5000 | 23,9069 |
| $5\frac{9}{12}$ = 5,7500 | 19,6628 | $8\frac{7}{12}$ = 8,5833 | 24,0238 |
| $5\frac{10}{12}$ = 5,8333 | 19,8048 | $8\frac{8}{12}$ = 8,6666 | 24,1400 |
| $5\frac{11}{12}$ = 5,9166 | 19,9458 | $8\frac{9}{12}$ = 8,7500 | 24,2810 |
| 6 = 6,0000 | 20,0859 | $8\frac{10}{12}$ = 8,8333 | 24,3712 |
| $6\frac{1}{12}$ = 6,0833 | 20,2248 | $8\frac{11}{12}$ = 8,9166 | 24,4860 |
| $6\frac{2}{12}$ = 6,1666 | 20,3629 | 9 = 9,0000 | 24,6000 |
| $6\frac{3}{12}$ = 6,2500 | 20,5000 | $9\frac{1}{12}$ = 9,0833 | 24,7136 |
| $6\frac{4}{12}$ = 6,3333 | 20,6362 | $9\frac{2}{12}$ = 9,1666 | 24,8267 |
| $6\frac{5}{12}$ = 6,4166 | 20 7715 | $9\frac{3}{12}$ = 9,2500 | 24,9395 |
| $6\frac{6}{12}$ = 6,5000 | 20,9059 | $9\frac{4}{12}$ = 9,3333 | 25,0514 |
| $6\frac{7}{12}$ = 6,5833 | 21,0395 | $9\frac{5}{12}$ = 9,4166 | 25,1630 |
| $6\frac{8}{12}$ = 6,6666 | 21,1723 | $9\frac{6}{12}$ = 9,5000 | 25,2595 |
| $6\frac{9}{12}$ = 6.7500 | 21,3044 | $9\frac{7}{12}$ = 9,5833 | 25,3847 |
| $6\frac{10}{12}$ = 6,8333 | 21,4353 | $9\frac{8}{12}$ = 9,6666 | 25,4948 |
| $6\frac{11}{12}$ = 6,9166 | 21,5656 | $9\frac{9}{12}$ = 9,7500 | 25,6045 |
| 7 = 7,0000 | 21,6951 | $9\frac{10}{12}$ = 9,8333 | 25,7136 |
| $7\frac{1}{12}$ = 7,0833 | 21,8239 | $9\frac{11}{12}$ = 9,9166 | 25,8224 |
| $7\frac{2}{12}$ = 7,1666 | 21,9519 | 10 = 10,0000 | 25,9310 |
| $7\frac{3}{12}$ = 7,2500 | 22,0791 | $10\frac{1}{12}$ = 10,0833 | 26,0384 |
| $7\frac{4}{12}$ = 7,3333 | 22,2057 | $10\frac{2}{12}$ = 10,1666 | 26,1457 |
| $7\frac{5}{12}$ = 7,4166 | 22,3315 | $10\frac{3}{12}$ = 10,2500 | 26,2530 |
| $7\frac{6}{12}$ = 7,5000 | 22,4566 | $10\frac{4}{12}$ = 10,3333 | 26,3592 |
| $7\frac{7}{12}$ = 7,5833 | 22,4810 | $10\frac{5}{12}$ = 10,4166 | 26,4650 |
| $7\frac{8}{12}$ = 7,6666 | 22,7047 | $10\frac{6}{12}$ = 10,5000 | 26,5710 |
| $7\frac{9}{12}$ = 7,7500 | 22,8280 | $10\frac{7}{12}$ = 10,5833 | 26,6762 |
| $7\frac{10}{12}$ = 7,8333 | 22,9500 | $10\frac{8}{12}$ = 10,6666 | 26,7810 |
| $7\frac{11}{12}$ = 7,9166 | 23,0720 | $10\frac{9}{12}$ = 10,7500 | 26,8855 |
| 8 = 8,0000 | 23,1931 | $10\frac{10}{12}$ = 10 8333 | 26,9890 |
| $8\frac{1}{12}$ = 8,0833 | 23,3136 | $10\frac{11}{12}$ = 10,9166 | 27,0917 |
| $8\frac{2}{12}$ = 8,1666 | 23,4335 | 11 = 11,0000 | 27,1963 |
| $8\frac{3}{12}$ = 8,2500 | 23,5527 | $11\frac{1}{12}$ = 11,0833 | 27,2990 |
| $8\frac{4}{12}$ = 8,3333 | 23,6713 | $11\frac{2}{12}$ = 11,1666 | 27,4015 |

Digitized by Google

| Fallhöhe in Fußen = h | Entsprech. Endgeschwindigk. c = $\sqrt{4 . g . h}$ | Fallhöhe h | Endgschwindigkeit c |
|---|---|---|---|
| $11\frac{3}{12}$ = 11,2500 | 27,5036 | $14\frac{1}{12}$ = 14,0833 | 30,7728 |
| $11\frac{4}{12}$ = 11,3333 | 27,6053 | $14\frac{2}{12}$ = 14,1666 | 30,8636 |
| $11\frac{5}{12}$ = 11,4166 | 27,7065 | $14\frac{3}{12}$ = 14,2500 | 30,9543 |
| $11\frac{6}{12}$ = 11,5000 | 27,8075 | $14\frac{4}{12}$ = 14,3333 | 31,0447 |
| $11\frac{7}{12}$ = 11,5833 | 27,9081 | $14\frac{5}{12}$ = 14,4166 | 31,1347 |
| $11\frac{8}{12}$ = 11,6666 | 28 0082 | $14\frac{6}{12}$ = 14,5000 | 31,2247 |
| $11\frac{9}{12}$ = 11,7500 | 28,1082 | $14\frac{7}{12}$ = 14,5833 | 31,3142 |
| $11\frac{10}{12}$ = 11 8333 | 28,2076 | $14\frac{8}{12}$ = 14,6666 | 31,4035 |
| $11\frac{11}{12}$ = 11,9166 | 28,3067 | $14\frac{9}{12}$ = 14,7500 | 31,4927 |
| 12 = 12,0000 | 28,4056 | $14\frac{10}{12}$ = 14,8333 | 31,5815 |
| $12\frac{1}{12}$ = 12,0833 | 28,5040 | $14\frac{11}{12}$ = 14,9166 | 31,6700 |
| $12\frac{2}{12}$ = 12,1666 | 28,6021 | 15 = 15,0000 | 31,7584 |
| $12\frac{3}{12}$ = 12,2500 | 28,7000 | $15\frac{1}{12}$ = 15,0833 | 31,8465 |
| $12\frac{4}{12}$ = 12,3333 | 28,7974 | $15\frac{2}{12}$ = 15,1666 | 31,9343 |
| $12\frac{5}{12}$ = 12,4166 | 28,8945 | $15\frac{3}{12}$ = 15,2500 | 32,0220 |
| $12\frac{6}{12}$ = 12,5000 | 28,9913 | $15\frac{4}{12}$ = 15,3333 | 32,1094 |
| $12\frac{7}{12}$ = 12,5833 | 29,0880 | $15\frac{5}{12}$ = 15 4166 | 32,1965 |
| $12\frac{8}{12}$ = 12,6666 | 29,1840 | $15\frac{6}{12}$ = 15,5000 | 32,2834 |
| $12\frac{9}{12}$ = 12,7500 | 29,2798 | $15\frac{7}{12}$ = 15,5833 | 32,3700 |
| $12\frac{10}{12}$ = 12,8333 | 29,3751 | $15\frac{8}{12}$ = 15,6666 | 32,4565 |
| $12\frac{11}{12}$ = 12,9166 | 29,4705 | $15\frac{9}{12}$ = 15,7500 | 32,5427 |
| 13 = 13,0000 | 29,5654 | $15\frac{10}{12}$ = 15,8333 | 32,6287 |
| $13\frac{1}{12}$ = 13,0833 | 29,6600 | $15\frac{11}{12}$ = 15,9166 | 32,7144 |
| $13\frac{2}{12}$ = 13,1666 | 29,7544 | 16 = 16,0000 | 32,8000 |
| $13\frac{3}{12}$ = 13,2500 | 29,8484 | $16\frac{1}{12}$ = 16,0833 | 32,8660 |
| $13\frac{4}{12}$ = 13,3333 | 30,9421 | $16\frac{2}{12}$ = 16,1666 | 32,9703 |
| $13\frac{5}{12}$ = 13,4166 | 30,0355 | $16\frac{3}{12}$ = 16,2500 | 33,0500 |
| $13\frac{6}{12}$ = 13,5000 | 30,1287 | $16\frac{4}{12}$ = 16,3333 | 33,1399 |
| $13\frac{7}{12}$ = 13,5833 | 30,2215 | $16\frac{5}{12}$ = 16,4166 | 33,1860 |
| $13\frac{8}{12}$ = 13,6666 | 30,3141 | $16\frac{6}{12}$ = 16,5000 | 33,3085 |
| $13\frac{9}{12}$ = 13,7500 | 30,4064 | $16\frac{7}{12}$ = 16,5833 | 33,3925 |
| $13\frac{10}{12}$ = 13,8333 | 30,4984 | $16\frac{8}{12}$ = 16,6666 | 33,4763 |
| $13\frac{11}{12}$ = 13,9166 | 30,5900 | $16\frac{9}{12}$ = 16,7500 | 33,5600 |
| 14 = 14,0000 | 30,6816 | g = 16,8130 | 33,6280 |

Digitized by Google

Letzte Zahl der zweiten Tabelle c = 33,628 drückt also die Größe der Geschwindigkeit aus, die ein freifallender Körper am Ende der ersten Secunde erlangt hat; wie auch die größtmöglichste Höhe einer Wassersäule, z. B. in einer Pumpenröhre, der die atmosphärische Luft das Gleichgewicht zu halten vermag.

## §. 25.

Man würde nun die einer Fallhöhe entsprechende Endgeschwindigkeit in ihrer ganzen Größe auch bei den Wassergeschwindigkeiten in jeder Ausflußöffnung gebrauchen können, wenn nicht hier verschiedene Umstände auf deren Verminderung einwirkten. Indem nämlich ein Wasserstrahl durch eine Oeffnung geht, müssen seine den Wänden nächste Fäden nicht allein von denselben sich losreißen; sondern es tritt auch schon vor ihrem Eintritt in die eigentliche Ausflußöffnung ein Ablenken derselben von ihrer anfänglichen Richtung, nach der Oeffnung zu, ein. Sowohl durch diese Ablenkung von der Bahn, als durch das Losreißen der Wasserfäden entsteht eine, in Fig. 8 (Taf. I) dargestellte, Zusammenziehung und damit zugleich ein Verzögern des Wasserstrahles, somit eine verminderte Ausflußgeschwindigkeit, also auch eine verminderte ausfließende Wassermenge. Beide werden um so bedeutender, je unvortheilhafter die Oeffnung a b geformt ist. Man muß deßhalb obigen Ausdruck für die (hypothetische) Endgeschwindigkeit $c = \sqrt{4 \cdot g \cdot h}$ noch mit einem Bruche, einem Coëfficienten, multipliciren, den uns, nach Verschiedenheit der Gestalt der Ausflußöffnung, die Erfahrung verschiedenartig angegeben hat, um die wirkliche Ausflußgeschwindigkeit nnd Wassermenge zu erhalten.

## §. 26.

Nach dem vorigen §. hängt also von der Form der Ausflußöffnung sowohl die Geschwindigkeit des ausflie-

Digitized by Google

ßenden Wassers, als auch seine Menge wesentlich ab und haben wir, in Bezug auf Mühlengerinne, vorzugsweise folgende Gestalten in's Auge zu fassen:

A. Die Oeffnung in einer dünnen Wand.
B. Die Oeffnung nach der Gestalt des zusammengezogenen Strahles
C. Die Oeffnung in einer kurzen Ansatzröhre.

Wir wollen mit möglichster Kürze das Wichtigste aus diesen drei Positionen in den folgenden §. §. zusammenfassen.

Zu A. Die Oeffnung in einer dünnen Wand.

## §. 27.

Unter einer dünnen Wand versteht man nicht allein jede Wand von der Dicke einiger Linien, sondern auch jede andere von mehren Zollen, ja Fußen, wenn sie nur, wie in Fig. 9 (Taf. I), dem in der Richtung des eingezeichneten Pfeiles eintretenden Wasserstrahle scharfe Kanten a und b entgegenstellt; oder, wenn die Wände, wie in Fig. 10 (Taf. I), in c und d scharf sind und nach e und f so weit zurückspringen, daß sie von dem durchtretenden Wasserstrahle nicht berührt werden. Die erste, in Fig. 9 (Taf. I), bezeichnete, Gestalt pflegt, vielleicht mit sehr wenigen Ausnahmen, als bis jetzt bei allen Mühlen noch übliche beibehalten zu sein, wie sehr man auch gute Gründe haben sollte, von dieser, wie später bewiesen, fehlerhaften Methode abzugehen und die in §. 34 beschriebene, in §. 35 ausgeführte, anzuwenden.

## §. 28.

Mit Bezugnahme auf das in §. 25 über die Zusammenziehung des Wasserstrahls, seine verminderte Ausflußgeschwindigkeit und kleinere Ausflußmenge Gesagte, haben wir jetzt diese Verhältnisse in wirklichen Zahlen darzustellen.

Digitized by Google

1. Um die wirkliche Geschwindigkeit eines, bei senkrechtem Schützenstande, durch eine dünne Wand ausströmenden Wasserstrahles zu finden, hat man die der jedesmaligen Druckhöhe h entsprechende (hypothetische, in der II. Tabelle des §. 24 dargestellte) Endgeschwindigkeit c mit dem Bruche 0,96 zu multipliciren. Diesen Bruch ($\frac{96}{100}$) nennt man den Geschwindigkeits-Coëfficienten und bezeichnet ihn mit dem (griechischen) Buchstaben φ (sprich fih).

2. Um die wirkliche Ausflußmenge zu bekommen, hat man das Product aus der der jedesmaligen Druckhöhe h entsprechenden (hypothetischen) Endgeschwindigkeit c und dem Querschnitte s der vollen Mündung, mit dem Bruche 0,62 zu multipliciren; wenn, wie dies bei Mühlengerinnen wohl immer der Fall ist, der Anfang des Gerinnebodens mit dem Grundbaume und dem Vorheerde in gleicher Höhe liegt; also die Zusammenziehung des Wasserstrahles unten wegfällt, an den beiden Seiten und oben aber bleibt. Der jedesmalige Bruch $\frac{62}{100}$ mit welchem die hypothetische Wassermenge multiplicirt werden muß, um die wirkliche zu bekommen, wird der Ausfluß-Coëfficient genannt und mit μ (sprich mih) bezeichnet. Hiernach ist $M = \mu \cdot c \cdot s$.

3. Für den Fall, daß nur von zwei Seiten der ausströmende Wasserstrahl sich zusammenzieht, hat mau die hypothetische Ausflußmenge mit dem Bruche 0,64 zu multipliciren, um die wirkliche zu bekommen.

4. Findet die Zusammenziehung des Strahles nur an einer Seite Statt, so ist die wirkliche Ausflußmenge = 0,75 oder $\frac{3}{4}$ von der hypothetischen.

5. Ist das Geschütz unter 45 Grad (also einem halben Rechten) gegen den Horizont geneigt und die Zusammenziehung des Strahles findet nur von einer Seite Statt, so ist die wirklich ausfließende Wassermenge der 0,80 oder der $\frac{4}{5}$ Theil der hypothetischen und die Ausflußgeschwindigkeit circa 0,97 der hypothetischen.

Digitized by Google

6. Die wirkliche Ausflußmenge ist = 0,74 der hypothetischen, wenn das Geschütz eine Neigung von 60 bis 64 Grad hat.

## §. 29.

Das in §. 8 Fig. 3 (Taf. I) beschriebene Blechrädchen kann auch dazu dienen, den Geschwindigkeitscoefficienten $\varphi$ des Wasserstrahles für jede Ausflußöffnung zu finden. Gesetzt, der durch ein Spannschütz mit drei unvollkommen gebrochenen Kanten der Mündung gehende Wasserstrahl benutze bis an die untere Kante des angezogenen Geschützes einen Druck von 4 Fuß, so ist dessen hypothetische Ausflußgeschwindigkeit, nach der II. Tabelle des §. 24, oder $c = \sqrt{4 \cdot g \cdot h} = 8{,}2\sqrt{4} = 16{,}4$ Fuß. Die mit genanntem Rädchen angestellten Versuche ergeben 6 Umdrehungen des Rades C in 1 Minute; wonach, zufolge der besondern Einrichtung des Rädchens, die Umfangsgeschwindigkeit des großen Rades AB, Fig. 3 (Taf. 1), oder vielmehr die Geschwindigkeit des aus der Schützöffnung fließenden Wasserstrahles in 1 Sec. = 12 Fuß beträgt; also einen Geschwindigkeits-Coefficienten $\varphi = \frac{12}{16{,}4} = 0{,}73$ bedingt.

## §. 30.

Zur größeren Deutlichkeit des in §. 28 Gesagten wollen wir Beispiele für jeden besondern Fall berechnen.

Erstens, wenn das Geschütz senkrecht steht und der Strahl von drei Seiten zusammengezogen wird.

### Erstes Beispiel.

Ein Mühlengerinne ist 4 Fuß 3 Zoll breit, das Geschütz 6 Zoll gehoben, das Oberwasser steht 3 Fuß 9 Zoll über dem Grundbaume; wie viel Wasser wird in jeder Secunde durchfließen und mit welcher Geschwindigkeit?

Digitized by Google

## Auflösung.

Wir erhalten bekanntlich die pro Sec. ausfließende Wassermenge, indem wir den Querschnitt der Ausflußöffnung mit der mittleren Geschwindigkeit des Wassers in derselben multipliciren, oder, nach bekannter Bezeichnung,

$$M = s \cdot c.$$

Nun ist aber der Querschnitt ein Product aus der Breite und Höhe der Schützöffnung; die Breite werde mit b, die Hubhöhe mit e bezeichnet, dann ist $s = b \cdot e$ = $4\frac{1}{4}$ Fuß mal $\frac{1}{2}$ Fuß = $2\frac{1}{8}$ = 2,125 □Fuß.

Nach §. 20 ist die mittlere Druckhöhe h = der senkrechten Entfernung des Oberwasserspiegels von der Mitte der Ausflußöffnung, also für vorliegenden Fall, h = $3\frac{3}{4}$ Fuß weniger der Hälfte der Geschützhubhöhe, oder h = $3\frac{3}{4} - \frac{1}{4} = 3\frac{1}{2}$ Fuß. Die dieser Fallhöhe entsprechende Endgeschwindigkeit c ist, nach der II. Tabelle des §. 24, = 15,34 Fuß und deßhalb die hypothetische Ausflußmenge, d. i.

$M = s \cdot c = 2{,}125 \cdot 15{,}34 = 32{,}6$ Cubikfuß pro Sec.

Um aber die richtige Wassermenge zu bekommen, haben wir, weil die Zusammenziehung des Strahles von drei Seiten Statt findet, nach §. 28, 2, diesen Werth mit $\mu = 0{,}62$ zu multipliciren, wonach also wird

$M = 0{,}62 \cdot 32{,}6 = 20{,}21$ Cubikfuß pro Sec.

Die Geschwindigkeit des aus dieser Oeffnung strömenden Wasserstrahles anlangend, ist dieselbe, nach §. 28, 1, $= \varphi \cdot = 0{,}96 \cdot 15{,}34 = 14{,}73$ Fuß pro Secunde.

## Zweites Beispiel.

Vor einer Schützöffnung von $1\frac{1}{2}$ Fuß Breite stehen $2\frac{1}{4}$ Fuß Standwasser, mit welcher Geschwindigkeit wird, bei 3 Zoll Hubhöhe, das Wasser ausströmen und wieviel Cubikfuß dieselbe jede Secunde liefern, wenn am Boden des Gerinnes keine Contraction Statt findet?

Digitized by Google

### Auflösung.

Es ist die Mündungsbreite $b = 1{,}5$ Fuß, deren Höhe $e = 3$ Zoll $= 0{,}25$ Fuß, das Standwasser $= 2{,}25$ Fuß, also die Druckhöhe $h = 2{,}25 - \frac{0{,}25}{2} = 2{,}125$ Fuß und daher die hypothetische Ausflußgeschwindigkeit $= \sqrt{4 \cdot g \cdot h} = 8{,}2\sqrt{2{,}125}$, oder, weil $2{,}125 = 2\frac{1}{8} = 2\frac{1\frac{1}{2}'}{12}$ nach der II. Tabelle des §. 24, $8{,}2\sqrt{2\frac{1\frac{1}{2}}{12}} = \frac{11{,}8356 + 12{,}0700}{2} = 11{,}9530$ Fuß und somit die wirkliche Geschwindigkeit, mit welcher der Wasserstrahl aus der Mündung tritt, d. i.

$c = 0.96 \cdot 11{,}953 = 10{,}28$ Fuß pro Sec.

Die in derselben Zeit ausfließende hypothetische Wassermenge ist $= M = s \cdot c = b \cdot e \cdot c = 1{,}5 \cdot 0{,}25 \cdot 11{,}953 = 4{,}4825$ Cubikfuß, daher die wirkliche $= \mu \cdot s \cdot c = 0{,}62 \cdot 4{,}4825 = 2{,}7792$ Cubikfuß pro Sec. Am Schlusse dieses §. scheint uns, zur Erleichterung der Rechnung, eine Tabelle am rechten Platze*), in welcher für die so eben behandelten Ausflußöffnungen die in jeder Secunde durch einen Querschnitt, mit einer Druckhöhe von gewisser Größe, ausfließenden Wassermengen, so weit es die hier nöthige Genauigkeit erheischt, berechnet sind.

Nach angegebener Tabelle berechnen sich leicht folgende Aufgaben:

### Drittes Beispiel.

Eine Schützöffnung ist 4 Fuß 6 Zoll breit und 6 Zoll hoch, wieviel Wasser wird jede Sec. durch dieselbe fließen, wenn auf dem Grundbaume 4 Fuß 3 Zoll Standwasser stehen?

*) Siehe die Tabelle I am Ende dieses Werkes.

Digitized by Google

### Auflösung.

Der Flächeninhalt der Mündung ist $= 4\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = 2\frac{1}{4}$ □Fuß, die mittlere Druckhöhe ist = dem ganzen Standwasser weniger der halben Hubhöhe, also $h = 4\frac{1}{4} - \frac{1}{4} = 4$ Fuß, mithin nach angegebener Tabelle, die in jeder Sec. ausfließende Wassermenge oder M = 22,878 Cubikfuß.

### Viertes Beispiel

Welche Wassermenge fließt pro Sec. durch eine Schützöffnung von $1\frac{1}{4}$ Fuß Breite und 3 Zoll Höhe, bei einem Standwasser von 2 Fuß 3 Zoll?

### Auflösung.

Der Querschnitt der Ausflußöffnung ist $= 1\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{5}{16}$ □Fuß $= \left(\frac{4}{16} + \frac{1}{16}\right)$ □Fuß $= \frac{1}{4} + \left(\frac{\frac{1}{4} + \frac{1}{2}}{12}\right)$ □Fuß; die mittlere Druckhöhe $= 2\frac{1}{4} - \frac{1}{8} = 2\frac{1}{8} = \frac{2 + 2\frac{1}{4}}{2}$ Fuß. Nur ist nach der Tabelle bei 2 Fuß mittler Druckhöhe die durch $\frac{1}{4}$ □Fuß fließende Wassermenge = 1,800 C.-F. und die durch $\frac{1}{2}$ □Fuß fließende Wassermenge = 3,594 C.-F.

mithin bei einem Querschnitte von $\frac{5}{16}$ □Fuß $= 1{,}800 + \left(\frac{1{,}800 + 3{,}594}{12}\right) = 1{,}800 + 0{,}441 = 2{,}241$ C.-F.;

ferner ist die bei $2\frac{1}{4}$ Fuß mittlerer Druckhöhe
durch $\frac{1}{4}$ □Fuß fließende Wassermenge = 1,906 C.-F.
u. die durch $\frac{1}{2}$ □Fuß fließende Wassermenge = 3,813 C.-F.

mithin bei einem Querschnitte von $\frac{5}{16}$ □Fuß

$= 1{,}906 + \left(\frac{1{,}906 + 3{,}813}{12}\right)$

$= 1{,}906 + 0{,}478 = 2{,}384$ Cubikfuß;

fließen aber bei 2 Fuß mittler Druckhöhe durch $\frac{5}{16}$ □F. Oeffnung 2,241 Cubikfuß Wasser und bei $2\frac{1}{4}$ F. mittler Druck-

Digitized by Google

höhe durch $\frac{5}{16}$ □Fuß Oeffnung 2,384 Cubikfuß Wasser: so müssen nothwendig bei $2\frac{1}{8}$ Fuß mittler Druckhöhe durch $\frac{5}{16}$ □Fuß Oeffnung $\frac{2{,}241 + 2{,}384}{2} = 2{,}3125$ Cubikfuß Wasser pro Sec. ausfließen.

## §. 31.

Die Zusammenziehung des Strahles von zwei Seiten wird entweder dadurch herbeigeführt, daß die dem Wasser zugewandte untere Kante des Geschützes abgerundet ist; oder, daß eine Seite des Gerinnes eine ununterbrochene Fortsetzung des Wasserkastens ist, also ebenfalls keine Contraction zuläßt.

### Beispiel.

Eine Geschützmündung ist $3\frac{7}{8}$ Fuß breit und $5\frac{1}{2}$ Zoll hoch; wenn auf dem Grundbaume $4\frac{1}{4}$ Fuß Standwasser sich befinden, wieviel Wasser wird in jeder Sec. ausfließen?

### Auflösung.

Es ist $b = 3\frac{7}{8} = 3{,}875$ Fuß, $e = 5\frac{1}{2}$ Zoll $= \frac{11}{24} = 0{,}4583....$ Fuß und die mittlere Druckhöhe $h = 4{,}25 - \frac{0{,}4583...}{2} = 4{,}0208...$ Fuß; die derselben entsprechende Endgeschwindigkeit $c = \sqrt{4 \cdot g \cdot h} = 8{,}2\sqrt{4{,}0208...} = 16{,}...$ Fuß pro Sec. und deßhalb die hypothetische Ausflußmenge, d. i.

$M = s \cdot c = b \cdot e \cdot c = 3{,}875 \cdot 0{,}4583... \cdot 16{,}... = 29{,}2...$ Cubikfuß, oder nach §. 28, 3 die wirkliche $= 0{,}64 \cdot 29{,}2 = 18{,}69$ Cubikfuß.

## §. 32.

Die Zusammenziehung des Strahles findet von einer Seite Statt, wenn beide Seiten des Gerinnes

Digitized by Google

eine ununterbrochene Fortsetzung des Wasserkastens sind, d. i., wenn in einem geraden Gerinne sich ein Schütz mit unten scharfer Kante befindet.

### Beispiel.

Wieviel Wasser fließt durch eine Schützöffnung von $2\frac{3}{4}$ Fuß Breite und 5 Zoll Höhe; bei einer mittleren Druckhöhe von 1 Fuß 10 Zoll?

### Auflösung.

Es ist die Breite der Oeffnung $b = 2{,}75$ Fuß, die Höhe $e = \frac{5}{12} = 0{,}4166...$ Fuß, folglich der Quadratgehalt $s = b \cdot e = 2{,}75 \cdot 0{,}4166... = 1{,}1463$ □Fuß. Die der Druckhöhe $h = 1\frac{2}{12}$ Fuß entsprechende Endgeschwindigkeit des ausfließenden Strahles ist, nach der II. Tabelle des §. 24, $= c = 11{,}1028$ Fuß pro Sec., mithin die hypothetische Ausflußmenge oder

$M = s \cdot c = 1{,}1463 \cdot 11{,}1028 = 12{,}728$ Cubikfuß und nach §. 28, 4 die wirkliche $= 0{,}75 \cdot 12{,}728 = 9{,}5458...$ Cubikfuß pro Secunde.

### §. 33.

Zweitens. Das Geschütz ist gegen den Horizont geneigt und die Zusammenziehung des Wasserstrahles findet nur von einer Seite Statt.

### Beispiel.

Vor einer Schützöffnung, die 3 Fuß 8 Zoll breit und $5\frac{1}{2}$ Zoll hoch (senkrecht gemessen) ist, befindet sich ein Wasserstand von 2 Fuß 11 Zoll; wieviel Wasser wird jede Sec. ausfließen, wenn das Geschütz eine Neigung hat

einmal von 45°
das anderemal von 60°?

Digitized by Google

## Auflösung.

Die Breite der Mündung ist $= b = 3\frac{2}{3} = 3{,}6666...$ Fuß, die Höhe $e = \frac{5\frac{1}{2}}{12} = 0{,}4583...$ Fuß, mithin ihr Querschnitt $s = b \cdot e = 3{,}6666 \cdot 0{,}4583 = 1{,}6805$ □Fuß. Der senkrechte Wasserstand ist $= 2$ Fuß 11 Zoll, somit die mittlere Druckhöhe $h = 2$ Fuß 11 Zoll $- \frac{5\frac{1}{2}}{2} = 2\frac{11}{12} - \frac{11}{48} = 2\frac{33}{48} = 2{,}6875$ Fuß und die dieser Fallhöhe entsprechende Endgeschwindigkeit $c = \sqrt{4 \cdot g \cdot h} = 8{,}2\sqrt{2{,}6875} = 13{,}4427$ Fuß pro Secunde. Hieraus folgt aber die hypothetische Ausflußmenge, d. i.

$M = s \cdot c = 1{,}6805 \cdot 13{,}4427 = 22{,}591...$ Cubikfuß und, nach §. 28 5

die wirkliche { einmal bei 45° Neigung $= 0{,}80 \cdot 22{,}591 = 18{,}0728$ C.-F.
das anderemal bei 60° Neigung $= 0{,}74 \cdot 22{,}591 = 16{,}7170$ C.-F.

Nachdem wir nun die Schützöffnungen durchgegangen, die als in einer dünnen Wand liegend betrachtet werden können, gehen wir über zu denen B, die nach der Gestalt des zusammengezogenen Strahles geformt sind.

## §. 34.

In §. 25 haben wir behauptet, was in der Wirklichkeit überall sich bestätigt, daß nämlich ein Wasserstrahl, der sich durch eine Oeffnung mit scharfen Kanten pressen muß, eine bedeutende Zusammenziehung erleidet und ein greingeres Wasserquantum liefert. Will man Beides verhindern, so ist wohl nichts natürlicher, als der Mündung selbst die Gestalt des Strahles zu geben. Dies geschieht aber in folgender Weise:

Ist AB, Fig. 11 (Taf. I), die Breite der dem Wasser zugekehrten Schützöffnung, so errichte man in ihrer

Digitized by Google

Mitte C ein Loth CD, mache deſſen Länge = der halben Oeffnung, alſo $CD = \frac{AB}{2} = AC = CB$, ziehe durch D mit AB eine Parallele MN, nehme die Weite AB $1\frac{3}{10}$ mal und ſchneide aus den Puncten A und B auf der Linie MN die Puncte M und N ab, beſchreibe aus M und N die Bogen AF und BE, ſo iſt dies die, nach der Form des zuſammengezogenen Strahles, der Schützöffnung zu gebende Geſtalt. Rundet man nach dieſem Bogen die ſich gegenüberſtehenden Seiten der Griesſäulen bei Schützöffnungen, wie auch die untere Kante des Schützes ſelbſt ab, ſo fließt das Waſſer durch dieſelbe mit einer Geſchwindigkeit von im Mittel 0,97 der hypothetiſchen.

Die durch eine ſo conſtruirte Oeffnung ausfließende Waſſermenge kann ebenfalls als der $\frac{97}{100}$ Theil der hypothetiſchen angenommen werden.

### Erſtes Beiſpiel.

Wieviel Waſſer liefert eine Schützmündung von $4\frac{1}{2}$ Fuß Breite, bei 2 Fuß Standwaſſer und 6 Zoll Hubhöhe des Geſchützes und mit welcher Geſchwindigkeit ſtrömt das Waſſer aus?

### Auflöſung.

Es iſt die Mündungsbreite b = 4,5 Fuß, die Hubhöhe e = 0,5 Fuß, mithin der Flächeninhalt s = b • e = 4,5 • 0,5 = 2,25 □Fuß. Das Standwaſſer iſt = 2 Fuß, mithin die mittlere Druckhöhe $h = 2 - \frac{\frac{1}{2}}{2} = 1\frac{3}{4} = 1\frac{9}{12}$ Fuß und die dieſer Fallhöhe nach II. Tabelle des §. 24 entſprechende Endgeſchwindigkeit c = 10,8476 Fuß pro Secunde, alſo die hypothetiſche Waſſermenge

M = s • c = 2,25 • 10,8476 = 24,407 Cubikfuß

und die wirkliche = 0,97 • 24,407 = 23,674 Cubikfuß pro Secunde.



Digitized by Google

Die wirkliche Ausflußgeschwindigkeit wird sein $= 0{,}97 \cdot 10{,}8476 = 10{,}522...$ Fuß pro Sec.

Wären die drei Kanten dieser Ausflußöffnung nicht abgerundet, sondern scharf, so würde sein nach §. 28, 1 und 2, die wirkliche Ausflußgeschwindigkeit $= 0{,}96 \cdot 10{,}8476 = 10{,}413$ F. u. die wirkliche Ausflußmenge $= 0{,}62 \cdot 24{,}407 = 15{,}132$ Cubikfuß und geht, durch Vergleichung dieser letzten beiden Resultate mit den beiden ersten, der unleugbare Vorzug der Abrundungs-Methode an den Geschützöffnungen vor denen mit scharfen Kanten augenscheinlich hervor. Der Uebereinstimmung wegen mit §. 30 sehen wir uns veranlaßt, auch hier eine ähnliche Tabelle*) wie dort folgen zu lassen.

### Zweites Beispiel.

Wieviel Wasser liefert in jeder Secunde eine Schützöffnung, die $4\frac{1}{2}$ Fuß breit und $7\frac{1}{3}$ Zoll hoch ist; bei einer mittleren Druckhöhe von $3\frac{5}{8}$ Fuß?

### Auflösung.

Der Flächeninhalt der Ausflußöffnung ist $= s = b \cdot e = 4\frac{1}{2} \cdot \frac{7\frac{1}{3}}{12} = 2\frac{3}{4}$ □ Fuß; folglich nach eben angegebener Tabelle die jede Secunde ausfließende Wassermenge bei einer mittleren Druckhöhe von $3\frac{1}{2}$ F. $= 40{,}921$ CF. u. bei einer mittleren Druckhöhe von $3\frac{3}{4}$ F. $= 42{,}357$ CF.;

mithin

bei einer mittleren Druckhöhe v. $3\frac{5}{8}$ F. $= \frac{40{,}921 + 42{,}357}{2}$

$= 41{,}639$ Cubikfuß pro Sec.

### §. 35.

Um die im vorigen §. beschriebene Abrundungs-Methode der Wände einer Ausflußöffnung sogleich prac-

*) Siehe die II. Tabelle am Ende dieses Werkes.

Digitized by Google

tisch anzuwenden, sei ein unterschlächtiges Wasserrad RR, Fig. 12 (Taf. I), im Lichten 4 Fuß weit (= fg); alsdann hat man auch die von der Mündung bis unter das Rad reichenden s. g. Floßfedern AG und BH rechtwinklig zur Wellaxe, in einer leichten Entfernung von ebenfalls 4 Fuß, parallel zu leiten und die Abrundung am oberen Ende in A und B zu beschaffen.

Gesetzt, A und B stellten zwei Griessäulen vor, deren lichte Entfernung, vor dem Abrunden 4 Fuß beträgt, alsdann errichte man, wenn das Wasser in der Richtung des eingezeichneten Pfeiles eintritt, in ihrer Mitte, senkrecht auf AB, in C die Linie CD, mache diese = der Hälfte von AB, d. i. = 2 Fuß, ziehe durch D mit AB die Parallele EF, mache $gF = fE = 1\frac{3}{10}$ von der halben Weite der Schützmündung, d. i. = 1,3 • 2 = 2,6 Fuß = 2 Fuß 7 Zoll $2\frac{2}{5}$ Linien und beschreibe mit diesem Halbmesser gF aus F den Bogen bcg, so wird dessen oberer Theil bc die richtige Abrundung der Griessäule B sein. Auf dieselbe Weise verfährt man mit der gegenüberstehenden A, so wie mit der untern, dem Wasser zugewendeten, Kante des Geschützes. Die Weite der Ausflußöffnung kann nur in der Linie EDF durch fg = 4 Fuß gemessen werden und ist sonach die eigentliche Mündung in AB um so viel weiter, als die äußersten Enden der Abrundungsbögen hinter die rückwärts verlängerten Floßfedern AG und BH zurückspringen.

## §. 36.

Nachdem nun die Fälle berücksichtigt, die, zur Ermittelung der Wassermenge, bei'm Wassermahlmühlenbau für gewöhnlich vorkommen dürften, wollen wir die bisher dafür gebrauchte allgemeine Formel

$$M = s \cdot c$$

noch einer weiteren Betrachtung unterziehen.

Es ist bekanntlich der Querschnitt s = einem Producte der Breite b und Höhe e der Ausflußöffnung =

b • e. Die (hypothetische) Endgeschwindigkeit eines von der Höhe h niederfallenden Strahles ist, nach §. 23, II, $= c = \sqrt{4 \cdot g \cdot h}$. Berücksichtigen wir nun dabei den §. 28, 2, nach welchem die (hypothetische) Ausflußmenge mit dem, für jeden besondern Fall verschiedenen, Coëfficienten $\mu$ multiplicirt werden muß, um die wirkliche zu bekommen, so erhalten wir für obige Formel die gleichbedeutende

I. $M = b \cdot e \cdot \mu \sqrt{4 \cdot g \cdot h} = b \cdot e \cdot \mu \cdot 8{,}2 \sqrt{h}$.

Hieraus folgt aber die Breite der Oeffnung, wenn alle andern Größen bekannt sind,

II. $b = \frac{M}{e \cdot \mu \cdot \sqrt{4 \cdot g \cdot h}} = \frac{M}{e \cdot \mu \cdot \sqrt{h}} \cdot \frac{1}{\sqrt{4 \cdot 16{,}813}}$

$= 0{,}12195 \cdot \frac{M}{e \cdot \mu \cdot \sqrt{h}}$

ferner die Höhe des Schützenzuges, oder

III. $e = \frac{M}{b \cdot \mu \cdot \sqrt{4 \cdot g \cdot h}} = 0{,}12195 \cdot \frac{M}{b \cdot \mu \cdot \sqrt{h}}$

und endlich die mittlere Druckhöhe, oder

IV. $h = \frac{1}{4 \cdot g} \left(\frac{M}{b \cdot e \cdot \mu}\right)^2 = 0{,}01487 \left(\frac{M}{b \cdot e \cdot \mu}\right)^2$

d. h. in Worten ausgedrückt:

zu I. Um die durch eine Ausflußöffnung pro Sec. fließende Wassermenge zu bekommen, ziehe man aus der Zahl, welche die mittlere Druckhöhe in Fußen ausdrückt, die Quadratwurzel, multiplicire den erhaltenen Werth, ein nach dem andern, mit der Breite und Höhe der Ausflußöffnung, dem aus §. 28 oder §. 34 zu wählenden, für jede besondere Oeffnung verschiedenen, Coefficienten $\mu$ und der Zahl $8\frac{2}{10}$.

Zu II. Um die nöthige Breite der Schützöffnung zu finden, multiplicire man die Wassermenge mit dem Bruche $\frac{12195}{100000}$, dividire den erhaltenen Werth durch das

Digitized by Google

Product aus der Hubhöhe, dem Ausfluß-Coefficienten $\mu$ und der Quadratwurzel aus der mittleren Druckhöhe.

Zu III. Zur Auffindung der Hubhöhe multiplicire man, wie vorhin, die Wassermenge mit dem Bruche $\frac{12195}{100000}$ und dividire den erhaltenen Werth durch das Product aus der Mündungsbreite, dem Ausfluß-Coëfficienten $\mu$ und der Quadratwurzel aus der mittleren Druckhöhe.

Zu IV. Die nöthige mittlere Druckhöhe findet sich, wenn man die Wassermenge durch das Product des Querschnitts der Ausflußöffnung und des Coëfficienten $\mu$ dividirt, den Quotienten quadrirt (einmal mit sich selbst multiplicirt) und mit dem Bruche $\frac{1487}{100000}$ multiplicirt.

Setzt man zu der so gefundenen mittleren Druckhöhe die Hälfte der Hubhöhe des Geschützes, so erhält man natürlich die Höhe des Standwassers auf dem Grundbaume.

## Erstes Beispiel.

Wie breit muß eine Schützmündung werden, die jede Sec. 24 Cubikfuß Wasser liefern soll, wenn das Geschütz 5 Zoll gehoben werden kann, die mittlere Druckhöhe 21 Zoll beträgt und die Oeffnung nach der Gestalt des zusammengezogenen Strahles construirt werden soll?

## Auflösung.

Es ist $M = 24$ Cubikfuß, $e = \frac{5}{12} = 0{,}4166...$ Fuß, $h = \frac{21}{12} = 1\frac{9}{12}$ Fuß und, nach §. 34, $\mu = 0{,}97$ mithin, nach II. die nöthige Breite oder

$$b = 0{,}12195 \cdot \frac{24}{0{,}4166 \cdot 0{,}97 \cdot \sqrt{1\frac{9}{12}}} = \frac{0{,}12195 \cdot 24}{0{,}40416 \cdot 1{,}3228}$$

$= 5{,}4741...$ Fuß $= 5$ Fuß 5 Zoll $8\frac{1}{4}$ Linien.

Digitized by Google

### Zweites Beispiel.

Wie hoch muß ein Spannschütz gezogen werden, das jede Sec. 19 Cubikfuß Wasser liefern soll, bei einer Mündungsbreite von $4\frac{1}{4}$ Fuß, einer mittleren Druckhöhe von $1\frac{3}{4}$ Fuß; wenn alle Kanten nach dem Strahle abgerundet sind?

### Auflösung.

Es ist $M = 19$ Cubikfuß, $b = 4{,}25$ Fuß, $h = 1{,}75$ Fuß und $\mu = 0{,}97$ folglich, nach III., die zur Durchlassung der gegebenen Wassermenge erforderliche Hubhöhe, oder

$$e = 0{,}12195 \cdot \frac{19}{4{,}25 \cdot 0{,}97 \cdot \sqrt{1{,}75}} = \frac{0{,}12195 \cdot 19}{4{,}1225 \cdot 1{,}3228}$$

$= 0{,}42487$ Fuß $= 5$ Zoll 1 Linie.

Danach wäre also das Standwasser auf dem Grundbaume $= 21$ Zoll $+ \frac{5 \text{ Zoll } 1 \text{ Linie}}{2} = 23$ Zoll $6\frac{1}{2}$ Linie.

### Drittes Beispiel.

Welche mittlere Druckhöhe ist nöthig, um durch eine 3 Fuß breite und 4 Zoll hohe scharfkantige Ausflußöffnung in jeder Secunde 15 Cubikfuß Wasser ausfließen zu lassen?

### Auflösung.

Es ist $b = 3$ Fuß, $e = 4$ Zoll $= \frac{1}{3} = 0{,}3333...$ Fuß, $M = 15$ Cubikfuß und, nach §. 28, 2, $\mu = 0{,}62$; daher, nach IV., die mittlere Druckhöhe oder

$$h = 0{,}01487 \left[\frac{15}{3 \cdot 0{,}3333... \cdot 0{,}62}\right]^2 =$$

$= 0{,}01487 \cdot 585{,}33... = 8{,}7035$ Fuß $= 8$ Fuß 8 Zoll 5 Linien;

demnach die ganze Höhe des Standwassers $= 8$ Fuß 10 Zoll 5 Linien.

Digitized by Google

## §. 37.

Mit Beihülfe der vorangegangenen Lehren, sind wir nun auch in den Stand gesetzt, die Entstehung der in §. 3. angegebenen Formel „zur Ermittelung der aus einer oben offenen Schützmündung fließenden Wassermenge“ auf folgende Weise darzuthun und zugleich andere wichtige abzuleiten.

Es sei das Gefäß QR, Fig. 13 (Taf. I), so mit Wasser angefüllt, daß sein Wasserstand stets auf derselben Höhe bleibt; wie stark auch der Abfluß ist. Es sei ferner AD ein rechtwinkliger Einschnitt zum Abflusse des Wassers, von der Höhe CD = AB = h und von der Breite AC = BD = b: so ist, nach Grundsätzen der Mechanik (Eitelwein §. 103) die Oberfläche des ausströmenden Wasserstrahles, oder die Linie AHG eine Parabel, eine Linie (siehe deren Construction und Berechnung in §. 76), in welcher sich alle geworfenen Körper bewegen und z. B. die Linie BG die Größe der der Höhe AB = h entsprechenden Geschwindigkeit. Der Inhalt aber einer solchen Parabel-Fläche wie AHGBA ist $= \frac{2}{3} \cdot AB \cdot BG$, oder, wenn wir AB = h und BG = c setzen, $= \frac{2}{3} \cdot h \cdot c$ und deßhalb endlich, wenn wir diese Parabel-Fläche mit ihrer Dicke oder mit der Breite der Ausflußöffnung AC = b multipliciren, die in 1 Sec. durch den Einschnitt ABDC ausströmende hypothetische Wassermenge

$$M = \frac{2}{3} \cdot b \cdot c \cdot h$$

weil aber nach §. 23, II., $c = \sqrt{4 \cdot gh} = 8{,}2\sqrt{h}$: so ist $M = \frac{2}{3} \cdot b \cdot h \cdot 8{,}2\sqrt{h} = 5{,}4666... \cdot b \cdot h \cdot \sqrt{h}$.

Um die wirkliche Ausflußmenge zu bekommen, haben wir diesen Zahlenwerth mit dem bekannten Ausflußcoëfficienten $\mu$, der je nach der Gestalt der Mündung aus den §§. 28 oder 34 zu wählen ist, zu multipliciren und erhalten demnach allgemein

I. $M = 5{,}4666... \mu \cdot b \cdot h \cdot \sqrt{h}$; daraus folgt die Breite der Ausflußöffnung: II. $b = \frac{M}{\mu \cdot 5{,}4666\sqrt{h^3}}$

Digitized by Google

$= 0{,}182927 \cdot \frac{M}{\mu \cdot \sqrt{h^3}}$ und die Druckhöhe oder das Standwasser in der Oeffnung

$$III.h = \sqrt[3]{\left[\frac{M}{\mu \cdot b \cdot 5{,}4666}\right]^2} = \sqrt[3]{\left[\frac{1}{5{,}4666}\right]^2} \cdot \sqrt[3]{\left[\frac{M}{\mu \cdot b}\right]^2}$$

$$= 0{,}322444 \sqrt[3]{\left[\frac{M}{\mu \cdot b}\right]^2}.$$

Setzt man nun zuerst, nach §. 28, 2, wenn alle drei Kanten, also auch die am Boden, scharf sind, $\mu = 0{,}62$ so wird die Wassermenge pro Sec. oder $M = 0{,}62 \cdot 5{,}4666 \cdot b \cdot h \cdot \sqrt{h} = 3{,}4 \cdot b \cdot h \cdot \sqrt{h}$. (I. a). dieselbe Formel, welche in §. 3 für derartige Oeffnungen angegeben war.

Aus I. a folgt die Breite einer solchen Mündung oder

$$b = \frac{M}{3{,}4 \sqrt{h^3}} = 0{,}29412 \cdot \frac{M}{\sqrt{h^3}} \quad \text{(II. a).}$$

und zuletzt die Höhe des Standwassers über der Sohle der Abflußkante, d. i.

$$h = \sqrt[3]{\left[\frac{M}{3{,}4 \cdot b}\right]^2} = 0{,}44226 \sqrt[3]{\left[\frac{M}{b}\right]^2} \quad \text{(III. a)}$$

d. h. in Worten ausgedrückt:

zu I. a. Um die Wassermenge zu finden, welche in jeder Sec. durch einen scharfkantigen, oben offenen und rechtwinkligen Wandeinschnitt abfließt, ziehe man aus der Wasserstandshöhe die Quadratwurzel, multiplicire den erhaltenen Werth einen nach dem andern, mit derselben Höhe, der Breite des Einschnittes und der Zahl $3\frac{4}{10}$, sämmtliche Massen in Fußen ausgedrückt.

Zu II. a. Um die nöthige Breite des Ausschnittes zu finden, wenn die Wassermenge und die Höhe, bis zu welcher das Wasser über der horizontalen Abflußkante angestauet werden kann, bekannt sind, cubicire man diese Druckhöhe, ziehe daraus die Quadratwurzel, dividire die-

Digitized by Google

ses Facit in die Wassermenge nnd multiplicire den Quotienten mit dem Bruche $\frac{29412}{100000}$.

Zu III. a. Um die Höhe zu finden, auf welcher das Wasser vor der Ausflußöffnung stehen wird, wenn Wassermenge und Breite des Ueberfalles bekannt sind, dividire man die Wassermenge durch die Breite, hebe den Quotienten auf's Quadrat, ziehe daraus die Wurzel des dritten Grades und multiplicire die so entstandene Zahl mit $\frac{44226}{100000}$.

### Erstes Beispiel

Wie breit wird ein oben offener Wandeinschnitt zu machen sein, der in jeder Sec. 17 Cubikfuß Wasser in einer größten Höhe von $7\frac{1}{2}$ Zoll durchlassen soll, wenn alle 3 Kanten scharf sind?

### Auflösung.

Es ist M = 17 Cubikfuß, h = $7\frac{1}{2}$ Zoll = $\frac{7}{8}$ = 0,625 Fuß und deßhalb nach II. a,

$$b = 0{,}29412 \cdot \frac{17}{\sqrt{0{,}625^3}} = \frac{0{,}29412 \cdot 17}{0{,}49411} = 10{,}12$$

Fuß = 10 Fuß 1 Zoll 5 Linien

### Zweites Beispiel.

Wie hoch wird vor einer derartigen Oeffnung das Wasser zu stehen kommen, wenn jede Sec. 13 Cubikfuß Wasser durchfließen sollen, dabei aber eine Breite von 3 Fuß 8 Zoll zulässig ist:

### Auflösung.

Es ist M = 13 Cubikfuß, b = $3\frac{2}{3}$ = 3,6666... Fuß mithin, nach III. a,

$$h = 0{,}44226 \cdot \sqrt[3]{\left[\frac{13}{3{,}6666}\right]^2} = 0{,}44226 \cdot 2{,}3251$$

= 1,0283 Fuß = 1 Fuß 4 Linien.

Digitized by Google

Für den Fall, daß die beiden Höhenkanten AB und CD, Fig. 13 (Taf. I), des Ausschnittes scharf sind, und am Boden BD die Contraction wegfällt, wird nach §. 28, 3 für $\mu = 0{,}64$ zu setzen sein und deßhalb die Ausflußmenge pro Sec., oder

$$M = 0{,}64 \cdot 5{,}4666\ldots\ b \cdot h \cdot \sqrt{h} = 3{,}5 \cdot b \cdot h \cdot \sqrt{h}. \quad \text{(I. b)}.$$

Daraus folgt die Breite des Ausschnitts, oder

$$b = \frac{M}{3{,}5\ \sqrt{h^3}} = 0{,}285714 \cdot \frac{M}{\sqrt{h^3}} \text{ (II.b). u. d. Druckhöhe}$$

$$h = \sqrt[3]{\left[\frac{M}{3{,}5 \cdot b}\right]^2} = 0{,}4338 \cdot \sqrt[3]{\left[\frac{M}{b}\right]^2} \text{ (III. b)}.$$

### Drittes Beispiel.

Wie breit wird der Wandeinschnitt des ersten Beispiels zu machen sein, wenn die beiden gegenüberliegenden Kanten scharf sind?

### Auflösung.

Es war dort $M = 17$ Cubikfuß, $h = 0{,}625$ Fuß; mithin ist, nach II., b die erforderliche Breite, oder

$$b = 0{,}285714 \frac{17}{\sqrt{0{,}625^3}} = \frac{4{,}8571}{0{,}49411} = 9{,}83\ldots \text{ Fuß} =$$

9 Fuß 9 Zoll 11½ Linien.

### Viertes Beispiel.

Wie hoch wird vor einer derartigen Oeffnung das Wasser zu stehen kommen, wenn deren Maße mit denen des zweiten Beispiels übereinstimmen?

### Auflösung.

Es war dort $M = 13$ Cubikfuß, $b = 3{,}6666\ldots$ Fuß, mithin ist nach III. b

$$h = 0{,}4338 \cdot \sqrt[3]{\left[\frac{13}{3{,}6666}\right]} = 0{,}4338 \cdot 2{,}3251$$

9133 Fuß = 1 Fuß 2 Linien.

Digitized by Google

Sind endlich alle Kanten nach dem Strahle abgerundet, so daß also nirgend eine Contraction Statt findet, so ist, nach §. 34, der Ausflußcoefficient $\mu = 0{,}97$ und deßhalb

$$M = 0{,}97 \cdot 5{,}4666\ldots\ b \cdot h \cdot \sqrt{h}$$
$$= 5{,}3 \cdot b \cdot h \cdot \sqrt{h}. \quad \text{(I. c).}$$

Daraus folgt die Breite des Ausschnittes oder

$$b = \frac{M}{5{,}3 \cdot \sqrt{h^3}} = 0{,}188587 \cdot \frac{M}{\sqrt{h^3}} \text{(II. c)}$$

und ferner die Druckhöhe

$$h = \sqrt[3]{\left[\frac{M}{5{,}3 \cdot b}\right]^2} = 0{,}32896 \cdot \sqrt[3]{\left[\frac{M}{b}\right]^2} \text{(III. c).}$$

### Fünftes Beispiel.

Welches Resultat wird das erste Beispiel liefern, wenn alle 3 Kanten der Ausflußöffnung nach dem Strahle abgerundet sind?

### Auflösung.

Es ist $M = 17$ Cubikfuß, $h = 0{,}625$ Fuß und deßhalb, nach II. c, die erforderliche Breite des Einschnittes, oder

$$b = 0{,}188587 \cdot \frac{17}{\sqrt{0{,}625^3}} = \frac{3{,}206}{0{,}49411} = 6{,}4885 \text{ Fuß}$$

= 6 Fuß 5 Zoll 10... Linien.

### Sechstes Beispiel.

Welches Resultat wird das zweite Beispiel liefern, bei Abrundung aller Kanten?

### Auflösung.

Es ist $M = 13$ Cubikfuß, $b = 3{,}6666$ Fuß; folglich, nach III. c, die Höhe, auf der das Wasser über der Abzugsschwelle stehen wird, d. i.

$$h = 0{,}32896 \cdot \sqrt[3]{\left[\frac{13}{3{,}6666}\right]^2} = 0{,}32896 \cdot 2{,}3251$$

= 0,76488 Fuß = 9 Zoll 2.... Linien.

Digitized by Google

## §. 38.

Auf Grundlage der für die Wassermenge jeder Sec. aufgestellten drei Formeln des vorigen §.

1. für Mündungen mit 3 scharfen Kanten: $M = 3{,}4 \cdot b \cdot h \cdot \sqrt{h}$
2. „ „ „ 2 „ „ $M = 3{,}5 \cdot b \cdot h \cdot \sqrt{h}$
3. „ „ Abrund. nach d. Strahle: $M = 5{,}3 \cdot b \cdot h \cdot \sqrt{h}$

lassen wir jetzt, zur Erleichterung des Rechnens, ebensoviele Tabellen*) nachfolgen, zu deren richtigem Gebrauch wir nochmals erinnern, daß unter der Wasserstandshöhe h nicht die Höhe des in der Ausflußöffnung bereits geneigten Strahles, sondern diejenige zu verstehen ist, welche den senkrechten Abstand des einige Fuße oberhalb der Oeffnung oder in den Uferecken stehenden horizontalen Wasserspiegels von der Abflußkante mißt.

Nach den ebenerwähnten Tabellen berechnen sich leicht folgende Fälle:

### Erstes Beispiel.

Wieviel Wasser fließt in jeder Secunde durch einen $4\frac{1}{2}$ Fuß breiten Einschnitt mit drei scharfen Kanten, wenn der Wasserspiegel $7\frac{1}{2}$ Zoll über der Abflußkante steht?

### Auflösung

Es ist die Breite $b = 4\frac{1}{2}$ Fuß, die größte Druckhöhe $h = 7\frac{1}{2}$ Zoll $= \frac{5}{8}$ Fuß. Gehen wir nun in der Tabelle II aus der ersten verticalen Spalte in der mit $\frac{5}{8}$ Fuß vorgeschriebenen horizontal so lange fort, bis wir in die mit $4\frac{1}{2}$ Fuß überschriebene gelangen, so findet sich hier die Zahl 7,560, als die in jeder Sec. durchfließenden Cubikfuße.

### Zweites Beispiel.

Wieviel Wasser wird ein oben offenes Mühlengerinne liefern, das mit 2 scharfen Kanten und in die

*) Siehe die Tabellen III., IV. und V. am Ende dieses Werkes.

Digitized by Google

Wand eines Wasserbehälters eingelassen ist, bei 3 Fuß Breite und 13½ Zoll = 1⅛ Fuß Standwasserhöhe?

### Auflösung.

Die gewünschte Zahl 12,528 Cubikfuß findet sich aus Tabelle IV in dem Durchschnitte der zweiten horizontalen Reihe von unten mit der 10ten verticalen von vorn.

### Drittes Beispiel.

Welche Wassermenge schüttet ein von allen drei Seiten abgerundeter Einschnitt, der 6¼ Fuß breit ist und eine größte Druckhöhe von 15 Zoll = 1⅞ Fuß benutzt?

### Auflösung.

Die dritte Tabelle liefert uns die verlangte Zahl mit 26,294 Cubikfuß pro Sec. Ist die Breite einer Oeffnung größer als 7 Fuß, ihre Druckhöhe aber innerhalb der in den vorhergehenden Tabellen gezogenen Grenzen, so bleibt die Lösung einer solchen Aufgabe dieselbe; z. B.

### Viertes Beispiel.

Welche Wassermenge wird ein von zwei Seiten scharfer Wandeinschnitt liefern, der 13½ Fuß breit ist, wenn der höchste Wasserstand auf seiner Schwelle ⅞ Fuß beträgt?

### Auflösung.

Nach der Tabelle IV. ist bei ⅞ Fuß Druckhöhe und 6½ Fuß Breite die Wassermenge = 18,620 Cubikfuß, ferner ist bei ⅞ Fuß Druckhöhe und 7 Fuß Breite die Wassermenge = 20,053

---

Cubikfuß, folglich ist bei ⅞ Fuß Druckhöhe und 13½ F. Breite die Wassermenge = 38,673 Cubikfuß.

Digitized by Google

## §. 39.

Ist nicht die ganze Oeffnung ABCD, Fig. 14 (Taf. I), sondern nur ein kleiner Theil BEFD dem Wasserausflusse gelassen: so ist klar, daß man die aus letzterem fließende Wassermenge bekommt, wenn man zuerst das Wasserquantum für den Einschnitt ABCD berechnet und davon das des Einschnittes AEFC abzieht. Bezeichnet man zu diesem Zwecke

mit h den Wasserstand AB oder CD
„ $h_1$, „ „ AE „ CF
„ e, d. i. BE oder DF, die Höhe der Oeffnung BEFD
„ b, d. i. BD oder EF, die Breite dieser Oeffnung
„ c, d. i. DK oder BG, die der Fallhöhe CD oder AB entsprechende Endgeschwindigkeit, mit $c_1$, d. i. FL oder EH, die der Fallhöhe CF oder AE entsprechende Endgeschwindigkeit so ist nach der ersten Formel des §. 37 die Ausflußmenge

aus d. Einschnitte ABCD $= \frac{2}{3}\mu \cdot b \cdot c \cdot h$ und die
„ „ „ AEFC $= \frac{2}{3}\mu \cdot b \cdot c_1 \cdot h_1$ mith. d. Subtraction d.
„ „ „ BEFD $= \frac{2}{3}\mu \cdot b \cdot c \cdot h - \frac{2}{3}\mu \cdot b \cdot c_1, \cdot h_1,$
$= \frac{2}{3}\mu \cdot b(c \cdot h - c^1, h_1,)$ oder, weil nach §. 23, 2, $c = \sqrt{4\,gh} = 8{,}2\sqrt{h}$; also auch $c_1$
$= \sqrt{4gh_1} = 8{,}2\sqrt{h_1} = \frac{2}{3} \cdot \mu . b \cdot (8{,}2\sqrt{h} . h - 8{,}2\sqrt{h_1} \cdot h_1)$
oder $M = \mu \,.\, b \cdot 5{,}4666\ (h\sqrt{h} - h_1 . \sqrt{h_1})$. (I)

Da ferner der Unterschied zwischen den Höhen CD und DF $=$ CF oder $h - e = h_1$ ist, so kann man auch setzen

$M = \mu \cdot b \cdot 5{,}4666\ [h\sqrt{h} - (h-e)\sqrt{(h-e)}]$. (II)

zwei Formeln, nach denen sich, ebenso gut wie nach den in §. 27 angezeigten Methoden, die durch Spannschütze ausfließende Wassermenge bestimmen läßt und wobei man, für jeden besondern Fall, aus §§. 28 oder 34 den Werth für $\mu$ herbeizuholen hat. Scheinen allerdings letzte Formeln I. und II. zusammengesetzter und deßhalb etwas schwieriger zu berechnen: so haben sie doch schon den Vortheil für sich, daß man mit diesen die Richtigkeit jener, und umgekehrt, prüfen kann. Wählen wir

Digitized by Google

hierzu sogleich das erste Beispiel des §. 30, wo die Breite der Mündung b = 4,25 Fuß, der Schützenhub e = 6 Zoll = 0,5 Fuß, das Standwasser h = 3,75 Fuß und das durch eine von drei Seiten scharfe Ausflußöffnung erzielte Wasserquantum oder M = 20,21 Cubikfuß pro Sec. war, so ist ebenfalls, nach der Formel II und weil, nach §. 28, 2, $\mu = 0{,}62$, die Wassermenge oder

$$M = 0{,}62 \cdot 4{,}25 \cdot 5{,}4666 \left[(3{,}75 \sqrt{3{,}75} - (3{,}75 - 0{,}5) \sqrt{(3{,}75 - 0{,}5)}\right]$$

$$= 14{,}4046... \ (7{,}2618 - 5{,}8590) = 14{,}4046 - 1{,}4028 = 20{,}2068... \text{ Cubik fuß pro Sec.;}$$

also dasselbe Resultat wie dort.

Am schnellsten und sichersten berechnen sich alle bisher angeführten Zahlenbeispiele mit Hülfe der Logarithmen. Wir wollen, um das Verfahren zu zeigen, wie man solche Beispiele behandelt, letzteres nochmals mit Logarithmen durchrechnen, zuvor aber uns erinnern,

1) daß man zwei oder mehre Zahlen multiplicirt, wenn man ihre Logarithmen addirt;
2) daß man zwei Zahlen durcheinander dividirt, wenn man den Logarithmus des Divisors abzieht von dem des Dividendus;
3) daß man aus einer Zahl die Wurzel eines beliebigen Grades zieht, wenn man den Logarithmus der Wurzel durch den Wurzel-Exponenten dividirt;
4) daß man endlich eine Zahl zu einer beliebigen Potenz erhebt, wenn man den Logarithmus der erstern mit der Zahl multiplicirt, welche die Größe der Potenz angiebt.

Hiernach berechnet sich nun der Ausdruck M = 062 · 4,25 · 5,4666 $\left[3{,}75 \sqrt{3{,}75}) - (3{,}75 - 0.5) \sqrt{(3{,}75 - 0{,}5)}\right]$ in folgender Weise:

Digitized by Google

1) log 0,62=0,7923917—1
+ log 4,25=0,7377220
+ log5,4666=0,6283889

addirt, giebt: log (0,62•4,25•5,4666...)=1,1585026und die zu diesem Logarithmus gehörige Zahl oder Numerus = 14,4046.

2) log 3,75 = 0,5740313, wegen der Quadratwurzel dividirt durch 2:

= 0,2870157, dazu addirt
+log3,75 = 0,5740313, giebt

log (3,75 $\sqrt{3,75}$) = 0,8610470 und die dazu gehörige Zahl od. Numerus = 7,2618

3) log (3,75—0,5) = log 3,25 = 0,5118834, wegen der Quadratwurzel divid. durch 2=0,2559417; dazu add.

+ log 3,25=0,5118834 giebt

log [(3,75 — 05). $\sqrt{(3,75 — 05]}$ =0,7678251 und die dazu gehörige Zahl oder Num. log. =5,859.

Ziehen wir nun, nach Vorschrift der Formel II, von 3,75 $\sqrt{3,75}$ ab: 3,25 $\sqrt{3,25}$ oder von 7,2618 ab 5,8590, so bleibt 1,4028. Um diesen Werth mit obigem. 14,4046 zu multipliciren, addiren wir die Logarithmen beider Zahlen, oder

log 1,4028=0,1469958, dazu
+ log 14,4096=1,1585026 und erhalten

d. Addition log(1,4028•14,4046)=1,3054984
zu welchem Logarithmus die logarithmischen Tafeln die Zahl oder Num. = 20,2068 angeben.

Das Verfahren selbst, die logarithmischen Tafeln zu behandeln, hier auseinanderzusetzen, kann in diesen Blättern keinen Platz finden; muß hingegen als bekannt vorausgesetzt werden.

Zu C. Die Oeffnung in einer kurzen Ansatzröhre.

## §. 40.

Solcher Rohre, deren Länge $2\frac{1}{2}$ bis 3 mal so groß als ihre Weite ist, sind zunächst zweierlei Art: entweder

Digitized by Google

cylindrische oder parallelepipedische. Ist nach §. 5 die allgemeinste Formel für die aus jeder Oeffnung s mit der Geschwindigkeit c ausfließende Wassermenge $M = s \cdot c$, so liefert

1) ein cylindrisches Ansatzrohr eben beschriebener Art im Mittel jede Sec. die Wassermenge

$$M = 0{,}815 \cdot s \cdot c$$

oder, weil nach §. 23, 2, $c = \sqrt{4 \cdot g \cdot h} = 8{,}2 \sqrt{h}$, wo h die Druckhöhe ab Fig. 15 Taf. I bedeutet und weil ferner der Querschnitt s eine Kreisfläche, diese sich aber nach der Geometrie findet, wenn man das Quadrat des Halbmessers mit der (Ludolph'schen) Zahl $\pi$ (sprich pih) $= \frac{22}{7} = 3{,}141....$ multiplicirt, so ist endlich

$$M = 0{,}815 \cdot r^2 \cdot \pi \cdot \sqrt{4 \cdot g \cdot h} = 0{,}815 \cdot r^2 \cdot 3{,}141... \cdot 8{,}2 \cdot \sqrt{h} = 20{,}995... \, r^2 \cdot \sqrt{h}. \quad (I)$$

2) Ist das Ansatzrohr parallelepipedisch, oder der Querschnitt ein Oblongum, wie in Fig. 16 Taf. I, so kann man den Ausflußcoefficienten $\mu = 0{,}819$ setzen und die in jeder Sec. ausfließende Wassermenge oder

$$M = 0{,}819 \cdot s \cdot c = 0{,}819 \cdot s \cdot 8{,}2 \sqrt{h}$$
$$= 6{,}7158 \cdot s \cdot \sqrt{h}. \quad (II)$$

Beide Formeln, I und II, gelten indeß nur für den Fall, wenn keine Kanten gebrochen sind.

Finden die cylindrischen Ansatzrohre wenig oder gar keine Anwendung im Mühlwesen, so legt man die parallelepipedischen öfter als Abfallutten oder als Zuleitungsgerinne für rückenschlächtige Wasserräder an. In letzterm Falle haben sie eine mehr geneigte Lage, die, strenger genommen, auch nicht ohne Einfluß auf die ausfließende Wassermenge ist, indeß hier unberücksichtigt bleiben mag. Stellt MN, Fig. 17 Taf. II, einen Theil vom Umfange eines rückenschlächtigen Wasserrades dar, ABCD einen Wasserkasten, bis AB mit Wasser gefüllt, in wel-

chen ein Rohr EFGK einmündet und mn die senkrechte Druckhöhe h auf die Mitte der Einflußöffnung desselben, so ist der Querschnitt s der Einmündung das Product aus der lichten Breite und Höhe des Rohres, senkrecht auf seine Längenrichtung gemessen.

### Erstes Beispiel.

Welche Wassermenge liefert ein parallelepipedisches Ansatzrohr, das im Lichten $2\frac{1}{4}$ Fuß weit und $\frac{1}{2}$ Fuß hoch ist, wenn der Wasserspiegel AB, Fig. 17 Taf. II, $1\frac{3}{4}$ Fuß über der Mitte n der Einmündung steht?

### Auflösung.

Es ist der Querschnitt des Rohres $s = 2\frac{1}{4}$ Fuß mal $\frac{1}{2}$ Fuß $= 1\frac{1}{8} = 1{,}125$ □Fuß; die mittlere Druckhöhe mn oder $h = 1\frac{9}{12}$ Fuß, folglich nach II. die pro Sec. ausfließende Wassermenge oder

$$M = 6{,}7158 \cdot 1{,}125 \sqrt{1\tfrac{9}{12}} = 9{,}9947 \text{ Cubikfuß.}$$

Nicht minder wichtig für die Umdrehungszahl des Wasserrades ist die Endgeschwindigkeit des aus dem Rohre tretenden Strahles. z. B. im Puncte o der Fig. 17 Taf. II. Nennen wir dessen senkrechte Entfernung vom Oberwasserspiegel AB, d. i. $ro = H$: so kann man annehmen, daß die wirkliche Ausflußgeschwindigkeit $= 0{,}85$ von der hypothetischen ist und somit im Punkte o

$$c = 0{,}85 \cdot \sqrt{4 \cdot g \cdot H} = 0{,}85 \cdot 8{,}2 \cdot \sqrt{H}$$
$$= 6{,}97 \sqrt{H}$$

### Zweites Beispiel.

Mit welcher Geschwindigkeit tritt der Wasserstrahl aus einem kurzen Ansatzrohre, wenn die Mitte o der Ausmündung FG 2 Fuß 7 Zoll unter dem Wasserspiegel AB des Behälters liegt?

Digitized by Google

Auflösung.

Es ist $H = 2\frac{7}{12} = 2{,}5833...$ Fuß; mithin die Austrittsgeschwindigkeit oder

$$c = 6{,}97 \sqrt{2{,}5833...} = 6{,}97 \cdot 1{,}60727...$$
$$= 11{,}2027... \text{ Fuß pro Sec.}$$

Sind die dem Wasser zugekehrten oberen Kanten des Ansatzrohres KEFG wie in K und E, überall nach dem Strahle abgerundet: so ist die der Fallhöhe $ro = H$ entsprechende Endgeschwindigkeit in o, d. i. $c = 0{,}90 \sqrt{4 \cdot g \cdot H} = 7{,}38 \sqrt{H}$.

§. 14.

Mit Vorstehendem glaubt der Verfasser das Capitel der Hydraulik abschließen zu können, indem, seines Erachtens, alle diejenigen Fälle darin berücksichtigt sind, die bei'm Mühlenbauwesen von Bedeutung oder Einfluß sein können. Es dürfte außerdem die nochmalige Bemerkung am rechten Orte sein, daß, wenn bei den Formeln für die verschiedenen Ausflußgeschwindigkeiten und Wassermengen stets derselbe Geschwindigkeits- oder Ausflußcoëfficient beibehalten wurde, dieß aus dem einfachen Grunde geschah, um jene Formeln dem minder geübten Rechner zugängiger zu machen.

Es ist nämlich längst anerkannte Thatsache, daß bei ein und derselben Gestalt der Ausflußöffnung sowohl der Geschwindigkeits- als auch der Ausflußcoëfficient sich stets etwas ändern mit der Verschiedenheit der Breite wie der Druckhöhe vor oder in der Ausflußöffnung, es mag letztere oben offen oder geschlossen sein. Da indeß immer der höchste Unterschied kaum einige Procente beträgt, vorliegende Blätter aber kein eigentliches Werk über Hydraulik darbieten sollen: so wird des Verfassers Ansicht, daß es bei'm Mühlenbauwesen einer solchen mathematischen Schärfe nicht bedürfe und sein



Digitized by Google

Verfahren, diese kleinen Variationen unberücksichtigt gelassen zu haben, hoffentlich nicht gemißbilligt werden.

Wer sich genauer mit den Lehrsätzen der Hydraulik bekannt machen will, den verweisen wir auf die Werke von Gerstner, Weisbach, Eitelwein, Langsdorf, D'Aubuisson, Buat, Venturi, Poisson, Bossut ꝛc.

Digitized by Google

# Zweite Abtheilung.

## Von dem Bau und der Berechnung der Räderwerke.

### I. Die Außenwerke.

### A. Die verticalen Wasserräder.

Digitized by Google

Digitized by Google

# Erſter Abſchnitt.

## Die unterſchlächtigen Waſſerräder.

## Erſtes Capitel.

### Von den unterſchlächtigen Waſſerrädern im horizontalen Gerinne.

### A. Staber- und Straubräder.

§. 42.

Ein Waſſerrad, das zwiſchen ſeinen beiden Kränzen Bretter, mit Zapfen eingeſetzt, als Schaufeln hat, wird ein Staberrad und ein ebenſolches, das gewöhnlich nur einen Kranz hat, auf deſſen Scheitel die Schaufeln mittelſt durch den Kranz gelochter Bolzen befeſtigt ſind, ein Straubrad genannt. Beide ſind mehr in ihrer Conſtruction als in ihrer mechaniſchen Leiſtung von einander verſchieden und hat erſteres den Vortheil für ſich, daß der Waſſerſtrahl durch die beiden Kränze beſſer zuſammengehalten wird, ſein feſterer Bau Eis, Holz oder Stöße, mit minderem Nachtheil für ſeine Feſtigkeit, auszuhalten vermag, als ein Straubrad, während letzteres bei Waſſern angebracht wird, die keinen zu ſtarken Anſchwellungen und eben erwähnten Nachtheilen ausgeſetzt

Digitized by Google

sind, seines leichteren Baues halber minder kostspielig und, namentich bei größerer Umfangsgeschwindigkeit, an der hintern Seite weniger Wasser mit in die Höhe nimmt, als die beiden Kränze des Staberrades. Letzter Umstand liefert ein Last-Moment, das, bei geforderter mathematischer Schärfe, allerdings mit zu berechnen und der ganzen Radleistung abzuziehen sein würde; indeß bei gewöhnlicher Berechnung der Mühlen nicht in Betracht gezogen zu werden braucht.

Wir werden in der Folge für beiderlei Räder ein und dieselbe Berechnung gelten lassen.

## §. 43.

Ehe wir uns in die bevorstehenden Abhandlungen einlassen, dürfte es der größeren Deutlichkeit wegen nicht unpassend sein, die Erklärung einiger allgemeinen mechanischen Begriffe vorauszuschicken.

1) Ist ab, Fig. 18 Taf. II, ein in c unterstützter Hebel, in a eine Kraft P, in b eine Last Q angebracht: so heißen die Producte der Abstände ac und cb vom Drehpuncte c mit den zugehörigen Kräften P und Q oder ac mal P = cb mal Q die statischen Momente der Kraft und Last, in Beziehung auf den Drehpunct c. Sie sind gleich, wenn die Kraft P sich verhält zu dem Abstande bc, wie die Last Q zu dem Abstande ac, d. i., wenn

P : bc = Q : ac oder wenn
P . ac = Q . bc ist.

### Erstes Beispiel.

Es möge in b eine Last Q von 80 Pfunden, in einer Entfernung von cb = 4 Fuß, ruhen; wie groß wird die Kraft P an dem 5 Fuß langen Hebelarm ac sein müssen, wenn man den ganzen Hebel ab als einen mathematischen, also gewichtlosen, betrachten kann?

Digitized by Google

## Auflösung.

Es ist $Q = 80$ Pfund, $cb = 4$ F., $ac = 5$ F.; mithin $P = \frac{bc}{ac} \cdot Q = \frac{4}{5} \cdot 80 = 64$ Pfund, die den 80 das Gleichgewicht halten und somit eine Gleichheit der statischen Momente bedingen.

II. Den Weg, den die Kraft P in einer Zeitsecunde zurücklegt, nennt man die Geschwindigkeit dieser Kraft. Legt die Kraft P den Weg $aa_1$, Fig. 18 Taf. II, mit einer Geschwindigkeit $c$, die Last Q den Weg $b\,b_1$, mit der Geschwindigkeit $c_1$ zurück: so ist, für den Zustand des Gleichgewichts,

$$P : Q = c_1 : c, \text{ daher auch}$$
$$P \cdot c = Q \cdot c_1,$$

d. h. die Kräfte sind im Gleichgewicht, wenn die Kraft P (in Pfunden), multiplicirt mit ihrer Geschwindigkeit c (in Fußen pro Sec.), gleich ist der Last Q, multiplicirt mit der Geschwindigkeit $c_1$.

Dies Product des Gewichtes oder der Kraft in die Geschwindigkeit nennt man das mechanische Moment der Kraft und Last.

## Zweites Beispiel.

An dem Umfange eines Wasserrades von 10 Fuß mittler Höhe wirke eine Kraft von 500 Pfund mit einer Geschwindigkeit von 5 Fuß pro Sec.; wie groß wird der Gegendruck im Theilkreise des 8 Fuß hohen Kammrades sein und welche Geschwindigkeit dort erzeugen?

## Auflösung.

Nennen wir den größeren Hebelarm des Wasserrades, nach Fig. 18 Taf. II, ac, den kleineren des Kammrades $= cb$, die Geschwindigkeit des Punctes $a = c$, die des Punctes $b = c_1$, das Gewicht in $a = P$, das demselben Gleichgewicht haltende Gegengewicht in $b = Q$: so ist

Digitized by Google

ac = 5 Fuß, cb = 4 Fuß, c = 5 Fuß pro Sec., P = 500 Pfund; mithin nach I., das statische Moment = 5 Fuß Hebellänge zu 4 Fuß Hebellänge, wie das zu suchende Gewicht zu dem bekannten = 500 Pfund; oder

$$ac : bc = Q : P \text{ d. i.}$$
$$5 : 4 = x : 500; \text{ daraus folgt}$$

$$Q = P \cdot \frac{ac}{bc} \text{ oder } x = \frac{5}{4} \cdot 500 = 625 \text{ Pfd.}$$

als das Gewicht im Theilkreise des Kammrades, das dem im Umfange des Wasserrades das Gleichgewicht hält.

Aus der Formel unter II. $P : Q = c_1 : c$ folgt aber

$$c_1 = c \cdot \frac{P}{Q} = 5 \cdot \frac{500}{625} = 4 \text{ Fuß pro Sec.}$$

als die Geschwindigkeit, mit welcher die Kraft Q im Umfange des Kammradtheilkreises fortschreitet. Weil aber $P \cdot c = Q c_1$ ist: so muß auch

$$500 \cdot 5 = 625 \cdot 4 \text{ oder}$$
$$2500 = 2500$$

d. i. die mechanischen Momente, für den Zustand des Gleichgewichts, gleich sein.

Ist also bei einem Wasserrade, das als eine Zusammensetzung von Hebeln zu betrachten ist, das Gewicht, das an einem bekannten Halbmesser wirkt, bekannt: so weiß man, in Beziehung auf seinen Drehpunct, sein statisches Moment; kommt zu diesem Gewichte eine ebenfalls bekannte (Umfangs-)Geschwindigkeit pro Sec. hinzu: so hat man dessen mechanisches Moment. Da nun bei der Berechnung der Kraftleistungen von Rädern stets zuerst das mechanische Moment gefunden wird: so braucht man letzteres nur durch die zugehörige Umfangs-Geschwindigkeit zu dividiren, um das statische, oder das, als ruhend gedachte, Pfund-Gewicht zu finden, das am Ende des betreffenden Halbmessers seine Wirkung äußert.

Digitized by Google

Mit dem Ausdrucke „mechanisches Moment" ist gleichbedeutend: dynamischer Effect, Leistungsvermögen, Leistung ꝛc.

§. 44.

Ist bei Anlage eines Mühlenrades das vorhandene Gefälle so gering, daß dem zugehörigen Gerinne keine Neigung gegeben werden kann, das Wasser vor dem Geschütze, soweit es die Uferhöhe gestattet, vielmehr aufgestauet werden muß, um ersterem hierdurch mehr Lebendigkeit zu geben: so sei, um die mechanische Leistung dieses Rades zu finden,

M die in jeder Secunde an das Rad anschlagende Wassermenge in Cubikfußen,

c die Geschwindigkeit des Wasserstrahls, im Augenblicke seiner ersten Berührung mit der Radschaufel;

v die Geschwindigkeit des Schwerpunctes der ausweichenden Schaufel oder des Radtheilkreises, die, um die größte Wirkung hervorzubringen, halb so groß als c angenommen wird;

g = 16,813 diejenige Zahl, welche die Länge des (luftleer gedachten) Raumes ausdrückt, den ein frei niederfallender Körper, in der Nähe der Erdoberfläche, in der ersten Secunde durchfällt (siehe §. 23);

γ (sprich gamma) das Gewicht eines hannoverschen Cubikfußes reinen Flußwassers, bei einer Temperatur von 12° Reaumur, zu 52 hannoverschen Pfunden angenommen,

dann ist, so lange man auf Zapfenreibung, das neben und unter dem Rade unbenutzt verloren gehende Wasser, den Luftwiderstand der Schaufeln, Arme ꝛc. noch keine Rücksicht nimmt, nach Eitelwein §. 189, allgemein das mechanische Moment oder die (theoretische) Kraftleistung eines solchen Rades, oder

$$L = \frac{(c-v)\,v}{2 \cdot g} . M\gamma = (c-v)\,v . M . \frac{\gamma}{2 \cdot g} = (c-v)$$

$$v \cdot M \cdot \frac{52}{2 \cdot 16{,}813} = (c-v)\,v \cdot M \cdot 1{,}5464....$$

Digitized by Google

## §. 45

Alle die Versuche, die von bewährten Gelehrten über die Wirkung unterschlächtiger Wasserräder im horizontalen Gerinne angestellt sind, stimmen indeß darin überein, daß die so eben für die theoretische Nutzleistung aufgestellte Formel nicht in ihrer ganzen Größe gebraucht werden darf, sondern mit einem gewissen Erfahrungs-Coëficienten, einem Bruche, multiplicirt werden muß, um die wirkliche zu erhalten. Der Grund hiervon liegt theils in der Berücksichtigung des, allerdings möglichst kleinen, Raumes neben und unter dem Rade, durch welchen das Wasser unbenutzt verloren geht, theils darin, daß bei der Wirkung des Wassers durch den Stoß, in Vergleich zu der durch sein Gewicht, mindestens die Hälfte der disponiblen Leistung verloren geht. Der Coëfficient, den wir für vorliegenden Fall benutzen, oder mit dem wir obige Formel für die Leistung L zu multipliciren haben, ist = 0,59; wonach also obiges L sich verwandelt in

$$L = 0{,}59 \cdot 1{,}5464 \cdot (c - v)v \cdot M = 0{,}9124 \cdot (c - v)v \cdot M$$

d. h., um allgemein, ohne Berücksichtigung der verschiedenen Reibungs-Verluste, die mechanische Leistung eines unterschlächtigen Wasserrades im horizontalen geschlossenen Gerinne zu erhalten, subtrahire man von der mittleren Geschwindigkeit des Wassers die des Wasserrades im Theilkreise, beide in Fußen pro Sec. berechnet, multiplicire den Rest, einen nach dem andern, mit der Geschwindigkeit des Radtheilkreises, der Wassermenge einer Sec. und dem Bruche $\frac{9124}{10000}$.

### Beispiel.

Zum Umtriebe eines unterschlächtigen Wasserrades im horizontalen Gerinne liefere ein Bach in jeder Sec. 25 Cubikfuß Wasser, deren Strahl, im Augenblicke sei-

Digitized by Google

ner ersten Berührung mit der Schaufel, eine Geschwindigkeit von 16 Fuß pro Sec. hat; man fragt nach dem Kraftmomente dieses Rades, ohne vorerst auf die oben angedeuteten Nebenhindernisse Rücksicht zu nehmen.

Auflösung.

Es ist $M = 25$ Cubikfuß, $c = 16$ Fuß; mithin, zur Erreichung des größten Nutzeffectes, $v = \frac{1}{2} c = \frac{16}{2} = 8$ Fuß und deßhalb das mechanische Moment des Rades in 1 Sec., oder

$$L = (16—8)\ 8 \cdot 25 \cdot 0{,}9124 = 1460 \text{ Fußpfund.}$$

§. 46.

Schon allein die vorhin angedeuteten Verluste der verschiedenen Reibungen, der Wassermenge ꝛc. leiten von selbst auf den Gedanken hin, daß, selbst bei der zweckmäßigsten Construction, nicht alle die rohe Kraft, welche das Gefälle und die Wassermenge darbieten, bei dem Rade zur wirkenden Ausübung gelangen können; daß vielmehr, weil von ihr ein gewisser Theil verloren geht, auch nur ein anderer, übrig bleibender, Theil in Rechnung gebracht werden darf. Je zweckmäßiger aber die Maschine eingerichtet, desto größer ist dieser letzte Theil.

Nennen wir das ganze nutzbare Gefälle, oder die lothrechte Entfernung des Ober- und Unterwasserspiegels $= H$ (Fuß), die in jeder Secunde zu Gebote stehende Wassermenge $= M$ (Cubikfuße) und das Gewicht eines Cubikfußes Wasser $= \gamma$ (Pfund): so ist die Rohkraft, welche diese drei Factoren auszuüben vermögen,

$$= H \cdot M \cdot \gamma \text{ (Fuß-Pfund)}$$

zugleich der Maßstab, nach welchem man die Leistung einer jeden Maschine abzuschätzen vermag, wenn man $H \cdot M \cdot \gamma = 100$ Procent (%) setzt. Der Bruch, der das Verhältniß des wirklichen Leistungsvermögens einer Maschine zu dem der rohen Kraft oder zu 100% ausdrückt, wird dann ihr Wirkungsgrad genannt und

Digitized by Google

in der Folge stets mit dem (griechischen) Buchstaben $\eta$ (sprich äta) bezeichnet werden.

## §. 47.

Setzen wir in der Formel des §. 44

$$L = \frac{(c-v)\,v}{2 \cdot g} \cdot M\gamma$$

für v den Werth $\frac{1}{2}$ c: so wird

$$L = \frac{(c-\frac{1}{2}c)\frac{1}{2}c}{2g} \cdot M\gamma = \frac{\frac{1}{4}c^2}{2 \cdot g} \cdot M\gamma = \frac{1}{2} \cdot \frac{c^2}{4 \cdot g} \cdot M\gamma.$$

Es war aber nach §. 23 I. $\frac{c^2}{4g} = h$; folglich, durch Substitution dieses Werthes,

$$L = \frac{1}{2} \cdot h \cdot M\gamma = \frac{1}{2} H \cdot M \cdot \gamma.$$

Nach dem vorigen §. war die ganze vorhandene Rohkraft $= H \cdot M \cdot \gamma = 100\%$; es ist also der höchst möglichst zu erzielende (theoretische) Nutzeffect eines durch den Wasserstoß im geschlossenen Gerinne in Umdrehung gesetzten unterschlächtigen Rades $= \frac{1}{2} H \cdot M \cdot \gamma = 50\%$; oder die Hälfte der vorhandenen Rohkraft; ein Effect, der, wie wir in der Folge sehen werden, durch unzweckmäßige Anlagen, Zapfenreibung u. a. m. auf 35 bis 30%, ja sogar noch tiefer, herabgezogen werden kann.

## §. 48.

Ist die Wassermenge so bedeutend, daß zwei oder mehre Räder hintereinander in einem horizontalen Gerinne angelegt werden sollen: so können sie nicht mit gleicher Geschwindigkeit umgehen, wenn sonst ihre Effecte gleich sein sollen, weil das vom ersten Rade abfließende Wasser das zweite mit einer kleineren Geschwindigkeit trifft, als das erste u. s. f.

Liegen zwei Räder hinter einander in einem horizontalen Gerinne und ist

Digitized by Google

M die Wassermenge in 1 Sec.,
c die Geschwindigkeit des gegen das erste Rad strömenden Wassers,
v die Geschwindigkeit des ersten Rades im Theilkreise,
$c_1$ die Geschwindigkeit des gegen das zweite Rad strömenden Wassers,
$v_1$ die Geschwindigkeit des zweiten Rades im Theilkreise,
sämmtliche letzte vier Maße in Fußen pro 1 Sec. ausgedrückt: so ist, nach §. 44, ganz allgemein das mechanische Moment des ersten Rades, oder

$$L = \frac{(c - v)\, v}{2 \cdot g} \cdot M\gamma = (c - v)\, v \cdot \frac{M\gamma}{2 \cdot g} \quad (I).$$

Nachdem das Wasser seinen Stoß gegen das erste Rad vollendet hat, behält es noch die Geschwindigkeit des ersten Rades, so daß also $v = c_1$, mit welcher es gegen das zweite strömt. Es ist ferner das mechanische Moment des zweiten Rades, oder

$$L_1 = \frac{(c_1 - v_1)\, v_1}{2 \cdot g} \cdot M\gamma = (c_1 - v_1)\, v_1 \cdot \frac{M\gamma}{2 \cdot g}$$

Zur Hervorbringung des größten Nutzeffectes bei'm zweiten Rade wird aber erfordert, daß $v_1 = \frac{1}{2} c_1 = \frac{1}{2} v$ sei; also ist, wenn man diese Werthe in letzter Gleichung an die Stelle setzt, das mechanische Moment des zweiten Rades oder

$$L_1 = (v - v_1) v_1 \cdot \frac{M\gamma}{2 \cdot g} = (v - \tfrac{1}{2} v)\, \tfrac{1}{2} v \cdot \frac{M\gamma}{2 \cdot g} = \tfrac{1}{4} v^2 \cdot \frac{M\gamma}{2 \cdot g} \quad (II).$$

Weil aber beide Räder gleichen Nutzeffect haben sollen, also $L = L$; sein: so ist auch Formel I = der Formel II, oder

$$(c - v)\, v \cdot \frac{M\gamma}{2\,g} = \frac{v^2}{4} \cdot \frac{M\gamma}{2\,g}, \text{ oder, da } \frac{M\gamma}{2\,g}$$

beiden Seiten gemeinschaftlich,

Digitized by Google

$(c - v)\, v = \frac{v^2}{4}$ oder, indem man auf beiden Seiten durch v dividirt,

$c - v = \frac{v}{4}$ mithin $c = \frac{v}{4} + v = \frac{5}{4}\, v$ und

$$\text{deßhalb } v = \frac{4}{5} \cdot c$$

d. h. wenn zwei Räder hinter einander in einem horizontalen Gerinne liegen: so muß die Geschwindigkeit des ersten Rades $\frac{4}{5}$ von der des ankommenden Wasserstrahles und die Geschwindigkeit des zweiten Rades halb so viel oder $\frac{2}{5}$ desselben betragen.

Träte z. B. ein Wasserstrahl mit 15 Fuß Geschwindigkeit an das erste Rad: so muß dessen Umfangsgeschwindigkeit $= \frac{4}{5} \cdot 15 = 12$ Fuß und die des zweiten 6 Fuß betragen.

Setzt man, um die Gleichheit beider Ausdrücke I und II, d. i. $(c - v)\, v = \frac{v^2}{4}$ zu beweisen, in die Formel für das mechanische Moment des ersten Rades statt v den eben gefundenen gleichbedeutenden Werth $\frac{4}{5}\, c$: so wird

$$(c - v)\, v \cdot \frac{M\gamma}{2 \cdot g} = (c - \frac{4}{5}\, c) \frac{4}{5}\, c \cdot \frac{M\gamma}{2g} = \frac{4}{25}$$

$$c^2 \cdot \frac{M\gamma}{2 \cdot g} = \frac{2}{25} \cdot c^2 \cdot \frac{M\gamma}{g}. \quad \text{(III)}$$

und ebenfalls in die Formel für das mechanische Moment des zweiten Rades statt v das gleichbedeutende $\frac{4}{5}$ c: so erhält man

$$\frac{v^2}{4} \cdot \frac{M\gamma}{2\, g} = \frac{(\frac{4}{5}\, c)^2}{4} \cdot \frac{M\gamma}{2g} = \frac{\frac{16}{25}\, c^2}{4} \cdot \frac{M\gamma}{2 \cdot g} = \frac{4}{25}$$

$$c^2 \frac{M\gamma}{2 \cdot g} = \frac{2}{25} \cdot c^2 \cdot \frac{M\gamma}{g}. \quad \text{(IV)}.$$

Also ist, der Anforderung gemäß, Formel I = II = III = IV.

Digitized by Google

Setzen wir endlich für $c^2$ den gleichbedeutenden Werth des §. 23, 2 von 4 . g . h in dessen Stelle, so ist das mechanische Moment eins der beiden Räder

$$L = L_1 = \frac{2}{25} \cdot 4 \cdot g \cdot h \frac{M\gamma}{g} = \frac{8}{25} \cdot h \cdot M\gamma$$

und das beider oder

$2\,L = 2\,L_1 = \frac{16}{25}\,h \cdot M\gamma$; außerdem das Verhältniß der Umfangsgeschwindigkeiten des ersten Rades zum zweiten, wie $\frac{4}{5}$ . c zu $\frac{2}{5}$ c oder wie 2 zu 1.

## Beispiel.

Ein Fluß liefert in einer Sec. 50 Cubikfuß Wasser. Durch Aufstau kann der Oberwasserspiegel 2 Fuß über dem Grundbaume gehalten werden. Wenn nun in das horizontale Gerinne 2 Wasserräder von gleicher Wirkung gelegt werden sollen, wie groß wird das mechanische Moment eines Rades sein, mit Hintansetzung aller Nebenhindernisse und wie das Verhältniß der Umdrehungsgeschwindigkeiten beider?

## Auflösung.

Es ist $M = 50$ Cubikfuß, $h = H = 2$ Fuß, $\gamma = 52$ Pfund; mithin das mechanische Moment jedes einzelnen Rades oder

$L = L_1 = 0{,}59 \cdot \frac{8}{25} \cdot 2 \cdot 50 \cdot 52 = 981$ Fußpfund.

Geben wir der Geschützöffnung eine Höhe von 4 Zoll $= \frac{1}{3} = 0{,}3333...$ Fuß: so ist die mittlere Druckhöhe $= 2 - \frac{0{,}3333}{2} = 1{,}8333...$ Fuß und nach der Tabelle II des §. 24 die dieser Höhe entsprechende hypothetische Ausflußgeschwindigkeit des Strahles $= 8{,}2\sqrt{1{,}8333} = 11{,}1028$ Fuß pro Sec. Lassen wir nun der Oeffnung drei scharfe Kanten: so ist nach §. 28, 1 der Geschwindigkeitscoefficient $\varphi = 0{,}96$ und somit die wirkliche Ausflußgeschwindigkeit, oder

$$c = 0{,}96 \cdot 11{,}1028 = 10{,}6587 \text{ Fuß.}$$



Digitized by Google

Danach wird die Umfangsgeschwindigkeit des ersten Rades $v = \frac{4}{5} c = \frac{4}{5} \cdot 10{,}6587 = 8{,}5429$ Fuß und die des zweiten $v_1 = \frac{2}{5} \cdot c = \frac{2}{5} \cdot 10{,}6587 = 4{,}2714....$ Fuß pro Sec.

## §. 49.

Liegen in einem horizontalen Gerinne drei Räder hinter einander, die gleichen Effect leisten sollen und ist, mit Beibehalt der vorhinnigen Bezeichnung, noch $c_2$ die Geschwindigkeit des Wasserstrahles, wenn er das dritte Rad trifft und $v_2$ die Geschwindigkeit dieses dritten Wasserrades im Theilkreise: so ist

das mechanische Moment des ersten Rades $= (c - v) v \cdot \frac{M\gamma}{2g}$

„ „ „ „ zweiten „ $= (c_1 - v_1) v_1 \cdot \frac{M\gamma}{2g}$

„ „ „ „ dritten „ $= (c_2 - v_2) v_2 \cdot \frac{M\gamma}{2g}$

Der Effect des dritten Rades wird wieder am größten, wenn $v_2 = \frac{1}{2} c_2 = \frac{1}{2} v_1$ ist; folglich

$$(c_2 - v_2) v_2 \cdot \frac{M\gamma}{2 \cdot g} = (c_2 - \tfrac{1}{2} c_2) \tfrac{1}{2} c_2 \cdot \frac{M\gamma}{2g} = \tfrac{1}{4} c_2^2 \cdot \frac{M\gamma}{2 \cdot g}$$

weil aber $\frac{1}{2} c_2 = \frac{1}{2} v_1$, also auch $\frac{1}{4} c_2 = \frac{1}{4} v_1$: so ist ebenfalls

$$\tfrac{1}{4} c_2^2 \cdot \frac{M\gamma}{2 \cdot g} = \tfrac{1}{4} v_1^2 \cdot \frac{M\gamma}{2 \cdot g} = \text{dem Effecte des dritten Rades.}$$

Weil aber die Effecte sämmtlicher Räder gleich sein sollen: so wird der des dritten = sein dem des zweiten; oder

$$\tfrac{1}{4} v_1^2 \cdot \frac{M\gamma}{2g} = (c_1 - v_1) v_1 \cdot \frac{M\gamma}{2g} \text{ oder da } \frac{M\gamma}{2g} \text{ beiden Seiten gemeinschaftlich, } \tfrac{1}{4} v_1^2 = (c_1 - v_1) v_1 \text{ oder, durch}$$

Division mit $v_1$, $\frac{1}{4} v_1 = c_1 - v_1$ und deßhalb endlich $\frac{1}{4} v_1 + v_1 = c_1$ oder $v_1 = \frac{4}{5} c_1$ und $c_1 = \frac{5}{4} v_1$ oder auch, weil $c_1 = v$

$$v_1 = \tfrac{4}{5} v \text{ und } v = \tfrac{5}{4} v_1.$$

Digitized by Google

Setzt man diesen vorletzten Ausdruck $v_1 = \frac{4}{5} v$ in die Formel für die mechanische Leistung des zweiten Rades und berücksichtigt außerdem, daß $c_1 = v$ ist: so wird

$$(c_1 - v_1) v_1 \cdot \frac{M\gamma}{2 \cdot g} = (v - \tfrac{4}{5} v) \tfrac{4}{5} v \cdot \frac{M\gamma}{2 \cdot g} = \tfrac{4}{25} \cdot v^2 \cdot \frac{M\gamma}{2g}$$

= dem Effecte des zweiten Rades.

Es ist auch die Leistung des zweiten Rades gleich der des ersten und deßhalb

$$\frac{4}{25} \cdot v^2 \cdot \frac{M\gamma}{2g} = (c - v) v \cdot \frac{M\gamma}{2g} \text{ oder}$$

$$\frac{4}{25} v^2 = (c - v) v \text{ oder, durch Division mit } v,$$

$$\frac{4}{25} \cdot v = c - v; \text{ also } \frac{4}{25} \cdot v + v = c, \text{ d. i. endlich}$$

$$c = \frac{29}{25} \cdot v \text{ und}$$

$$v = \frac{25}{29} \cdot c.$$

Durch Substitution dieses Werthes von $v = \frac{25}{29} \cdot c$ in die Gleichung für das mechanische Moment des ersten Rades, erhält man

$$(c - v) v \cdot \frac{M\gamma}{2g} = (c - \frac{25}{29} \cdot c) \frac{25}{29} \cdot c \cdot \frac{M\gamma}{2g} = \frac{100}{841} \cdot c^2 \cdot \frac{M\gamma}{2g}$$

$$= \frac{100}{841} \cdot \frac{c^2}{2g} \cdot M\gamma$$

Nach §. 23, I ist $\frac{c^2}{4g} = h$ mithin $\frac{c^2}{2g} = 2h$ und somit die Leistung des ersten Rades

$$= \frac{100}{841} \cdot 2 \cdot h \cdot M\gamma = \frac{200}{841} \cdot h \cdot M \cdot \gamma$$

Sind nun wirklich die berechneten Effecte aller drei Räder einander gleich: so muß sein



Digitized by Google

$\frac{1}{4} v_1^2 \cdot \frac{M\gamma}{2g} = \frac{4}{25} \cdot v^2 \cdot \frac{M\gamma}{2g} = \frac{100}{841} \cdot c^2 \cdot \frac{M\gamma}{2g}$ oder

$\frac{1}{4} v_1^2 = \frac{4}{25} v^2 = \frac{100}{841} \cdot c^2.$

Setzen wir wieder, um dieses zu beweisen, nach dem Vorhergehenden $v_1 = \frac{4}{5} v$, also $v_1^2 = (\frac{4}{5} v)^2 = \frac{16}{25} \cdot v^2$: so ist

$$\frac{1}{4} v_1^2 = \frac{4}{25} v^2.$$

Setzen wir ferner $v = \frac{25}{29} \cdot c$: so ist $v_1 = \frac{4}{5} \cdot v$

$$= \frac{4}{5} \cdot \frac{25}{29} \cdot c = \frac{20}{29} \cdot c$$

also $v_1^2 = \left(\frac{20}{29} \cdot c\right)^2 = \frac{400}{841} \cdot c^2$, also auch $\frac{1}{4} v_1^2 = \frac{100}{841} \cdot c^2$.

Es ist also $\frac{1}{4} v_1^2 = \frac{4}{25} v^2 = \frac{100}{841} \cdot c^2$ oder die mechanischen Momente aller drei Räder, unter Beibehaltung der festgesetzten Geschwindigkeiten, einander gleich; was bewiesen werden sollte.

Das mechanische Moment jedes einzelnen Rades ist also $= \frac{200}{841} \cdot h \cdot M \cdot \gamma$ und die Summe aller drei $= 3 \cdot \frac{200}{841} \cdot h \cdot M \cdot \gamma = \frac{600}{841} \cdot h \cdot M \cdot \gamma.$

Vergleichen wir schließlich die Benutzung der vorhandenen Rohkraft, je nachdem eins, zwei oder drei Räder in einem horizontalen Gerinne liegen: so ist, von rein theoretischem Gesichtspuncte aus,

das mechanische Moment eines Rades im Gerinne $= \frac{1}{2} h \cdot M \cdot \gamma = 50\%$

Digitized by Google

Das Gesammtmoment zweier Räder im Gerinne

$$= 2 \cdot \frac{2}{25} \cdot \frac{c^2}{g} \cdot M\gamma = \frac{4}{25} \cdot 4 \cdot h \cdot M\gamma = \frac{16}{25} \cdot h \cdot M\gamma$$

$= 64$ %.

Das Gesammtmoment dreier Räder im Gerinne

$$= 3 \cdot \frac{200}{841} \cdot h \cdot M \cdot \gamma = \frac{600}{841} \cdot h \cdot M \cdot \gamma = 71{,}...\,\%.$$

woraus hervorgeht, daß man bei Anlage von sehr vielen Rädern hinter einander zuletzt $HM\gamma = 100$% sich dienstbar machen würde.

Die Umfangsgeschwindigkeit des ersten Rades ist $= v = \frac{25}{29} \cdot c$

Die Umfangsgeschwindigkeit des zweiten Rades ist

$$= v_1 = \tfrac{4}{5}\, v = \tfrac{4}{5} \cdot \frac{25}{29} \cdot c = \frac{20}{29} \cdot c$$

Die Umfangsgeschwindigkeit des dritten Rades ist

$$= v_2 = \tfrac{1}{2}\, v_1 = \tfrac{1}{2} \cdot \frac{20}{29} \cdot c = \frac{10}{29} \cdot c$$

oder ihr Verhältniß zu einander, wie 25 zu 20 zu 10 oder wie 5 zu 4 zu 2.

## Beispiel.

Ein Fluß liefere jede Sec. 80 Cubikfuß Wasser und habe ein Totalgefälle von 3 Fuß; wie groß wird das mechanische Moment eines jeden der drei Räder sein und wie das Verhältniß ihrer Umfangsgeschwindigkeiten, wenn die Ausflußöffnung an drei Seiten scharf und die Hubhöhe des Schützes 6 Zoll ist?

## Auflösung.

Es ist $M = 80$ Cubikfuß, $H = h = 3$ Fuß, die Hubhöhe $= \frac{1}{2}$ Fuß; mithin die mittlere Druckhöhe vor der Ausflußöffnung $= 3 - \frac{1}{4} = 2\frac{3}{4}$ Fuß.

Das mechanische Moment jedes einzelnen Rades ist, nach dem Vorhergehenden, $= \frac{200}{841} \cdot h \cdot M \cdot \gamma$

Digitized by Google

oder mit nöthiger Berücksichtigung des in §. 45 erwähnten Erfahrungscoëfficienten,

$$= \frac{59}{100} \cdot \frac{200}{841} \cdot 3 \cdot 80 \cdot 52 = 1751 \text{ Fußpfund pr. Sec.}$$

Die der mittleren Druckhöhe von $2\frac{3}{4}$ Fuß entsprechende hypothetische Ausflußgeschwindigkeit des Wasserstrahles ist, nach der Tabelle II des §. 24, = 13,5981 Fuß; mithin, mit Berücksichtigung des Geschwindigkeitscoëfficienten, nach §. 28, 1 die wirkliche Geschwindigkeit $c = 0{,}96 \cdot 13{,}5981 = 13{,}0542$ Fuß pro Sec.

Bei der gestellten Anforderung: dem gleichen Leistungsvermögen aller 3 Räder zu genügen, stellt sich heraus

die Umfangsgeschwindigkeit des ersten Rades $v = \frac{25}{29} \cdot c = \frac{25}{29} \cdot 13{,}0542 = 11{,}254$ Fuß pro Sec.

die Umfangsgeschwindigkeit des zweiten Rades $v_1 = \frac{20}{29} \cdot c = \frac{20}{29} \cdot 13{,}0542 = 9{,}\ldots$ Fuß pro Sec.

die Umfangsgeschwindigkeit des dritten Rades $v_2 = \frac{10}{29} \cdot c = \frac{10}{29} \cdot 13{,}0542 = 4\frac{1}{2}$ Fuß pro Sec.

## §. 50.

Da die Umfangsgeschwindigkeiten der Räder, nach Angabe des vorigen §., zu sehr von einander abweichen, als daß man im Innern der Mühle, um gleiche Umgänge der Steine zu erhalten, einer guten Anlage nicht leicht zu nahe treten sollte: so wird das Gesetz selten beobachtet und, da zu mehren Rädern im horizontalen Gerinne schon eine beträchtliche Wassermenge erforderlich ist: so hilft man sich, soweit es die gute Anlage der gehenden Werke gestattet, einigermaßen dadurch, daß jeder folgende Mahlgang mehr Umläufe des Steines, bei einem des Wasserrades, erhält; im Uebrigen aber giebt man gewöhnlich dem ersten Rade ungefähr die halbe Geschwindigkeit des anschlagenden Wassers; läßt es aber

Digitized by Google

so hoch über dem Gerinneboden gehen, daß eine Quantität Wasser unbenutzt darunter wegfließen und dem folgenden Rade zu Hülfe kommen kann. So verfährt man auch mit jedem folgenden Rade. Ist allerdings diese Einrichtung nicht die vortheilhafteste, am Wenigsten annähernd mathematisch richtige: so ist doch selten, daß mehre Räder hinter einander in ein horizontales Gerinne gelegt werden und kann allenfalls nur bei Pansterrädern vorkommen.

## §. 51.

Um aus der Umfangsgeschwindigkeit eines Rades seine Umgänge in 1 Minute berechnen zu können, wenn dessen Durchmesser bekannt ist, sei

R der Halbmesser des Rades,

u seine Umgänge in einer Minute

v dessen Geschwindigkeit, d. i. am Ende des Halbmessers R, oder in dem von ihm beschriebenen Umkreise; dann ist

$$u = \frac{60 \cdot v}{2 \cdot \pi \cdot R} = \frac{60}{2 \cdot 3{,}141...} \cdot \frac{v}{R} = 9{,}5493... \frac{v}{R} \text{ pro } 1$$

Minute und

$$v = \frac{\pi \cdot u \cdot R}{30} = \frac{3{,}141...}{30} \cdot u \cdot R = 0{,}1047....$$

u . R pro Secunde,

d. h., um die Umgänge eines Rades in 1 Minute zu finden, wenn dessen Umfangsgeschwindigkeit und Halbmesser bekannt sind, multiplicire man die Zahl $9 \frac{5493}{10000}$ mit der Umfangsgeschwindigkeit und dividire das erhaltene Product durch den Halbmesser.

2. Zur Auffindung der Umfangsgeschwindigkeit eines Rades, wenn dessen Halbmesser und Umgänge pr. Minute gegeben sind, multiplicire man das Product der letzten beiden mit dem Bruche $\frac{1047}{10000}$.

Digitized by Google

Hiernach würde, wenn wir den in dem Beispiele des §. 49 abgeleiteten Umfangsgeschwindigkeiten von 11,254, 9 und $4\frac{1}{2}$ Fuß pro Sec. beziehungsweise die Halbmesser von 7, 8 und 9 Fuß gäben,

das erste Rad in 1 Minute an Umgängen vollenden: $u = 9{,}5493 \cdot \frac{11{,}254}{7} = 15{,}352...$

das zweite Rad in 1 Minute an Umgängen vollenden: $= 9{,}5493 \cdot \frac{9}{8} = 10{,}743....$

das dritte Rad in 1 Minute an Umgängen vollenden: $= 9{,}5493 \cdot \frac{4{,}5}{9} = 4{,}7740....$

Wir sind durch diese Formeln ebenfalls in den Stand gesetzt, die Umfangsgeschwindigkeit des Blechrädchens AB Fig. 3 (Taf. I), §. 8, oder, was dasselbe sagen will, die Oberflächengeschwindigkeit des fließenden Wassers zu berechnen. Es ist nämlich der Halbmesser jenes Rädchens = 3 Zoll = 0,25 Fuß, seine Umgänge in 1 Minute = 379,986..., mithin seine Umfangsgeschwindigkeit, d. i.

$v = 0{,}1047 \cdot u \cdot R = 0{,}1047 \cdot 379{,}986 \cdot 0{,}25$
$= 9{,}946....$ Fuß pro Secunde,

dasselbe Resultat, das dort, auf einem allerdings etwas weitläufigeren Wege erzielt wurde.

## B. Pansterräder.

### §. 52.

Ganz auf dieselbe Weise wie bei Staber- und Straubrädern, läßt sich auch bei den Pansterrädern ein Unterschied einführen und sind letztere von ersten nur in ihrer größeren und festeren Bauart verschieden. An großen Flüssen, die öfteren und anhaltend stärkeren Anschwellungen ausgesetzt sind, pflegt man mit mehr Nutzen Panster- als einfaches Geschirr anzulegen, weil, durch

Digitized by Google

die dazu vorhandenen Vorrichtungen, das Wasserrad sammt Welle mit dem Steigen des Unterwassers gleichmäßig in die Höhe gewunden und, sobald dies Steigen eine nach Verhältniß der Bauart nicht zu bedeutende Höhe erreicht, der Betrieb der Mühle nicht gestört zu werden braucht. In Hinsicht der Hebevorrichtungen unterscheidet man:

1) Stock-Panster, wo beide Zapfenlager in Nuthen gehen, durch welche, in der Richtung der Wasserwelle, eiserne Bolzen gesteckt werden, die den Angewellen als Unterlager dienen. Die Angewelle selbst werden durch beliebige einfache Hebevorrichtungen in die verlangte Höhe gebracht. Zweckmäßiger ist

2) Das Zieh-Panster, wo beide Angewelle in starke Rahmen eingezapft sind, die ebenfalls in verticalen Nuthen gehen. An dem oberen Querriegel eines jeden Rahmens ist eine starke Kette befestigt, die auf eine, in dem obern Theile des Mühlengebäudes liegende Welle sich windet, welche durch vorgelegtes Räderwerk mittelst Menschenhänden in Bewegung gesetzt und gehalten werden kann. Durch Vor- und Zurückdrehen dieser Räder und Welle wird das Wasserrad gleichmäßig gehoben oder gesenkt, je nachdem das Unter- oder Oberwasser dies erforderlich macht.

## §. 53.

Was die Berechnung der Kraftleistung von Pansterrädern anlangt: so läßt sich dieselbe ganz und gar auf die der Straub- und Staberräder zurückführen, sie mögen in horizontalen oder geneigten Gerinne liegen. Weil aber, selbst bei dem kleinsten Wasserstande und namentlich, wenn mehre Räder hinter einander in einem Gerinne liegen, diese Räder nie so nahe dem Gerinneboden gehen: so wird der Wasserverlust dadurch bedeutender; gewöhnlich aber deßhalb weniger beachtet, weil hinreichendes Wasser zum wirklichen Umtriebe der Mühlen übrig zu bleiben pflegt. Die große Breite (deren

Digitized by Google

Bestimmung siehe weiter unten) der Pansterräder macht sie deßhalb auch fähig, zwei oder mehre Mahlgänge zugleich in Umtrieb zu setzen.

§. 54.

Um dies erste Capitel nicht zu sehr mit mathematischen Formeln zu überladen, wird dem Verfasser gestattet sein, über Manches sich jetzt kürzer zu fassen, da in dem Folgenden „über die Räder im geneigten Gerinne" auf manche Ableitung des ersten zurückgewiesen und dagegen wieder mancher andere Gegenstand, über den wir hier noch hinweggingen, dort ausführlicher behandelt werden wird. Der Verfasser hofft, den mit der Entwikkelung mathematischer Formeln weniger vertrauten Müller auf diese Weise allmälig zu einer immer klareren Anschauung derselben hinzuleiten und am Ende des ganzen Werkes dahin gelangt zu sein, auf die wichtigsten Umstände, die auf den Gang einer Mühle von erheblichem Einflusse sind. in seinen Rechnungen Bedacht nehmen zu können, ohne befürchten zu müssen, dadurch der Deutlichkeit zu nahe zu treten. Aus diesen Gründen wenden wir uns von dieser Gattung Mühlenräder ab zu

## C. den Schiffmühlenrädern.

§. 55.

Auf sehr großen Flüssen, deren Wasser keine Einengung in Gerinne mehr zulassen, pflegt man an denjenigen Stellen, wo sie die stärkste Strömung haben, Schiffmühlen anzulegen, deren Construction nach Maßgabe der Gängezahl verschieden, im Allgemeinen aber folgende ist:

Auf einem Kahne AB, Fig. 19 (Taf. II), der vermittelst Ketten und Anker mehrseitig am Grundbette und den Ufern des Stromes befestigt ist, steht das Mühlengebäude CD, durch dessen zwei gegenüberliegende, mit

Digitized by Google

dem Strome parallel laufende, Wände die Mühllenwelle WW hindurchgeht und auf beiden Seiten so weit vorsteht, als die Breite der beiden Wasserräder es erfordert. Diese Räder bestehen nicht mehr aus Kränzen, sondern aus lauter einzelnen Schaufelbrettern 1, 2, 3,...., deren jedes, nach Beschaffenheit seiner Länge, an mehre durch die Welle gehende Arme aa, bb,.... unmittelbar befestigt ist. Man macht die Räder 12 bis 18 Fuß hoch und eben so breit und giebt ihnen 8 bis 24 Schaufeln. Die Unterstützung der Welle in den beiden Seitenwänden des Gebäudes zwischen den Wasserrädern, wie in x, x, geschieht nach Art der Windmühlenwellen, durch in den abgedreheten Hals vorspringend eingelegte schmale Stahlplatten, die auf einer Unterlage von Stein, Gußeisen oder Metall laufen. Die durch die starken Hülsen entstehende bedeutende Reibung empfiehlt auch hier die dünneren eisernen Wellen vor den hölzernen.

Eine andere Methode in der Erbauung von Schiffmühlen besteht darin, daß man zwei Kähne fest mit einander durch Gebälke verbindet, auf dem einen, größeren, das eigentliche Mühlengebäude errichtet und den andern, kleineren, gleichsam nur als Zapfenlager benutzt; während der andere Zapfen im Hauptgebäude ruht. Beide Kähne sind so weit von einander entfernt, daß zwischen ihnen ein Wasserrad umgehen kann.

Die Nutzleistungen der Schiffmühlenräder sind aus doppelten Gründen kleiner, als die der in geschlossenen Gerinnen hängenden Wasserräder; denn es weicht hier nicht nur ein Theil des Wassers zur Seite der Schaufeln und unter denselben aus; sondern es geht auch ein größeres Wasserquantum durch das Rad, ohne zum Stoße zu gelangen, weil die Anzahl der eingetauchten Schaufeln sehr klein, zuweilen sogar nur $1\frac{1}{2}$ bis 2 ist.

## §. 56.

Um die mechanische Leistung eines im freien Strome hängenden Schiffmühlenrades zu finden, sei

c die Geschwindigkeit des Wassers

Digitized by Google

v die Geschwindigkeit des Rades, im Schwerpuncte der eingetauchten Schaufelfläche, die, um den größten Effect hervorzubringen $= \frac{1}{3}$ c sein muß,

n die Anzahl der Radschaufeln,

$n_1$ die Anzahl der eingetauchten Schaufeln

e die Höhe der eingetauchten Schaufelfläche, in deren halber Höhe man ihren Schwerpunct annehmen kann

F der Quadratinhalt des eingetauchten Theiles der Schaufelfläche

R der größte Halbmesser des Rades

dann ist, ohne Rücksicht auf Reibung, nach Weißbach §. 125, das mechanische Moment eines solchen Rades, oder

$$L = \tfrac{2}{3}\, n_1\, (c - v)^2 \cdot v \cdot F \cdot \frac{\gamma}{2 \cdot g}$$

oder, da sich $n_1$ im Wege der Rechnung $= n \cdot 0{,}45\sqrt{\frac{e}{R}}$ herausstellt,

$$L = \tfrac{2}{3}\left(n \cdot 0{,}45\sqrt{\frac{e}{R}}\right)\left(c - v\right)^2 \cdot v \cdot F \cdot \frac{52}{2 \cdot 16{,}813}$$

$$= \tfrac{2}{3}\left(n \cdot 0{,}45\sqrt{\frac{e}{R}}\right)\left(c - \tfrac{1}{3}c\right)^2 \cdot \tfrac{1}{3}\, c \cdot F \cdot 1{,}5464$$

$$= \left(n \cdot 0{,}45\sqrt{\frac{e}{R}}\right) \cdot \tfrac{2}{3} \cdot \tfrac{4}{27} \cdot c^3 \cdot F \cdot 1{,}5464$$

$$= \left(n \cdot 0{,}45 \cdot \sqrt{\frac{e}{R}}\right) c^3 \cdot F \cdot 0{,}152732.... = n_1 \cdot c^3 \cdot F \cdot 0{,}1527....$$

$$= 0{,}06873 \cdot n \cdot c^3 F \cdot \sqrt{\frac{e}{R}}.$$

## Beispiel.

Welche Leistung verspricht eine Schiffmühle mit 2 Rädern, jedes von 14 Fuß Höhe und mit 12 vierzehn Fuß langen Schaufeln, die 1 Fuß tief ins Wasser tauchen, wenn letzteres mit 6 Fuß Geschwindigkeit anstößt?

Digitized by Google

## Auflösung.

Es ist $c = 6$ Fuß, $F = 14 \cdot 1 = 14$ □Fuß, $e = 1$ Fuß, $R = 7$ Fuß, $n = 12$, mithin die Leistung, oder

$$L = 0{,}06873 \cdot 12 \cdot 6^3 \cdot 14 \sqrt{\tfrac{1}{7}} = 942{,}67 \text{ Fußpfund pro Secunde.}$$

Wollen wir die Formel $L = n_1 \cdot c^3 \cdot F \cdot 0{,}1527\ldots$ gebrauchen: so ist zuerst

$$n_1 = n \cdot 0{,}45 \cdot \sqrt{\frac{e}{R}} = 12 \cdot 0{,}45 \cdot \sqrt{\tfrac{1}{7}} = 2{,}041, \text{ mithin ebenfalls } L = 2{,}041 \cdot 6^3 \cdot 14 \cdot 0{,}1527\ldots = 942{,}67 \text{ Fu pfund.}$$

Danach ist die Leistung beider Räder = 1985..... Fußpfund; von welchem Resultate noch zunächst die sehr bedeutende Achsenreibung abzuziehen ist.

## §. 57.

Es scheint uns am Ende dieses Capitels die Berechnung der schon mehrfach erwähnten Zapfenreibung, oder der Größe des Arbeitsvermögens, das durch die Reibung am Umfange des Zapfens in jeder Secunde verloren geht, am passenden Orte zu sein.

Man unterscheidet zweierlei Arten der Reibung von einander; nämlich: die gleitende und rollende oder wälzende. Erstere findet namentlich bei allen in festen Lagern umgehenden Zapfen, letztere bei (runden) Körpern Statt, die aufeinander fortgerollt oder gewälzt werden. Wir haben es vorzugsweise mit der gleitenden Reibung zu thun, und wenn wir im folgenden §. auch der rollenden erwähnen, so geschieht dies weniger wegen ihrer Wichtigkeit für uns, als wegen ihres Vorkommens bei den, die gleitende Reibung bedeutend vermindernden, Frictionsrollen. Angestellte Beobachtungen über die gleitende Reibung haben folgende Resultate geliefert:

Digitized by Google

| Angabe der sich reibenden Körper. | Zustand der Reibungsfläche und Gattung der Schmiere. | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | trocken od. wenig fettig | fettig mit Wasser benetzt | geschmiert und mit Wasser benetzt | Oel, Talg oder Schmierfett: auf gewöhnliche Art | Oel, Talg oder Schmierfett: gut unterhalten | sehr weiche und gereinigte Wagenschmiere | Schweineschmalz mit Graphit | fettig |
| Glockengut auf Glockengut | — | — | — | 0,097 | — | — | — | — |
| Gußeisen auf Glockengut | — | — | — | — | 0,049 | — | — | — |
| Schmiedeeisen auf Glockengut | 0,251 | 0,189 | — | 0,075 | 0,054 | 0,090 | 0,111 | — |
| = auf Gußeisen | — | — | — | 0,075 | 0,054 | — | — | — |
| Gußeisen auf Gußeisen | — | 0,137 | 0,079 | 0,075 | 0,054 | — | — | 0,137 |
| = auf Guajakholz | 0,185 | — | — | 0,100 | 0,092 | — | 0,109 | 0,140 |
| Guajakholz auf Gußeisen | — | — | — | 0,116 | — | — | — | 0,153 |
| = auf Gunjakholz | — | — | — | — | 0,070 | — | — | — |

Digitized by Google

Der aus der Tabelle ersichtlich kleinste Reibungscoëfficient, der bei gewöhnlich geschmierten Mühlenrädern vorkommen möchte, ist für Gußeisen auf Gußeisen = 0,075; wir wollen indeß für die Folge, theils wegen der leichteren Rechnung und, wenn nicht besondere Fälle eine Aenderung erheischen, theils um lieber zu viel als zu wenig von dem Leistungsvermögen eines Rades abzurechnen, statt 0,075 stets setzen = 0,1.

Setzt man nun das Gewicht des armirten Wasserrades, d. h. der Welle mit sämmtlichen unmittelbar mit ihr verbundenen Rädern und bei ober- und rückenschlächtigen Wasserrädern auch noch das Gewicht des in den Zellen befindlichen Wassers = G, den Zapfenhalbmesser = r, den Reibungscoëfficienten = f, die Umgänge des Rades in 1 Minute = u, die Geschwindigkeit am Umfange des Zapfens = v: so ist die Arbeit der Zapfenreibung in jeder Secunde, oder

$$R = f \cdot G \cdot v.$$

Da aber, nach §. 51, $v = 0{,}1047 \cdot u \cdot r$: so ist die Arbeit der Zapfenreibung

$$R = f \cdot G \cdot 0{,}1047 \cdot u \cdot r$$

oder wenn wir für $f = 0{,}1$ setzen,

$$R = 0{,}1 \cdot G \cdot 0{,}1047 \cdot u \cdot r = 0{,}01047 \cdot G \cdot u \cdot r.$$

wo das Gewicht G leicht mittelst einfacher Rechnung bestimmt wird. Die Arbeit der Zapfenreibung wächst also mit dem Zapfendrucke, dem Zapfenhalbmesser und der Umdrehungszahl gleichmäßig. Es ist daher eine practische Regel: bei umgehenden Maschinen den Zapfendruck nicht unnöthig durch große Gewichte zu erhöhen, die Zapfen nur so stark zu machen, als die Festigkeit auf die Dauer es verlangt, und endlich auch nicht sehr viele Umdrehungen in 1 Minute zuzulassen, wenn es nicht andere Umstände durchaus erfordern.

Die Stärke der Zapfen, nach Verhältniß der auf ihnen ruhenden Last, zu bestimmen, behalten wir uns für später vor.

Digitized by Google

### Beispiel.

Wieviel Kraft geht durch die Reibung bei einem Wasserrade in jeder Sec. verloren, das 7850 Pfund wiegt, 3 Zoll starke Zapfen hat und $12\frac{1}{2}$ mal in 1 Minute umgeht, den Reibungscoefficienten $f = 0{,}1$ gerechnet?

### Auflösung.

Es ist $G = 7850$ Pfund, $r = 1\frac{1}{2}$ Zoll $= \frac{1}{8} = 0{,}125$ Fuß und $u = 12{,}5$: demnach der Reibungsmoment pro Sec., d. i.

$$R = 0{,}01047 \cdot 7850 \cdot 12{,}5 \cdot 0{,}125 = 128{,}42$$ Fußpfund.

### §. 58.

Durch Anwendung eines Frictionsrades, das man statt des festen Zapfenlagers gebraucht, wird die Arbeit der Zapfenreibung bedeutend vermindert und zwar in dem Verhältniß, als der Durchmesser der Rolle GH, Fig. 20 (Taf. II), größer ist, als der Durchmesser ihres Zapfens D. Man hat also ein solches Frictionsrad immer so groß zu machen, als nur immer möglich und sollte wenigstens mit seinem Durchmesser nicht zu weit unter einen Fuß hinabgehen.

### Erstes Beispiel.

Wie groß wird der Arbeitsverlust des Rades aus vorigem §. sein, wenn dessen Zapfen auf einem Frictionsrade laufen von 12 Zoll Scheiben- und $1\frac{3}{4}$ Zoll Zapfendurchmesser?

### Auflösung.

Die erwähnten Orts berechnete Reibung betrug 128,42 Fußpfund; das Verhältniß der beiden Durchmesser eines Frictionsrades ist $= \frac{12}{1\frac{3}{4}} = 6\frac{6}{7} = 6{,}857\ldots$

Digitized by Google

mithin der Arbeitsverlust bei einer Frictionsrolle $= \frac{128,42...}{6,857...}$ $= 18,729$ Fußpfund pro Sec., vorausgesetzt, daß das Gewicht der Frictionsrolle und die wälzende Reibung des großen Wellzapfens an ihrem Umfange, so wie in K und L, unberücksichtigt geblieben sind; was geschehen darf, ohne einen beachtenswerthen Fehler zu begehen. Die durch eine Frictionsrolle so auffällig verminderte Zapfenreibung sollte billig dieselben schon mehr in Anwendung gebracht haben, als bis jetzt geschehen.

Es ist hinreichend, das Reibungsmoment für einen Zapfen zu berechnen, wenn man auf ihn allein das ganze Gewicht der Maschine reducirt, statt von zweien jedem die Hälfte zuzutheilen. Eben so ist, in Beziehung auf Reibung, die Länge eines Zapfens gleichgültig.

Man pflegt auch wohl zwei Frictionsrollen anzulegen, indem man den Wellzapfen CEF, Fig. 21 (Taf. II), auf den Umfängen EH und GF der dicht hinter einander liegenden und um D und K drehbaren Räder ruhen läßt. Die Reibung wird indeß um so größer, je weiter die Zapfen D und K von einander liegen, oder je größer der Winkel DCK, den die Druck- und Mittelpunctslinien zwischen sich einschließen, wird. Sie wird somit am Größten, wenn dieser Winkel 180 Grad beträgt; d. h., wenn die Mitte aller drei Zapfen in einer geraden Linie liegen, oder der Hauptwellzapfen wieder auf festem Lager sich befindet.

Bezeichnen wir den Durchmesser einer Rolle mit D, den des zugehörigen Zapfens mit d, den Winkel DCK mit $\alpha$ (sprich alpha): so ist die Arbeit dieser Zapfenreibung $\frac{d}{D \cdot \text{cosinus } \frac{\alpha}{2}}$ *) mal so groß, als ohne dieselben.

*) Anmerkung. Beschreibt man mit einem willkürlichen Halbmesser AC = CB, Fig. 22 (Taf. II), einen Bogen AF, fället von



Digitized by Google

## Zweites Beispiel.

Es sei der Winkel DCK $= \alpha = 60$ Grad; wie groß wird obige Zapfenreibung von 128,42 Fußpfund bleiben, wenn die Durchmesser der gleich großen Scheiben und Zapfen wie vorhin 12 und $1\frac{3}{4}$ Zoll betragen?

## Auflösung.

Nach dem Vorhinnigen ist jetzt die durch die Zapfenreibung verloren gehende Arbeit

---

einem beliebigen Puncte **B**, wo der Bogen **AF** von dem einen Schenkel **EC** des Winkels **ECA** geschnitten wird, auf **AC** ein Loth **BD**, errichtet in **A** ein zweites Loth **AE**, das von dem verlängerten Halbmesser **CB** in **E** geschnitten wird: so ist, in Beziehung auf den Winkel **ECA**,

1) den Längenwerth der Linie **BD**, dividirt durch den Längenwerth von **BC**, = dem **sinus** des Winkels **BCA**; oder

$$\frac{BD}{BC} = \text{sinus BCA}, \text{ mithin } BD = BC \times \text{sin. BCA}$$

2) $\frac{DC}{BC} = \text{cosinus BCA}$, mithin $CD = BC \cos. BCA$

3) $\frac{AE}{BC} = \text{tangente BCA}$, mithin $AE = BC \cdot \text{tg. BCA}$; u. s. w.

Nimmt man den Halbmesser $AC = BC = I$ an: so ist 1) $BD = \sin. BCA$
2) $CD = \cos. BCA$
3) $AE = \text{tg. BCA}$

Mittelst der trigonometrischen Tafeln kann man die Größe eines jeden Winkels berechnen, wenn ein Winkel und 2 Seiten bekannt sind.

Beispiel. Wie groß ist $\sphericalangle$ **BCA**, wenn $BC = 3\frac{1}{4}$ Zoll und $BD = 2\frac{1}{8}$ Zoll lang sind?

Auflösung Nach **I.** ist $\sin. BCA = \frac{BD}{BC} = \frac{2\frac{1}{8}}{3\frac{1}{4}} = 0{,}65385 =$ 40 Grad und beinahe 50 Minuten, denn $\log 0{,}65385 = 0{,}8154756 - 1 = 9{,}8154756 - 10$ und die hierzu gehörige Zahl aus den logarithmischen Tafeln $= 40°50'$.

Digitized by Google

$$= 128{,}42 \cdot \frac{d}{D \cdot \cos. \frac{\alpha}{2}} = 128{,}42 \cdot \frac{1\frac{1}{4}}{12 \cdot \cos. 30^{0}}$$

$$= \frac{224{,}735}{12 \cdot 0{,}86603} = 21{,}625$$ Fußpfund pro Sec., also immer noch etwas mehr Verlust, als bei einer Rolle.

Ueber das an stehenden Zapfen und zwischen den Zähnen der Kammräder durch die Reibung verloren gehende Arbeitsvermögen wird gehörigen Orts das Nöthige erwähnt werden.

## Zweites Capitel.

### Von den unterschlächtigen Wasserrädern im geneigten Schnurgerinne.

### A. Staber- und Straubräder.

§. 59.

Bezeichnet $AA_1$ den Ober- und E E den Unterwasserspiegel in Fig. 23 (Taf. II), $DA = h$ die senkrechte Höhe des Oberwasserspiegels $AA_1$ über der Mitte L der nach der Richtung des Halbmessers MG und auf dem Gerinneboden BG senkrecht stehenden Schaufel, die Geschwindigkeitshöhe des anschlagenden Wassers,

$AB = h_1$ den Wasserstand oder die senkrechte Entfernung des Fachbaumes unter $AA_1$,

$CB = e$ die senkrechte Höhe der Schützöffnung,

$AC = h_2$ das Druckwasser, oder die senkrechte Höhe des Oberwassers über der Schützöffnung,



Digitized by Google

BE = $h_3$ das lebendige Gefälle im Gerinne, d. i. der senkrechte Abstand des Fachbaumes vom Unterwasserspiegel,

$A_1E$ = H das ganze nutzbare Gefälle, oder die senkrechte Entfernung des Ober- und Unterwasserspiegels,

c die Geschwindigkeit des ans Rad schlagenden Wassers,

v die Geschwindigkeit der Mitte der ausweichenden Schaufel

so ist auch hier allgemein das mechanische Moment des Rades

$$= \frac{(c-v)\ v}{2g} \cdot M\gamma = \tfrac{1}{2} \cdot h \cdot M \cdot \gamma.$$

Die in §. 45 erwähnten, auch bei Rädern im geneigten Gerinne angestellten, Versuche haben den Berichtigungs-Coefficienten, mit welchem die theoretische Leistung multiplicirt werden muß, um die wirkliche zu bekommen, als 0,61 herausgestellt; so daß nun wieder sein wird, ohne Berücksichtigung der Reibung,

$$L = 0{,}61\left(\frac{(c-v)\ v}{2g}\right) M \cdot \gamma$$

$$= \frac{0{,}61 \cdot 52}{2 \cdot 16{,}813} \cdot (c-v)\ v \cdot M.$$

$$= 0{,}94332 \cdot (c-v)\ v \cdot M.$$

## Beispiel.

Welche mechanische Leistung verspricht ein 14 Fuß hohes Wasserrad, dem in jeder Sec. 26 Cubikfuß Aufschlagewasser und ein Totalgefälle von 4½ Fuß zu Gebote stehen, wenn auf das Standwasser (AB Fig. 23) (Taf. II), 3½ Fuß, also auf das lebendige Gefälle (BE) im Gerinne 1 Fuß verwandt werden, das Geschütz ½ Fuß hoch (BC) gehoben und 45° gegen den Horizont geneigt ist, außerdem auf die Reibung Rücksicht genommen werden soll?

Digitized by Google

## Auflösung.

Es ist $M = 26$ Cubikfuß, $H = 4{,}5$ Fuß, $h_1 = 3{,}5$ Fuß, $h_3 = 1$ Fuß, die Höhe der Schützöffnung $e = 0{,}5$ Fuß; folglich die mittlere Druckhöhe $= h_1 - \frac{1}{2} e = 3{,}5 - \frac{0{,}5}{2} = 3{,}25$ Fuß.

Ist nun die untere Kante des 45° geneigten Schüzzes scharf, die beiderseitigen Griessäulen aber nach dem Strahle abgerundet: so ist, nach §. 28, 5, die wirkliche Ausflußgeschwindigkeit des Wassers $= \frac{97}{100}$ der hypothetischen, oder $= 0{,}97 \sqrt{4 \cdot g (h_1 - \frac{1}{2} e)} = 0{,}97 \cdot 8{,}2 \sqrt{3.25} = 0{,}97 \cdot 14{,}7827 = 14{,}339...$ Fuß pro Sec. $= c_1$.

Von der Kropfschwelle B bis zuunterst des Rades in G hat das Gerinne noch ein Gefälle vou $4\frac{1}{2} - 3\frac{1}{2} = 1$ Fuß, wovon einmal die Hälfte bis in L, wegen der Strahlhöhe im Gerinne, abgeht, das andere mal die (untere) Hälfte der Geschützhubhöhe zuzurechnen ist. Der mit 14,339... Fuß aus der Geschützöffnung strömende Wasserstrahl hat also noch $1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ Fuß frei zu durchfallen, ehe er zur vollen Wirkung gelangt. Hierdurch wächst seine Geschwindigkeit bis

$c = \sqrt{c_1^2 + 4g \cdot \frac{3}{4}} = \sqrt{(14{,}339)^2 + (3.16{,}813)} = \sqrt{256{,}059}$
$= 16{,}...$ Fuß pro Sec.

Ist ferner, zur Hervorbringung des größten Nutzeffectes, $v = \frac{1}{2} c = 8$ Fuß, so ist, ohne Reibung, das mechanische Moment des Rades, oder

$L = 0{,}94332 \cdot (16 - 8)\ 8 \cdot 26 = 1569{,}6...$ Fußpfund.

Die Formel für die Reibung ist nach §. 57 $R = 0{,}01047 \cdot G \cdot u \cdot r$, wo bekanntlich G das Totalgewicht der Welle, des Wasserrades nebst allen fest mit beiden verbundenen Theilen, u die Umgänge des Rades in 1 Minute und r den Zapfenhalbmesser bedeuten.

1) Das Gewicht des Wasserrades mit Zubehör berechnet sich in folgender Weise:

Digitized by Google

Die äußerste Radhöhe beträgt 14 Fuß, die Kranzbreite sei = 1 Fuß, dessen Dicke = 4 Zoll = $\frac{1}{3}$ = 0,3333.... Fuß, die Anzahl der Schaufeln = 36 Stück, jede von der Dicke = $1\frac{1}{2}$ Zoll = $\frac{1}{8}$ = 0,125 Fuß, die lichte Weite des Rades = also die Schaufellänge = $3\frac{1}{2}$ Fuß, die Zahl der durch die Welle gesteckten Arme = 4, die Länge der Welle = 20 Fuß, ihr Durchmesser 20 Zoll = $1\frac{2}{3}$ = 1,6666 Fuß: dann ist

a. der Flächeninhalt eines Kreisringes zu ermitteln, wenn man das Quadrat des inneren Halbmessers (r) vom Quadrat des äußern Halbmessers (R) abzieht und den Rest mit $\pi$ = 3,1415926... multiplicirt. Danach $(R^2 - r^2)\ \pi = (7^2 - 6^2)\ 3{,}141...$ 40,842 □Fuß. Um den Cubikgehalt desselben Ringes zu ermitteln, multiplicire man dessen Flächeninhalt mit seiner Dicke und man erhält 40,842 mal 0,3333 = 13,614 Cubikfuß. Nimmt man das Gewicht eines (hannoverschen) Cubikfußes frischen Buchenholzes, aus welchem die Kränze angefertigt sein mögen, im Mittel zu 48 Pfunden an: so wiegt ein Kranz 13,614 mal 48 = 653½ Pfund; mithin beide Kränze = 1307 Pfund.

b. Eine buchene Radschaufel ist $3\frac{1}{2}$ Fuß lang, 1 Fuß breit, $1\frac{1}{2}$ Zoll = 0,125 Fuß dick, hat somit einen Gehalt von 3,5 • 1 • 0,125 = 0,4375 Cubikfuß und ein Gewicht von 0,4375 • 48 = 21 Pfund; folglich wiegen 36 Schaufeln 36 • 21 = 756 Pfund.

c. Die eichene Welle hat bei 20 Fuß Länge und 1,6666 Fuß Dicke einen Inhalt von $\left(\frac{1{,}6666}{2}\right)^2 \cdot 3{,}141...$ × 20 = 43,633... Cubikfuß. Nehmen wir dabei an, daß $\frac{3}{5}$ Theil der Welle, als außenliegend, stets naß bleiben und deßhalb ihr Holz als ganz frisch, 1 Cubikfuß = 50 Pfund; während $\frac{2}{5}$ Theil derselben, als im Mühlengebäude liegend, als halbtrocken, 1 Cubikfuß = 45 Pfund, anzusehen ist: so stellt sich das Gewicht der Welle also heraus:

$\frac{3}{5} \cdot 43{,}633 \cdot 50 = 1308{,}99$
$\frac{2}{5} \cdot 43{,}633 \cdot 45 = 785{,}34$ } giebt durch Addition 2094 Pfund.

Digitized by Google

d. Die das Rad tragenden 4 buchenen Arme werden durch die Welle in 8 gleiche Theile getheilt, von denen jeder $7 - 1 - \frac{5}{8} = 5\frac{1}{8} = 5{,}1666...$ Fuß lang ist, bei einer Breite von 4 Zoll $= 0{,}3333...$ Fuß und einer Dicke von 3 Zoll $= 0{,}25$ Fuß; mithin ist der körperliche Inhalt eines solchen Armstückes $= 5{,}1666 \cdot 0{,}3333 \cdot 0{,}25 = 0{,}4305$ Cubikfuß, oder der aller acht $= 0{,}4305 \cdot 8 = 3{,}444$ Cubikfuß. Hierzu kommt noch der Theil eines jeden Armes, der an die Kränze geblattet ist. Ist dies Blatt 1 Fuß lang, 2 Zoll $= 0{,}1666...$ Fuß breit und 3 Zoll $= 0{,}25$ Fuß dick: so hat es $0{,}04166...$ Cubikfuß und alle acht $= 0{,}04166 \cdot 8 = 0{,}3333...$ Cubikfuß Inhalt. Diese letzte Summe zu erster addirt, giebt den Inhalt aller acht halben Arme $= 0{,}3333 + 3{,}4444 = 3{,}7777$ Cubikfuß und ihr Gewicht $= 48 \cdot 3{,}7777 = 181$ Pfund.

e. Lassen wir die zwei gußeisernen Blattzapfen mit den vier schmiedeeisernen Bänden im Ganzen 160 Pfund wiegen.

f. Das im Innern der Mühle befestigte Kammrad habe eine Höhe von 8 Fuß und eine Kranzstärke von 10 Zoll □: so ist, nach Obigem, der körperliche Inhalt des Ringes $= (4^2 - (3\frac{1}{3})^2) \cdot 3{,}141... \frac{5}{8} = (4^2 - 3{,}1666^2)\ 3{,}141...\ 0{,}8333.. = 15{,}78$ Cubikfuß und sein Gewicht, den Cubikfuß trocken Eichenholz zu 36 Pfund gerechnet, $= 15{,}78 \cdot 36 = 568$ Pfund.

g. Geht das Rad auf 3 durch die Welle gelochten Armen, von denen jeder 12 Zoll breit und 4 Zoll dick ist: so enthält der volle Querschnitt $12 \cdot 4 = 48$ □Zoll $= \frac{48}{144} = 0{,}3333$ □Fuß. Die Länge eines vollen halben Armes ist $= 4 - 1\frac{2}{3} = 2\frac{1}{3} = 2{,}3333$ Fuß und deßhalb sein Inhalt $= 2{,}3333 \cdot 0{,}3333 = 0{,}7777...$ Cubikfuß und der aller sechs $= 0{,}7777 \cdot 6 = 4{,}6666$ Cubikfuß.

Geben wir einem der sechs an den Radkranz geblatteten Armstücken einen halb so großen Querschnitt als dem vollen Arme; also $= 0{,}1666$ □Fuß: so ist,

Digitized by Google

bei 10 Zoll = 0,8333... Fuß Länge, der Inhalt eines Blattes = 0,1666 • 0,8333 = 0,1388... Cubikfuß und der aller sechs = 0,1388 . 6 = 0,8333 Cubikfuß.

Durch Addition dieses letzten Werthes zu ersterem erhalten wir 0,8333 + 4,6666 = 5,5 Cubikfuß und damit das Totalgewicht aller drei Arme = 36 • 5,5 = 198 Pfund.

h. Rechnen wir endlich das Gewicht der sechs Armschrauben des Kammrades noch zu 20 Pfund: so wird durch Wiederholung

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| a. | das | Gewicht beider Wasserradskränze | 1307 | Pfund |
| b. | „ | „ von 36 Radschaufeln | 756 | „ |
| c. | „ | „ der Wasserwelle . . . | 2094 | „ |
| d. | „ | „ der Wasserradsarme . . | 181 | „ |
| e. | „ | „ der Zapfen und Bände | 160 | „ |
| f. | „ | „ des Kammrades . . . | 568 | „ |
| g. | „ | „ der Kammradsarme . | 198 | „ |
| h. | „ | „ der Kammradsschrauben | 20 | „ |

und durch Addition das Totalgewicht G = 5284 Pfund.

2) Die Umgänge u des Wasserrades in 1 Minute sind von der Geschwindigkeit c des an die Radschaufeln schlagenden Wassers und dem Halbmesser des erstern abhängig.

Bereits oben haben wir gefunden c = 16 Fuß und v = 8 Fuß pro Sec., der Halbmesser R des Rades selbst ist = 7 Fuß, der des Theilkreises = 6,5 = $R_1$ und somit, nach §. 51, die Umgänge des Rades in 1 Minute, d. i.

$$u = 9{,}5493... \frac{v}{R_1} = 9{,}5493... \frac{8}{6{,}5} = 11{,}5.$$

3) Der Wellzapfen sei 3 Zoll stark; also sein Halbmesser r = 1½ Zoll = ⅛ = 0,125 Fuß und es ist deßhalb endlich das durch die Zapfenreibung verloren gehende Arbeitsquantum, oder

R = 0,01047 • 5284 • 11,5 • 0,125 = 79,6... Fußpfund pro Sec.

Digitized by Google

Ziehen wir dieſen letztgefundenen Werth ab von dem zuerſt gefundenen für das mechaniſche Moment des Rades: ſo erhalten wir ſchließlich

$L = 1569{,}6 - 79{,}6 = 1490$ Fußpfund pro Sec.

und nach §. 46 den Wirkungsgrad, d. i.

$$\mu = \frac{L}{H \cdot M \cdot \gamma} = \frac{1490}{4{,}5 \cdot 26 \cdot 52} = \frac{1490}{6084} = 0{,}246\ldots$$

alſo noch nicht einmal $25\frac{0}{0}$ oder den vierten Theil der ganzen Rohkraft; zugleich die Beſtätigung des am Schluſſe des §. 47 Geſagten.

## §. 60.

Um die verſchiedenen Factoren des dynamiſchen Effectes einer Maſchine auszudrücken, haben wir uns bisher des Fußes, des Pfundes und der Secunde bedient und das Reſultat „Fußpfunde“ genannt. Zur Vereinfachung der am Ende ſolcher Rechnungen gewöhnlich entſtehenden großen Zahlen, hat man eine Maßeinheit höherer Ordnung angenommen und ſie Pferdekraft genannt und dabei angenommen, daß ein Maſchinenpferd in einer Secunde 550 Pfunde 1 hannov. Fuß hoch zu heben vermag. Will man deßhalb das mechaniſche Leiſtungsvermögen einer Maſchine in Pferdekräften ausdrücken: ſo hat man nur die mittelſt der Rechnung gefundenen Fußpfunde durch 550 zu dividiren.

Hiernach hätte alſo das Waſſerrad des vorigen §. ein mechaniſches Moment von $\frac{1490}{550} = 2{,}7\ldots$ Pferdekräften oder Maſchinenpferden.

## §. 61.

Liegen in einem geneigten Schnurgerinne zwei, drei oder überhaupt mehre Räder: ſo iſt deſſen Conſtruction, oder die richtige Vertheilung der jedem Rade zukommenden Geſchwindigkeitshöhe, ſofern alle gleichen Effect

Digitized by Google

leisten sollen, von großer Wichtigkeit. Ist zu diesem Zwecke wieder, in Beziehung auf Fig. 24 (Taf. II),

$AA_1$ der Oberwasserspiegel,

$E_2E_2$ der Unterwasserspiegel,

$AE_1 = H$ das ganze nutzbare Gefälle, oder die lothrechte Entfernung beider,

$AD = h$ die Geschwindigkeitshöhe des ersten Rades, oder die lothrechte Entfernung des Oberwasserspiegels von der Mitte der auf dem Gerinneboden senkrecht stehenden Schaufel F

$DE = h_1$ die Geschwindigkeitshöhe des zweiten Rades,

$EE_1 = h_2$ die Geschwindigkeitshöhe des dritten Rades

und weil in der Regel das Unterwasser in dem Gerinne bald steigt, bald fällt, $AE_1 = AE_2 = H$,

c die Geschwindigkeit der an's erste Rad in F,

$c_1$ die Geschwindigkeit der an's zweite Rad in $F_1$,

$c_2$ die Geschwindigkeit der an's dritte Rad in $F_2$ jede Secunde anschlagenden Wassermenge M,

v die Geschwindigkeit des Theilkreises im ersten Rade, oder des Punctes F,

$v_1$ die Geschwindigkeit des Theilkreises im zweiten Rade, oder des Punctes $F_1$,

$v_2$ die Geschwindigkeit des Theilkreises im dritten Rade, oder des Punctes $F_2$:

dann ist, wenn wir zuerst zwei Räder berücksichtigen, nach §. 59.

das mechanische Moment des ersten Rades $= \frac{(c-v)\,v}{2g} \cdot M\gamma$ und das des zweiten Rades $= \frac{(c_1-v_1)\,v_1}{2g} \cdot M\gamma$;

mithin, da beide gleichen Effect leisten sollen,

$$\frac{(c-v)\,v}{2g} \cdot M\gamma = \frac{(c_1-v_1)\,v_1}{2g} \cdot M\gamma$$

oder da $\frac{M\gamma}{2g}$ beiden Seiten gemeinschaftlich ist,

$$(c-v)\,v = (c_1-v_1)\,v_1$$

Digitized by Google

Setzen wir wieder $v = \frac{1}{2} c$ und $v_1 = \frac{1}{2} c_1$: so wird

$$(c - \tfrac{1}{2} c) \tfrac{1}{2} c = (c_1 - \tfrac{1}{2} c_1) \tfrac{1}{2} c_1 \text{ oder}$$

$$\tfrac{1}{4} c^2 = \tfrac{1}{4} c_1^2.$$

Wenn das Wasser das erste Rad verläßt, hat es dessen Geschwindigkeit v; indem es aber die Höhe $DE = h_1$ durchläuft, vermehrt sich dieselbe und hat, indem es die Schaufel des zweiten Rades in $F_1$ trifft, die Geschwindigkeit

$$c_1 = \sqrt{v^2 + 4 g h_1}, \text{ daraus folgt}$$

$$c_1^2 = v^2 + 4 g h_1;$$

da aber $v = \frac{1}{2} c$, also $v^2 = (\frac{1}{2} c)^2 = \frac{1}{4} c^2$: so ist auch $c_1^2 = \frac{1}{4} c^2 + 4 g h_1$ und deßhalb auch $\frac{1}{4} c_1^2 = \frac{1}{16} c^2 + g h_1$.

Setzen wir den für $\frac{1}{4} c_1^2$ gefundenen Werth in obige Gleichung: so erhält man

$$\tfrac{1}{4} c^2 = \tfrac{1}{4} c_1^2 = \tfrac{1}{16} c^2 + g h_1 \text{ oder}$$

$$\tfrac{1}{4} c^2 - \tfrac{1}{16} c^2 = g h_1 = \tfrac{3}{16} c^2.$$

Nach §. 23 II. ist $c^2 = 4 \cdot g \cdot h$ und $\frac{3}{16} c^2 = \frac{3}{16} \cdot 4 \cdot g \cdot h = \frac{3}{4} g \cdot h$; daraus folgt nun $g h_1 = \frac{3}{4} g \cdot h$ oder, durch Division mit g, $h_1 = \frac{3}{4} h$ und $h = \frac{4}{3} h_1$

d. h. bei zwei hintereinander liegenden Rädern verlangt das zweite, um mit dem ersten gleichen Effect zu haben, ein $\frac{3}{4}$ Theil von der Geschwindigkeitshöhe des ersten.

Weil aber die Summe der Geschwindigkeitshöhen = ist dem Totalgefälle, oder $h + h_1 = H$: so folgt

$$h + \tfrac{3}{4} h = H = \tfrac{7}{4} h \text{ und daraus}$$

I. $h = \frac{4}{7} H$; auf dieselbe Weise wird

II. $h_1 = \frac{3}{7} H$

d. h., man mache die Geschwindigkeitshöhe des ersten Rades $= \frac{4}{7}$ vom ganzen Gefälle und die des zweiten $= \frac{3}{7}$ vom Totalgefälle.

Digitized by Google

### Beispiel.

In einem geneigten Schnurgerinne sollen 2 Wasserräder hinter einander gelegt werden und das obere 15 Fuß hoch werden; wie hoch wird das zweite sein müssen, wenn 5 Fuß Totalgefälle zu Gebote stehen und beide gleich viel leisten sollen?

### Auflösung.

Es ist $H = h + h_1 = 5$ Fuß und deßhalb nach I. die Geschwindigkeitshöhe des ersten Rades $h = \frac{4}{7} H = \frac{4}{7} \cdot 5 = 2\frac{6}{7}$ Fuß und nach

II. die Geschwindigkeitshöhe des zweiten Rades $h_1 = \frac{3}{7} H = \frac{3}{7} \cdot 5 = 2\frac{1}{7}$ Fuß.

Der Gerinneboden vom tiefsten Puncte F des ersten Rades muß also bis zu dem des zweiten $F_1$ ein Gefälle von $2\frac{1}{7}$ Fuß haben, oder, was dasselbe ist: das zweite Rad muß 2 mal $2\frac{1}{7} = 4\frac{2}{7}$ Fuß höher sein, als das erste, nämlich $19\frac{2}{7}$ Fuß.

Die Entfernung der Wellenmittel beider Räder M und $M_1$ ergiebt sich von selbst durch die Zeichnung.

### §. 62.

Was die Umfangsgeschwindigkeiten der Räder anlangt: so ist die des ersten = der des zweiten, oder $v = v_1$; denn setzen wir, weil $v = \frac{1}{2} c$ und $v_1 = \frac{1}{2} c_1$, für c den gleichen Werth $\sqrt{4\,gh}$ und für $c_1$ denselben $\sqrt{v^2 + 4\,gh_1}$: so muß sein

$$\sqrt{4\,gh} = \sqrt{v^2 + 4\,gh_1} \text{ oder}$$

$$4\,gh = v^2 + 4\,gh_1 \text{ oder}$$

weil $v = \frac{1}{2} c$, also $v^2 = \frac{1}{4} c^2$ und außerdem nach dem vorigen §. $h_1 = \frac{3}{4} h$

$$4\,gh = \frac{1}{4} c^2 + 4\,g \cdot \frac{3}{4} h$$

$$= \frac{1}{4} c^2 + 3\,gh;$$

Digitized by Google

es ist aber auch, nach §. 23, II, $4\,g\,h = c^2$, also $3\,g\,h = \frac{3}{4}\,c^2$, folglich

$4\,g\,h$ oder $c^2 = \frac{1}{4}\,c^2 + \frac{3}{4}\,c^2 = c^2$, mithin

$$c = c = c_1 \text{ und } \frac{c}{2} = \frac{c_1}{2} = v = v_1,$$

was zu beweisen war.

## §. 63.

Liegen drei Räder hinter einander in einem Gerinne: so ist, wenn sie sämmtlich gleichen Effect liefern sollen,

das mechanische Moment des ersten Rades

$$= (c - v)\,v\,\frac{M\gamma}{2g}$$

das mechanische Moment des zweiten Rades

$$= (c_1 - v_1)\,v_1\,\frac{M\gamma}{2g}$$

das mechanische Moment des dritten Rades

$$= (c_2 - v_2)\,v_2 = \frac{M\gamma}{2g};\ \text{mithin}$$

$$(c - v)\,v = (c_1 - v_1)\,v_1 = (c_2 - v_2)\,v_2$$

Der Effect des dritten Rades ist am Größten, wenn $v_2 = \frac{1}{2}\,c_2$; dies giebt, wenn man diesen Werth in die dritte Gleichung substituirt, das mechanische Moment des dritten Rades, oder

$$M\gamma \cdot (c_2 - v_2)\,v_2 = (c_2 - \tfrac{1}{2}\,c_2)\,\tfrac{1}{2}\,c_2 \cdot M\gamma$$
$$= \tfrac{1}{4}\,c_2^2 \cdot M\gamma.$$

Da aber sämmtliche Effecte einander gleich sein sollen: so muß der des dritten Rades gleich dem des zweiten sein, oder

$$\tfrac{1}{4}\,c_2^2 \cdot M\gamma = (c_1 - v_1)\,v_1\,M\gamma.$$

Digitized by Google

Setzen wir wieder $v_1 = \frac{1}{4} c_1$ und lassen das beiden Seiten gemeinschaftliche $\frac{M\gamma}{2g}$ weg: so wird

$$\frac{1}{4} c_2^2 = \frac{1}{4} c_1^2.$$

Indem das Wasser das zweite Rad verläßt, hat es dessen Geschwindigkeit $v_1$; nachdem es aber die Höhe $EE_1 = h_2$ durchlaufen, einen Zuwachs erhalten von $\sqrt{4 g h_2}$ und ist deßhalb seine Geschwindigkeit, indem es das dritte Rad erreicht, d. i.

$$c_2 = \sqrt{v_1^2 + 4 g h_2}. \text{ Daraus folgt}$$

$$c_2^2 = v_1^2 + 4 g h_2;$$

wir haben aber angenommen, daß $v_1 = \frac{1}{2} c_1$, also auch $v_1^2 = \frac{1}{4} c_1^2$; folglich ist

$$c_2^2 = \frac{1}{4} c_1^2 + 4 g h_2 \text{ und, durch Division mit 4,}$$

$$\frac{1}{4} c_2^2 = \frac{1}{16} c_1^2 + g h_2$$

Setzen wir diesen für $\frac{1}{4} c_2^2$ gefundenen Werth in obige Gleichung: so erhalten wir

$$\frac{1}{16} c_1^2 + g h^2 = \frac{1}{4} c_1^2 \text{ oder } g h_2 = \frac{1}{4} c_1^2 - \frac{1}{16} c_1^2 = \frac{3}{16} c_1^2.$$

Da ferner $c_1^2 = v^2 + 4 g h_1 = \frac{1}{4} c^2 + 4 g h_1$ und, weil $c^2 = 4 g h$, also $\frac{1}{4} c^2 = g h$

also $c_1^2 = g h + 4 g h_1 = g (h + 4 h_1)$

$$= g (h + 4 \cdot \tfrac{3}{4} h)$$

$$= g (h + 3 h) = 4 g h \text{ also}$$

$$\tfrac{3}{16} c_1^2 = \tfrac{3}{16} \cdot 4 g h = \tfrac{3}{4} \cdot g h.$$

Oben war $g h_2 = \frac{3}{16} c_1^2$; also durch Substitution

$$g h_2 = \tfrac{3}{4} \cdot g h \text{ oder durch Division mit g,}$$

$$h_2 = \tfrac{3}{4} h;$$

es war aber auch $h_1 = \frac{3}{4} h$, also ist $h_2 = h_1 = \frac{3}{4} h$, d. h., wenn drei Räder hintereinander in einem geneigten Schnurgerinne liegen: so ist die Geschwindigkeitshöhe des dritten = der des zweiten = $\frac{3}{4}$ der ersten.

Digitized by Google

Weil aber wieder die Summe aller drei Geschwindigkeitshöhen = ist dem Totalgefälle oder $h_2 + h_1 + h = H$: so ist auch, wenn man für $h_2 = h_1$ den ebensogroßen Werth $\frac{3}{4}$ h setzt, $H = \frac{3}{4} h + \frac{3}{4} h + h = \frac{10}{4} h$; oder

I. $h = \frac{4}{10} H$

II. $h_1 = \frac{3}{4} h = \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{10} H = \frac{3}{10} H$

III. $h_2 = \frac{3}{4} h = \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{10} H = \frac{3}{10} H$.

d. h. die Geschwindigkeitshöhe des ersten Rades = ist $\frac{4}{10}$ des ganzen Gefälles, die des zweiten und dritten jede = $\frac{6}{10}$ des Totalgefälles. Durch fortgesetzte Ableitungen läßt sich darthun, daß, soviel Räder auch hinter einander liegen mögen, sämmtliche Geschwindigkeitshöhen, mit Ausschuß der ersten, unter sich gleich sind und zwar = $\frac{3}{4}$ der ersten betragen.

## Beispiel.

Wie wird man in einem geneigten Schnurgerinne zwischen drei Wasserrädern das Gefälle zu vertheilen haben, wenn alle gleichviel leisten sollen, $6\frac{1}{2}$ Fuß Totalgefälle vorhanden ist, und wie hoch werden das zweite und dritte Rad werden müssen, wenn die Höhe des ersten 10 Fuß beträgt?

## Auflösung.

Es ist $H = 6\frac{1}{2}$ Fuß; mithin nach I. die Geschwindigkeitshöhe des ersten Rades $h = \frac{4}{10} \cdot H = \frac{4}{10} \cdot 6 \cdot \frac{1}{2} = 2\frac{2}{10}$ Fuß

die des zweiten (nach II) $h_1 = \frac{3}{10} H = \frac{3}{10} \cdot 6\frac{1}{2} = 1\frac{19}{20}$ Fuß; die des dritten (nach III) $h_2 = \frac{3}{10} \cdot H = \frac{3}{10} \cdot 6\frac{1}{2} = 1\frac{19}{20}$ Fuß. Durch Addition ergiebt sich

$h = 2\frac{2}{10}$ Fuß

$h_1 = 1\frac{19}{20}$ "

$h_2 = 1\frac{19}{20}$ "

$H = h + h_1 + h_2 = 6\frac{19}{20}$ Fuß, wie oben.

Digitized by Google

Hat also das erste Rad einen Durchmesser von 10 Fuß: so wird das zweite $10 + 2 \cdot 1\frac{19}{20} = 13\frac{18}{20}$ Fuß $= 13$ Fuß 10 Zoll $9\frac{1}{2}$ Linie und das dritte $13\frac{18}{20} + 2 \cdot 1\frac{18}{20} = 17\frac{17}{20}$ Fuß $= 17$ Fuß 10 Zoll $2\frac{1}{2}$ Linie hoch werden müssen.

## §. 64.

Was die Umfangsgschwindigkeiten der verschiedenen Räder anlangt: so war oben

$$(c - v)\, v = (c_1 - v_1)\, v_1 = (c_2 - v_2)\, v_2;$$

setzen wir aber, der Voraussetzung gemäß, $v = \frac{1}{2} c$, $v_1 = \frac{1}{2} c_1$, $v_2 = \frac{1}{2} c_2$: so wird

$$(c - \tfrac{1}{2} c)\, \tfrac{1}{2} c = (c_1 - \tfrac{1}{2} c_1)\, \tfrac{1}{2} c_1 = (c_2 - \tfrac{1}{2} c_2)\, \tfrac{1}{2} c_2 \text{ oder}$$

$$\tfrac{1}{4} c^2 = \tfrac{1}{4} c_1^2 = \tfrac{1}{4} c_2^2, \text{ deßhalb auch}$$

$$c^2 = c_1^2 = c_2^2 \text{ oder}$$

$$c = c_1 = c_2 \text{ und deßhalb auch}$$

$$v = v_1 = v_2$$

wieviel Räder also auch unternander in einem Gerinne liegen mögen, ihre Umfangsgeschwindigkeiten bleiben sich stets gleich.

### Beispiel.

Wieviel Umgänge wird jedes Rad im letzten Beispiel des vorigen §. in 1 Minute machen, wenn wir deren Durchmesser und das Totalgefälle beibehalten?

### Auflösung.

Dort war die Geschwindigkeitshöhe des ersten 10 Fuß hohen Rades $= h = 2\frac{3}{5}$ Fuß;

die Geschwindigkeitshöhe des zweiten $13\frac{9}{10}$ Fuß hohen Rades $= h_1 = 1\frac{19}{20}$ Fuß;

die Geschwindigkeitshöhe des dritten $17\frac{1}{20}$ Fuß hohen Rades $= h_2 = 1\frac{19}{20}$.

Die hypothetische Endgeschwindigkeit eines Wasserstrahles, der von der Höhe $h = 2\frac{3}{5}$ Fuß herniederfällt,

Digitized by Google

wird, nach §. 23, II, sein $= c = \sqrt{4 \cdot g \cdot h}$ $= 8{,}2\sqrt{2{,}6} = 13{,}222$ Fuß.

Lassen wir den in der Ausflußöffnung nothwendig entstehenden, mehr oder weniger großen, Geschwindigkeitscoefficienten $\varphi$ (§. 28) unberücksichtigt: so wird $v = \frac{1}{2} c = \frac{13{,}222}{2} = 6{,}611...$ Fuß $= v_1 = v_2$ und es wird sonach, wenn wir den Halbmesser des ersten Rades mit R, den des zweiten mit $R_1$, den den dritten mit $R_2$ bezeichnen, nach §. 51 sein

die Umgänge des ersten Rades in 1 Minute $= u = 9{,}5493 \cdot \frac{v}{R} = 9{,}5493 \cdot \frac{6{,}611}{5} = 12{,}6....$;

die Umgänge des zweiten Rades in 1 Minute $= u_1 = 9{,}5493 \cdot \frac{6{,}611}{6\frac{12}{20}} = 9{,}.....$;

die Umgänge des dritten Rades in 1 Minute $= u_2 = 9{,}5493 \cdot \frac{6{,}611}{8\frac{37}{40}} = 7{,}.....$

## §. 65.

Aus den bislang abgeleiteten Formeln für die verschiedenen Geschwindigkeitshöhen und den denselben entsprechenden Durchmessern der auf einander folgenden Räder läßt sich nun das Verfahren ableiten, nach welchem man die, zuvor nöthige, Zeichnung anzufertigen hat:

Man ziehe die beiden, den Ober- und Unterwasserspiegel darstellenden, Horizontallinien $AA_1$ und $E_2E_2$, Fig. 24 (Taf. II), in einer Entfernung, die das betreffende Totalgefälle verlangt; mache $AD = h =$ der berechneten Geschwindigkeitshöhe des ersten Rades und ziehe die Horizontale DF. Durch den Punct F lege man eine gerade Linie $FF_2$..., die man so gegen den Horizont neigt, wie der gewünschte Fall des Gerinnebodens es vorschreibt und errichte auf letzterer in F das Loth FM: so liegt in dieser Linie der Mittelpunct M des er-



Digitized by Google

ſten Rades, deſſen Höhe man, in Beziehung auf die Gerinneconſtruction, willkürlich annehmen kann. Iſt der Punct M beſtimmt: ſo ziehe man durch ihn die Horizontallinie M $M_2$..., ſo müſſen in ihr ſämmtliche Wellenmittel M, $M_1$, $M_2$,... liegen.

Jetzt mache man DE = $h_1$ = der Geſchwindigkeitshöhe des zweiten Rades und ziehe durch E die Horizontale $EF_1$; errichte in dem Puncte, wo ſie die Schräge $FF_2$ ſchneidet, alſo in $F_1$, auf letztere das Loth $F_1M_1$: ſo iſt der Durchſchnittspunct der letzten mit der Horizontallinie M $M_2$, d. i. $M_1$, der richtige Mittelpunct des zweiten Rades und $M_1$ $F_1$ ſein Theilkreishalbmeſſer. Ebenſo verfährt man mit dem dritten ꝛc. Rade.

Von der ſchrägen Linie F $F_2$ abwärts trage man endlich, in der Richtung der Halbmeſſer FM, $F_1M_1$,..., die halbe Kranzbreite und den nöthigen Spielraum zwiſchen den Rädern und Gerinneboden: ſo iſt letzterer in der Linie BN und überhaupt die richtige Lage der Räder ſelbſt gegen einander hergeſtellt.

Bei dem Entwurfe vorſtehender Zeichnung Fig. 24 (Taf. II) iſt das angegebene Verfahren innegehalten und geht aus derſelben zugleich hervor, wie nachtheiligauf das Leiſtungsvermögen des zweiten Rades es einwirken muß, wenn daſſelbe, wie man faſt überall ſieht, ſo weit hinaufgeſchoben iſt, daß es zwiſchen dem erſten und dritten in der Mitte liegt.

Soll auf anderer Seite die aus der erſten Conſtructionsmethode folgende Bauart vermieden werden, die ihre Unbequemlichkeit — namentlich für die innern Mühlenwerke — nicht wegläugnen läßt, ohne deßhalb der Richtigkeit etwas zu vergeben: ſo kann man ſich dadurch helfen, daß man das zweite Rad in die Mitte des erſten und dritten legt; dagegen aber den Gerinneboden hinter dem erſten Rade um das Erforderliche bricht.

Ohne ein ſolches Auskunftsmittel darf man ſich denn allerdings nicht wundern, wenn man in derartigen Mühlen die auffallende Bemerkung machen muß, daß entweder das erſte Rad eine ungewöhnliche Kraft ent-

Digitized by Google

wickelt, während das zweite noch weniger leistet, als das dritte; oder, daß man diesem Uebelstande dadurch abgeholfen sieht, daß das erste Rad hoch vom Boden oder mit dem Wasser gleichmäßig fortgeht; also verhältnißmäßig wenig leistet, um nur den folgenden aufzuhelfen.

## §. 66.

Bei den bislang Statt gehabten Untersuchungen sind wir stets von der Voraussetzung ausgegangen, daß alle in einem geneigten Schnurgerinne hinter einander liegenden Wasserräder gleich sein sollten in der Hervorbringung ihres Nutzeffectes. Es können indeß auch Fälle eintreten, wo es rathsam oder nöthig ist, von einem Rade eine doppelt so große oder kleine Wirkung als von dem andern, mit ihm in einem Gerinne liegenden, zu verlangen und wird, nach Verschiedenheit dieser Anforderungen, auch das Gefälle im Gerinne entsprechend vertheilt werden müssen.

Gesetzt, in einem geneigten Schnurgerinne lägen 2 Wasserräder (mehr für vorliegenden Fall anzunehmen, würde zu viel Gefälle verlangen und zweckmäßigere Anlagen darbieten) so können zwei Fälle eintreten:
entweder 1) das erste Rad soll das Doppelte des zweiten, oder 2) das zweite das Doppelte des ersten leisten.

Zu 1. Das erste Rad soll das Doppelte des zweiten leisten.

Solange beide Räder von gleicher Wirkung sein sollen, ist nach §. 61 und dessen beibehaltener Bezeichnung

$$\frac{(c - v)\, v}{2g} \cdot M\gamma = \frac{(c_1 - v_1)\, v_1}{2g} \cdot M\gamma$$

Da aber das erste ein doppelt so großes mechanisches Moment haben soll, als das zweite: so muß das des zweiten verdoppelt werden, um dem ersten zu gleichen und deßhalb



Digitized by Google

$$(c = v)\ v \cdot \frac{M\gamma}{2g} = 2 \cdot (c_1 - v_1)\ v_1 \cdot \frac{M\gamma}{2g}$$

oder, da $\frac{M\gamma}{2.g}$ beiden Seiten der Gleichung gemein ist,

$$(c - v)\ v = 2\ (c_1 - v_1)\ v_1.$$

Setzen wir wieder, zur Hervorbringung des größten Nutzeffectes, $v = \frac{1}{2}\ c$ und $v_1 = \frac{1}{2}\ c_1$: so wird

$$(c - \tfrac{1}{2}\ c)\ \tfrac{1}{2}\ c = 2\ (c_1 - \tfrac{1}{2}\ c_1)\ \tfrac{1}{2}\ c_1 \text{ oder}$$

$$\tfrac{1}{4}\ c^2 = \tfrac{1}{2}\ {c_1}^2$$

Da aber, nach §. 61, ${c_1}^2 = v^2 + 4\ g h_1$, also auch $\frac{1}{2}\ {c_1}^2 = \frac{1}{2}\ v^2 + 2\ g h_1$

$$= \tfrac{1}{2}\ (\tfrac{1}{2} c)^2 + 2\ g h_1$$

$$= \tfrac{1}{8}\ c^2 + 2\ g h_1$$

so ist $\frac{1}{4}\ c^2 = \frac{1}{8}\ c^2 + 2\ g h_1$ oder

$\frac{1}{4}\ c^2 - \frac{1}{8}\ c^2 = 2\ g h_1$ oder

$\frac{1}{8}\ c^2 = 2\ g h_1$

da ferner $c^2 = 4\ g h$, also $\frac{1}{8}\ c_2 = \frac{4 \cdot g h}{8} = \frac{1}{2}\ g h$

so ist auch $\frac{1}{2}\ g h = 2\ g h_1$ und durch Division mit g

$\frac{1}{2}\ h = 2\ h_1$; daraus folgt aber sogleich

$h = 4\ h_1$ und

$h_1 = \frac{1}{4}\ h$

d. h. die Geschwindigkeitshöhe des ersten Rades muß 4 mal so groß sein, als die des zweiten, wenn das erste das Doppelte des zweiten leisten soll.

Da nun das Totalgefälle gleich ist der Summe der Geschwindigkeitshöhen beider Räder; oder $H = h + h_1$ so folgt, wenn wir z. B. für $h_1$ den ebengefundenen Werth setzen, $H = h + \frac{1}{4}\ h = \frac{5}{4}\ h$ und daraus

I. $h = \frac{4}{5}\ H$, so wie

II. $h_1 = \frac{1}{5}\ H$

d. h. soll das erste Rad das Doppelte des zweiten leisten: so gebe man dem ersten $\frac{4}{5}$ und dem zweiten $\frac{1}{5}$ des ganzen nutzbaren Gefälles zur Geschwindigkeitshöhe.

Digitized by Google

## Beispiel.

In ein geneigtes Schnurgerinne sollen zwei Wasserräder gelegt werden, von denen das erste 2 Mahlgänge, das zweite einen treibt; wie wird das Gefälle vertheilt werden müssen, wenn ein Totalgefälle von 5 Fuß zu Gebote steht?

## Auflösung.

Es ist $H = 5$ Fuß; mithin nach I die Geschwindigkeitshöhe des ersten Rades $h = \frac{4}{5} \cdot H = \frac{4}{5} \cdot 5 = 4$ Fuß und nach II die des zweiten $h_1 = \frac{1}{5} H = \frac{1}{5} \cdot 5 = 1$ Fuß.

Zu 2. Das zweite Rad soll das Doppelte des ersten leisten.

Für diesen Fall ist umgekehrt gegen 1.

$$2\,(c - v)\,v \cdot \frac{M\gamma}{2g} = (c_1 - v_1)\,v_1 \cdot \frac{M\gamma}{2g} \text{ oder}$$

$$2 \cdot \tfrac{1}{4}\,c^2 \text{ oder } \tfrac{1}{2}\,c^2 = \tfrac{1}{4}\,{c_1}^2.$$

Setzen wir wieder, nach Anleitung von $1 \cdot {c_1}^2 = v^2 + 4\,gh_1 = \frac{1}{4}\,c^2 + 4\,gh_1$, also $\frac{1}{4}\,{c_1}^2 = \frac{1}{16}\,c^2 + gh_1$:

so wird, durch Einführung dieses Werthes für $\frac{1}{4}\,{c_1}^2$,

$$\tfrac{1}{2}\,c^2 = \tfrac{1}{16}\,c^2 + gh_1 \text{ oder}$$

$$\tfrac{7}{16}\,c^2 = gh_1;$$

da aber $c^2 = 4\,gh$ also $\frac{7}{16}\,c^2 = \frac{7}{16} \cdot 4 \cdot gh = \frac{7}{4}\,gh$: so ist auch

$$\tfrac{7}{4}\,gh = gh_1 \text{ oder, durch Division mit } g,$$

$$\tfrac{7}{4}\,h = h_1 \text{ und}$$

$$h = \tfrac{4}{7}\,h_1;$$

d. h., die Geschwindigkeitshöhe des zweiten Rades muß $1\frac{3}{4}$ mal größer sein, als die des ersten, wenn das zweite Rad das Doppelte des ersten leisten soll.

Setzen wir wieder in $H = h + h_1$ für h den Werth $\frac{4}{7}\,h_1$: so wird $H = \frac{4}{7}\,h_1 + h_1 = \frac{11}{7}\,h_1$, also I. $h = \frac{7}{11}\,H$ und

II. $h = \frac{4}{11}\,H$;

Digitized by Google

d. h., soll das zweite Rad das Doppelte des ersten leisten: so gebe man dem zweiten $\frac{7}{11}$ und dem ersten $\frac{4}{11}$ des Totalgefälles zur Geschwindigkeitshöhe.

## §. 67.

Es ist bis jetzt die Frage unerörtert geblieben, wie groß die zum Umtriebe einer Mahlmühle nöthige Wassermenge in jeder Secunde sein müsse, um die zur geforderten Arbeit nöthige Kraft ihm zu geben und scheint es zeitgemäß, dieselbe hier zu beantworten.

Nehmen wir 2 Wasserräder in zwei verschiedenen Schnurgerinnen an, geben dem einen ein Totalgefälle von H Fuß und eine Wassermenge von M Cubikfuß, dem andern ein Totalgefälle von $H_1$ Fuß und eine Wassermenge von $M_1$ Cubikfuß pro Sec.: so ist, nach §. 47, ganz allgemein

das mechanische Moment des ersten Rades $= \frac{1}{2} H \cdot M \cdot \gamma$ und das des zweiten $= \frac{1}{2} H_1 \cdot M_1 \cdot \gamma$. Sollen nun beide in ihrer Wirkung gleich sein: so ist auch $\frac{1}{2} H \cdot M \cdot \gamma = \frac{1}{2} H_1 \cdot M_1 \cdot \gamma$ oder

$H \cdot M = H_1 \cdot M_1$, woraus aber sogleich folgt, daß

$$M = \frac{H_1 \cdot M_1}{H}.$$

Ist nun $H_1 \cdot M_1$ aus Beobachtungen gefunden und bezeichnen wir dessen Werth mit dem (griechischen) Buchstaben $\nu$ (sprich nüh): so ist

$$M = \frac{\nu}{H}$$

Bis hinlängliche Versuche und Beobachtungen die nöthige Wassermenge näher bestimmen, kann man, nach Neumann §. 34, für $\nu$ folgende Werthe setzen, die nach wirklich vorhandenen, gut eingerichteten Mühlen berechnet sind.

Digitized by Google

| Nr. | | ν |
|---|---|---|
| 1 | Für Mühlen, wo besonders auf wenig Wasser gebaut und alles so leicht wie möglich eingerichtet wird; wo ferner die Steine 3 bis 3¼ Fuß Durchmesser bekommen . . | 90 |
| 2 | Für Mühlen, wo zwar auch noch auf bisweilen eintretenden Wassermangel gerechnet, aber wegen der übrigen Zeit, wo hinreichend Wasser und Mahlgut vorhanden ist, stärker gebauet und die Steine 3¼ bis 3⅔ Fuß Durchmesser haben . . . . . | 120 |
| 3 | Für Mühlen, bei denen auf Wassermangel gar nicht, wohl aber auf mehrentheils hinlängliches Mahlgut gerechnet wird; wo alles sehr stark gebauet und Steine von 3¾ bis 4 Fuß Durchmesser geführt werden . . . | 150 |
| 4 | Wenn in letztem Falle mehre Räder in ein Gerinne gelegt werden, die, wie Pansterräder, nicht mehr genau auf dem Boden gehen | 170 |

Anmerkung. Im ersten Falle kann man ungefähr rechnen, daß täglich 22 bis 35 hannoversche Himpten und in letzterm 35 bis 42 Himpten feines Mehl aus gutem Getreide angefertigt werden.

### Beispiel.

Wieviel Wasser muß ein Bach jede Sec. liefern, der ein Gefälle von 3½ Fuß hat, wenn die Mühle nach Nr. 1 gebaut ist?

### Auflösung.

Es ist H = 3,5 Fuß und ν = 90; mithin die jede Sec. nöthige Wassermenge, oder

Digitized by Google

$$M = \frac{\nu}{H} = \frac{90}{3{,}5} = 25{,}7 \text{ Cubikfuß.}$$

§. 68

Ist für einen Mahlgang im Schnurgerinne $M = \frac{\nu}{H}$: so sei für N Räder die nöthige Wassermenge = W: so ist ebenfalls

$$\text{I. } W = \frac{N \cdot \nu}{H}; \text{ daraus folgt}$$

$$\text{II. } H = \frac{N \cdot \nu}{W} \text{ und}$$

$$\text{III. } N = \frac{W \cdot H}{\nu}.$$

Erstes Beispiel.

An einem Flusse, der 3¼ Fuß nutzbares Gefälle darbietet, soll eine Mühle mit drei Mahlgängen angelegt werden; wieviel Wasser wird derselbe jede Sec. liefern müssen, wenn vier Fuß lange Steine geführt werden sollen und dabei auf hinlängliches Wasser und Mahlgut zu rechnen ist?

Auflösung.

Es ist N = 3, H = 3,25 und, nach Nr. 3 der Tabelle des vorigen §., $\nu = 150$: demnach die pro Sec. nöthige Wassermenge nach I. oder

$$W = \frac{N \cdot \nu}{H} = \frac{3 \cdot 150}{3{,}25} = 138{,}54\ldots \text{ Cubikfuß.}$$

Zweites Beispiel.

Ein Fluß liefert in jeder Sec. 52 Cubikfuß Wasser; wieviel Gefälle wird man zu einer zweigängigen Mühle nöthig haben, wenn zwar auf hinlängliches Mahlgut, aber bisweilen eintretenden Wassermangel zu rechnen ist

Digitized by Google

und $3\frac{1}{2}$ Fuß Durchmesser haltende Steine geführt werden sollen?

### Auflösung.

Es ist W = 52 Cubikfuß, N = 2 und, der Anforderung gemäß, nach Nr. 2 der Tabelle, $\nu = 120$; demnach das nöthige Gefälle, nach II, oder

$$H = \frac{N \cdot \nu}{W} = \frac{2 \cdot 120}{52} = 4{,}6\ldots \text{ Fuß.}$$

### Drittes Beispiel.

Man will an einem Flusse, der in jeder Sec. 400 Cubikfuß Wasser schüttet und $2\frac{3}{4}$ Fuß nutzbares Gefälle hat, eine Mühle anlegen und die Anzahl der Mahlgänge nach Nr. 4 der Tabelle des vorigen §. bestimmen.

### Auflösung.

Es ist W = 400 Cubikfuß, H = 2,75 Fuß, $\nu$ = 170 und deßhalb nach III die Anzahl der Mahlgänge oder

$$N = \frac{H \cdot W}{\nu} = \frac{2{,}75 \cdot 400}{170} = 6{,}4\ldots$$

wo natürlich der Bruch $\frac{4}{10}$ wegfallen muß, wenn man nicht einen Reservemahlgang für stärkeres Wasser, oder einen Spitz-Graupen- oder dergl. leichteren Gang anlegen will, der bei kleinerem Wasser stehen bleibt.

## §. 69.

Nachdem nun die §§. 67 und 68 erledigt, können wir das im §. 66, 1 und 2 über die Vertheilung des Gefälles in Schnurgerinnen Gesagte durch Beispiele erläutern.

### Erstes Beispiel

zu dem ersten Falle des §. 66, wenn das erste Rad das Doppelte des zweiten leistet. An einem Bache sind 5

Digitized by Google

Fuß nutzbares Gefälle, die in einem geneigten Schnurgerinne so vertheilt werden sollen, daß das obere Rad zwei Gänge und das untere nur einen treibt; wie wird dies geschehen können, wenn auf die bekannten Nebenhindernisse und Verluste noch keine Rücksicht genommen werden soll und wieviel Wasser wird dazu in jeder Sec. nöthig sein, wenn das umgehende Zeug nach Nr. 4 der Tabelle des §. 67 gebauet ist.

Auflösung.

Es ist $H = 5$ Fuß: mithin nach §. 66,
die Geschwindigkeitshöhe des ersten Rades, d. i. $h = \frac{4}{5} H = \frac{4}{5} . 5 = 4$ Fuß und
die Geschwindigkeitshöhe des zweiten Rades, d. i. $h_1 = \frac{1}{5} H = \frac{1}{5} . 5 = 1$ Fuß.

Daß das erste Rad zwei Gänge und das zweite nur einen, also beide 3 Mahlgänge in Bewegung setzen, kann in sofern auf die nöthige Wassermenge keinen Einfluß haben, als die dem ersten Rade zukommende größere Betriebskraft nicht durch vermehrtes Aufschlagewasser, sondern durch den höheren Kropf gewährt wird. Nehmen wir deßhalb an, daß jedes Rad nur einen Mahlgang treibt: so ist, nach §. 68 I, die beiden Rädern nöthige Wassermenge, oder

$$W = \frac{N . \nu}{H} = \frac{2 . 170}{5} = 68 \text{ Cubikfuß p. Sec.}$$

und deßhalb, in Beziehung auf die mechanischen Momente, $\frac{(c-v)v}{2g} . W . \gamma$ doppelt so groß als $\frac{(c_1 - v_1) v_1}{2g} . W . \gamma$.

Setzen wir für $v = \frac{1}{2} c$: so ist, nach §. 47

$$\frac{(c - v) v}{2g} = \frac{1}{2} h$$

und für $v_1 = \frac{1}{2} c_1$: so ist $\frac{(c_1 - v_1) v_1}{2g} = \frac{\frac{1}{4} c_1^2}{2g}$.

Weil aber nach §. 61, $c_1^2 = v^2 + 4 g h_1 = (\frac{1}{2} c)^2 + 4 g h_1 = \frac{1}{4} c^2 + 4 g h_1 = \frac{1}{4} . 4 g h + 4 g h_1$

$= gh + 4\,gh_1$: so ist auch $\frac{1}{4}\,c_1^2 = \frac{1}{4}\,gh + gh_1$ und deßhalb $\frac{\frac{1}{4}\,c_1^2}{2g} = \frac{\frac{1}{4}\,gh + gh_1}{2g} = \frac{1}{8}\,h + \frac{1}{2}\,h_1$.

Setzen wir die beiden gefundenen Werthe an die Stelle der obigen: so wird, weil $\frac{(c - v)\,v}{2g} = \frac{1}{2}\,h$ und $\frac{(c_1 - v_1)\,v_1}{2g} = \frac{1}{8}\,h + \frac{1}{2}\,h_1$

$\frac{1}{2}\,h \,.\, W \,.\, \gamma$ doppelt so groß als $(\frac{1}{8}\,h + \frac{1}{2}\,h_1)\,W \,.\, \gamma$ oder $\frac{1}{2} \,.\, 4 \,.\, 68 \,.\, 52$ doppelt so groß als $(\frac{1}{8} \,.\, 4 + \frac{1}{2} \,.\, 1) \,.\, 68 \,.\, 52$ oder 7072 doppelt so groß als 3536, was zu beweisen war. Die Summe der mechanischen Momente beider Räder ist aber $= 7072 + 3536 = 10608$ Fußpfund pro Sec.

## Zweites Beispiel

für den Fall des §. 66, wenn das zweite Rad das Doppelte des ersten leisten soll.

Behalten wir 5 Fuß nutzbares Gefälle $= H$ bei: so ist nach §. 66,
die Geschwindigkeitshöhe des ersten Rades, d. i. $h = \frac{4}{11} \,.\, H = \frac{4}{11} \,.\, 5 = 1\frac{9}{11}$ Fuß und die Geschwindigkeitshöhe des zweiten Rades, d. i. $h_1 = \frac{7}{11}\,H = \frac{7}{11} \,.\, 5 = 3\frac{2}{11}$ Fuß.

Bleibt auch die Wassermenge dieselbe wie im vorhinnigen Beispiele, d. i. $W = 68$ Cubikfuß: so muß sein $\frac{(c-v)v}{2g} \,.\, W \,.\, \gamma$ halb so groß als $\frac{(c_1-v_1)v}{2g} \,.\, W \,.\, \gamma$ od. $\frac{1}{2} \,.\, h \,.\, W \,.\, \gamma$ halb so groß als $(\frac{1}{8}\,h + \frac{1}{2}\,h_1)\,W \,.\, \gamma$ oder $\frac{1}{2} \,.\, 1\frac{9}{11} \,.\, 68 \,.\, 52$ halb so groß als $(\frac{1}{8} \,.\, 1\frac{9}{11} + \frac{1}{2} \,.\, 3\frac{2}{11})\,68 \,.\, 52$ oder $3214\frac{6}{11}$ halb so groß als $6429\frac{1}{11}$.

Die Summe der mechanischen Momente beider Räder ist wieder $= 3214\frac{6}{11} + 6429\frac{1}{11}$ $9643\frac{7}{11}$ Fußpfund pro Secunde.

Digitized by Google

Hiermit wäre also, vom rein theoretischen Gesichtspuncte aus betrachtet, die Richtigkeit der obigen Formeln bewiesen und zugleich noch dargethan, daß, wenn man einmal in ein geneigtes Schnurgerinne zwei Wasserräder hinter einander legen will, die zusammen drei Mahlgänge treiben sollen, es zweckmäßiger ist, dem ersten Rade zwei und dem zweiten einen Mahlgang zum Umtriebe zu lassen; weil bei gleichem Gefälle und Wasserquantum, z. B., in vorliegendem Falle der Totaleffect der ersten Anlage den der zweiten um 10608 — 9644 = 964 Fußpfund pro Sec. übersteigt.

## B. Ponceleträder.

§. 70.

Wir kommen jetzt zu einer Gattung von Wasserrädern, die, hinsichtlich des Principes, auf dem ihre mechanische Leistung beruhet: daß nämlich „alles Wasser eine größere Wirkung hervorzubringen vermag durch sein Gewicht als durch den Stoß" hieher eigentlich noch nicht gehört, da die für Kropfgerinne später abgeleiteten Formeln diesen Grundsatz erst beweisen müssen; hinsichtlich der Construction der Gerinne aber an ihrem Platze sind. Aus dem bisherigen dürfte wenigstens zur Genüge eingeleuchtet haben, daß bei unterschlächtigen Wasserrädern weniger auf ihre Bauart, als vielmehr auf eine richtige Construction der Gerinne ankommt und da genannte Ponceleträder in ein jedes, nicht zu sehr geneigtes Schnurgerinne gelegt werden können, ohne letzteres zu verändern: so schien aus diesem Grunde dem Verfasser hier der geeignete Ort, ihrer zu erwähnen.

Hinsichtlich der Bauart unterscheidet sich das Ponceletrad von jedem andern Staberrade nur durch seine Schaufelconstruction.

Digitized by Google

Ihr Erfinder Poncelet, ein französischer Mathematiker, ging von dem Grundsatze aus, daß, wenn man die Schaufeln eines unterschlächtigen Rades so krümmt, daß der eintretende Wasserstrahl an der hohlen Seite derselben hinanströmen und dadurch gegen dieselben drücken kann, man eine größere Leistung erhalte, als wenn das Wasser ebene Schaufeln mehr oder weniger rechtwinklig stößt. Diese Räder sind besonders bei einem Gefälle unter 8 Fuß von großem Nutzen, weil sie in ihrer Leistung den Kropfrädern fast ganz gleich, allen übrigen unterschlächtigen aber weit vorzuziehen sind. Man legt die Ausflußmündung, indem man das Geschütz gegen den Horizont möglichst stark neigt, so nahe als thunlich an das Rad und giebt dem Gerinneboden eine Neigung von $\frac{1}{10}$ bis $\frac{1}{15}$ seiner Länge, d. h., ist der Fachbaum vom tiefsten des Rades 10 bis 15 Fuß entfernt: so giebt man dem Gerinneboden auf diese Länge 1 Fuß Fall. Auch umgiebt man das Rad wohl noch mit einem kreisförmigen Kropfe, der sich wenigstens auf zwei Schaufelabtheilungen erstreckt und demselben 32 bis 48 Schaufeln, die, wenn sie von Holz, nach Art der Tonnenstäbe zusammengesetzt und am äußersten Ende zugeschärft, besser aber von Eisenblech angefertigt werden. Die Entfernung je zweier Schaufeln, am äußersten Radumfange gemessen, soll nur 8 bis 11 Zoll, der Radhalbmesser nicht unter $3\frac{1}{2}$ und nicht über 9 Fuß betragen. Bei einem Gefälle über 5 bis 6 Fuß pflegt man die Höhe der Schützöffnung nicht über 6 Zoll anzunehmen.

Ist für Fig. 25 (Taf. III),

$AA_1$ der Oberwasserspiegel,

$EE_1$ der Unterwasserspiegel,

$AE_1 = H$ die senkrechte Entfernung beider

c die Geschwindigkeit des Wasserstrahles, indem er den Umfang des Rades in F berührt,

$c_1$ die Geschwindigkeit des Wassers, indem es in C aus der Mündnng tritt,

v die Umfangsgeschwindigkeit des Rades

$AA_2 = h_1$ die senkrechte Entfernung der obern

Kante der Ausflußöffnung von dem Oberwasserspiegel $E_1D = h_3$ die Neigung des Gerinnes: so wird der Wasserstrahl, indem er in F mit der Geschwindigkeit $c - v$ beginnt, längs der Curve FG mit verzögerter Geschwindigkeit emporsteigen und sich zu einer Höhe erheben, welche der anfänglichen Geschwindigkeit $c - v$ entspricht. Diese Höhe aber ist, nach §. 23, I, $= \frac{(c-v)^2}{4g}$. Alsdann beginnt der Strahl längs der Schaufel wieder herabzusinken und würde im untersten Puncte F wieder mit $c - v$ Geschwindigkeit anlangen, wenn er nicht mittlerweile der Bewegung der Schaufel F G gefolgt wäre und daher nur noch mit $c - 2 . v$ Geschwindigkeit dieselbe verlassen könnte. Da nun, nach Poncelet, $c - 2v = 0$ sein soll: so ergiebt sich auch für diese Räder $v = \frac{1}{2} c$ (denn $c - 2 \cdot \frac{1}{2} c = 0$), d. h., um den größten Nutzeffect zu erlangen, muß die Umfangsgeschwindigkeit des Rades halb so groß sein, als die des anschlagenden Wassers. Diese Räder würden, der Theorie nach, einen Nutzeffect von 100 Procent liefern; allein in der Wirklichkeit wird derselbe nie erreicht, theils aus früher angeführten Gründen, theils, weil das Wasser niemals bei dem Austritte aus dem Rade Nullgeschwindigkeit hat; sondern stets so viel Lebendigkeit übrig behalten muß, als zu seinem Abflusse nöthig ist.

## §. 71.

Der Theorie zufolge bestimmt sich die Höhe der Schaufel F G (Fig. 25 Taf. III) nach der Höhe, bis zu welcher der Wasserstrahl in derselben emporsteigt. Diese Höhe ist bekanntlich $= \frac{(c - v)^2}{4g}$.

Setzt man nun $v = \frac{1}{2} c$: so wird $\frac{(c - v)^2}{4 \cdot g}$

$= \frac{(c - \frac{1}{2}c)^2}{4g} = \frac{\frac{1}{4} c^2}{4g} = \frac{1}{4} \cdot \frac{c^2}{4 \cdot g} = \frac{1}{4} h$

Digitized by Google

oder gleich dem vierten Theile des ganzen nutzbaren Gefälles h = H. Um diese Entfernung muß also der obere Rand $G_1$ der Schaufel $FG_1$ senkrecht über dem oberen Rande M der Schützöffnung BD liegen und ist damit zugleich die Größe des Gefälles bestimmt, bis zu welchem Ponceleträder angelegt werden können. Denn nehmen wir die höchste zulässige Kranzbreite c c = 2 Fuß: so gehört dazu ein Gefälle von 4 mal 2 = 8 Fuß = h = H.

In der Praxis pflegt man indeß diese Regel weniger anzuwenden und zwar deßhalb, weil danach die Schaufeln gegen den inneren Halbmesser hin zu flach und eine übermäßige Breite der Radkränze erfordert werden würde, wenn der oberste Rand $G_1$ der Schaufel um die vorhin berechnete Entfernung über dem obern Rande M der Schützöffnung BD hätte liegen sollen. Man wendet deßhalb folgende Construction an, die sich in der Wirklichkeit vollkommen bewährt hat:

Durch die Mitte C des aus der Schützöffnung BD strömenden Wasserstrahles und in der Richtung des Gerinnebodens, dessen Neigung vorhin bestimmt wurde, wird eine Parallele CF gezogen und so weit verlängert, bis sie F, den äußersten Umfang des Rades, schneidet. In diesem Durchschnittspuncte wird das Loth FI errichtet und auf demselben der dritte Theil des mittleren Gefälles oder die doppelte senkrechte Höhe der Schützöffnung BD aufgetragen bis K. Aus diesem Puncte K wird mit dem Halbmesser KF der Bogen FG und die Horizontale KG gezogen. Wo beide sich schneiden, also hier in G, ist das Ende der Schaufel FG und die Breite des Radkranzes dadurch bestimmt.

Will man auch der ersten Anforderung genügen, daß „die lothrechte Höhe der Schaufel um den vierten Theil des ganzen Gefälles über der obersten Kante M der Ausflußöffnung BD sich befinde: so mache man ML = ¼ H und ziehe aus L die Horizontallinie $LG_1$: so wird diese den verlängerten Bogen der Schaufel in $G_1$ schneiden; die Schaufel selbst also um den Theil $GG_1$

Digitized by Google

länger und der Kranz breiter. Alle folgenden Schaufeln werden natürlich auf dieselbe Weise verzeichnet, wobei man, wenn die jedesmaligen Theilpuncte $F_0 F F_1 F_2 \ldots$ am äußersten Radumfange vorher bemerkt, das Verfahren sich dadurch erleichtern kann, daß man eine dazu angefertigte Chablone mit ihrem einen Ende in diese äußersten Puncte $F_0 F F_1 F_2 \ldots$ und mit dem andern in die inneren Puncte $G_0 G_1 G_2 G_3 \ldots$ legt und selbige an dem Halbmesser oder vielmehr dem Radzirkel OM befestigt.

## §. 72.

Was nun die mechanische Kraftleistung dieser Räder anlangt: so hat Poncelet durch Versuche gefunden, daß, mit Rücksicht auf den kleinstmöglichen Wasserverlust unter und neben dem Rade und ohne jedes Reibungsmoment,

I. bei einem Gefälle von 6,8 bis 7,8 Fuß der Wirkungsgrad $\eta = 50\%$ und die Leistung $L = 0{,}6 \cdot \frac{(c - v)\, v}{g} \cdot M\gamma = \frac{0{,}6 \cdot 52}{16{,}813} \cdot (c - v)\, v \cdot M$.

$= 1{,}8557 \ldots (c - v)\, v \cdot M$. Fußpfunde

II. bei einem Gefälle von 5,1 bis 6,8 Fuß der Wirkungsgrad $\eta = 55\%$ und die Leistung $L = 0{,}65 \cdot \frac{(c - v)\, v}{g} \cdot M\gamma = \frac{0{,}65 \cdot 52}{16{,}813} \cdot (c - v)\, v \cdot M$

$= 2.01 \ldots (c - v)\, v \cdot M$ Fußpfunde

III. bei einem Gefälle von weniger als 5 Fuß, der Wirkungsgrad $\eta = 60\%$ und die Leistung $L = 0{,}7 \cdot \frac{(c - v)}{v} \cdot M\gamma = \frac{0{,}7 \cdot 52}{16{,}813} \cdot (c - v)\, v \cdot M$

$= 2{,}165 \ldots (c - v)\, v \cdot M$ Fußpfunde

betragen. Es ist hieraus zugleich ersichtlich, daß mit abnehmendem Druckwasser oder Gefälle die Leistung der Ponceleträder verhältnißmäßig wächst; ein Vorzug, der allen andern Rädern abgeht.

Digitized by Google

## Beispiel.

Behalten wir das Beispiel des §. 59 vollständig bei und nehmen nur statt dort gerader hier runde Blechschaufeln: so ist die Geschwindigkeit des an das Rad schlagenden Wassers oder $c = 16$ Fuß; also die Umfangsgeschwindigkeit $v = 8$ Fuß pro Sec. und die Wassermenge $M = 26$ Cubikfuß; mithin nach III das mechanische Moment des Rades oder

$L = 2{,}165\ldots\ (c - v)\ v \cdot M = 2{,}165\ldots\ (16-8)\ 8 \cdot 26 = 3602{,}\ldots$ Fußpfund und, ohne Reibung, der Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{L}{H \cdot M \cdot \gamma} = \frac{3602}{4{,}5 \cdot 26 \cdot 52} = 0{,}592\ldots$$ also über 59 %.

Da aber nothwendigerweise das Moment der Zapfenreibung, die wir, der Kürze wegen, der in §. 59 berechneten $= 80$ Fußpfund setzen wollen, mit in Rechnung gezogen werden muß: so ist die wahre Leistung des Rades $= 3602 - 80 = 3522$ Fußpfund $= 6{,}4\ldots$ Pferdekräfte und der Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{3522}{6084} = 0{,}5789\ldots,$$ also beinahe 58%.

Durch Vergleichung dieses Resultates mit dem des §. 59, stellt sich, bei gleichem Gefälle und Wasserquantum, ein Unterschied von $58 - 25 = 33$ Procent in der Wirkung heraus, um die ein Ponceletrad größer ist, als ein ebensolches mit geraden Schaufeln.



Digitized by Google

# Zweiter Abschnitt.

## Die mittelschlächtigen Wasserräder.

---

### A. Kropfräder.

§. 73.

Unter einem Kropfrade versteht man ein gewöhnliches unterschlächtiges Wasserrad, dessen Schaufeln entweder nach der Richtung des Halbmessers oder, zum leichteren Austritt aus dem Unterwasser, geneigt, oder unter einem gewissen Winkel aus 2 Theilen bestehend, eingesetzt sind und das von einem concentrischen Mantel oder Kropfe umgeben wird.

§. 74.

Wichtig für alle Kropfräder ist die Wassereinführung und hängt von der richtigen Construction der Zuleitungsgerinne auch hier ein Theil der mechanischen Leistung

Digitized by Google

ab. Diese Zuleitung ist sehr mannichfach und geschieht entweder

I. durch Ueberfallschütze, oder
II. durch Leitschaufelschütze, oder
III. durch Spannschütze.

## §. 75.

Betrachten wir zuerst die Ueberfallschütze, von denen die Fig. 26 und 27 (Taf. III), zwei verschiedene Ansichten darbieten. Das Wasser fließt über den Kopf A des Schutzbretes und muß derselbe, damit es in gehöriger Richtung in das Rad trete, oben abgerundet sein. Mit dem Fallen und Steigen des Oberwasserspiegels wird der Kropf AB des Geschützes AD, mittelst beliebiger einfacher Vorrichtung, gesenkt oder gehoben, wenn dem Rade stets gleiche Wassermenge zugeführt werden soll. Damit aber das Wasser nicht durch die Schaufeln stürze, sind in Fig. 26 (Taf. III) schräge Bodenbreter $F F_1 F_2 \ldots$ angebracht; während das in Fig. 27 (Taf. III) abgebildete Rad einen vollständig zusammenhängenden Boden besitzt, in welchem zwischen je zwei Schaufeln Oeffnungen $F F_1 F_2 \ldots$ zum Entweichen der Luft angebracht sind.

## §. 76.

Die zweite Art der Wasserzuführung durch Leitschaufelschütze ist verschiedentlich darzustellen, je nachdem der Oberwasserspiegel mehr oder weniger Schwankungen in Beziehung auf seine Höhe unterworfen ist. Nehmen wir zuerst den Wasserstand von stets gleicher Höhe an: so ist die Leitschaufel BE, in Fig. 28 (Taf. III), nach der Parabel *)

*) Anmerkung. Es ist bereis früher in §. 37 erwähnt, daß die Linie, welche ein nicht senkrecht niederfallender Wasserstrahl beschreibt, eine Parabel ist, zu deren Verzeichnung wir folgende Me-



Digitized by Google

zu krümmen, welche die tiefsten Wasserelemente bei ihrer freien Bewegung beschreiben würden. Bezeichnet

AF = h das ganze nutzbare Gefälle

AB = $h_1$ die Wasserstands- oder Druckhöhe über der Schwelle B

AD = $h_2$ das nöthige Gefälle zur Erzeugung der Geschwindigkeit c des Wasserstrahls, im Augenblicke seiner ersten Berührung mit der Schaufel E.

DF = HG = $h_3$ das dem Rade bleibende Druckgefälle,

---

thoden in Anwendung bringen; je nachdem einmal die Fallhöhe **BD** (Fig. 28 Taf. III) und die Sprungweite **DE**, ein andermal die Fallhöhe und die Geschwindigkeit des Wassers, in dem Augenblicke seines Niedersinkens, bekannt sind:

1. Wenn die Fallhöhe **BD** und die Sprungweite **BE** bekannt sind. Bezeichnet man die Fallhöhe **BD** mit dem Buchstaben **y** und die Sprungweite **DE** mit **x**: so ist die allgemeine Formel für die Construction der Parabel

$$y^2 = p \cdot x$$

(wobei **p** den s. g. Parameter bedeutet) d. h. die Linie **y** ist die mittlere Proportionallinie zwischen dem Parameter und der Linie **x**. Da nun, nach Voraussetzung, die beiden Linien **y** und **x** bekannt sind: so findet sich daraus sehr leicht die Größe des, zur Zeichnung nöthigen, Parameters $p = \frac{y^2}{x}$.

Ist die Linie $A_1b_1$, in Fig. 29 Taf. III, die berechnete Länge des Parameters **p**: so mache man die Linie $Ab = A_1b_1 = p$ und ziehe über ihr einen Halbkreis, theile dieselbe in eine beliebige Anzahl gleicher Theile, so daß **Aq = qp = po = on =...**; errichte in allen diesen Puncten Lothe auf **Ab**, als **qc, pd, oe, nf, mg,....** und ziehe von **A** ab nach den Durchschnittspuncten dieser Lothe mit der Kreislinie die Geraden **Ac, Ad, Ae, Af, Ag....** Man ziehe ferner eine andere gerade Linie **AB** von willkürlicher Länge, theile diese, von **A** aus, in ebensoviele und gleich große Theile, wie **Ab**; so daß auf **AB** und **Ab Aq = Ap = qp = qp = po = po =....**, errichte auch in sämmtlichen Puncten **q p o m n...** der Linie **AB**, zu beiden Seiten willkürlich verlängert, die Lothe **cqc, dpd, eoe, fef,...** mache $\overline{Ac} = cc$, $\overline{Ad} = dd$, $\overline{Ae} = ee$, $\overline{Af} = ff$, $\overline{Ag} = gg$,..... und zwar so, daß die Linie **AB** genau durch die Mitte aller geht. Verbindet man die auf solche Weise bestimmten Puncte..... **g f e d c A c d e f g.....** durch eine Linie: so ist diese die verlangte Parabel und deren eine Hälfte **A c d e f....** ein Zweig derselben. Der Punct **A** wird der Scheitel der Parabel genannt und würde, wenn wir

Digitized by Google

$BD = k = AD - AB = h_2 - h_1$ die Höhe der Kröpfung der Leitschaufel BE,
$DE = l$ die Länge der Kröpfung der Leitschanfel,
$v$ die Umfangsgeschwindigkeit des Wasserrades,
$\alpha = \alpha_1$ den Winkel $DEI = ECH$; dieses jedoch, aus später sich zeigenden Gründen, nur bedingungsweise: so ist, nach §. 23, I, zur Erzeugung der Geschwindigkeit

---

Fig. 29 Taf. III nach Fig. 28 Taf. III zurücktragen, der Scheitelpunct Aauf das dortige **B**, den Anfang der Leitschaufel **BE**, die Linie **AB** auf **BD** und eine der Linien **f n f**, **g m g**,... auf **DE** fallen.

II. Wenn die Geschwindigkeit des Wasserstrahles und entweder seine Fallhöhe oder Sprungweite bekannt sind.

Nennen wir wieder, wie vorhin, die Fallhöhe des Strahles **BD** $= y$ (Fig. 30 Taf. III), dessen Geschwindigkeit im Puncte **B** $= c$, die Sprungweite **BE** $= x$: so würde der von **B** ausgehende Wasserstrahl, wenn er sich in freier Luft horizontal fortbewegen könnte, **c** mal **t** Sec. gebrauchen, um von **B** nach **E** zu gelangen; mithin ist **BE** $= c \cdot t =$ der (beliebig groß angenommenen) Sprungweite $x$; woraus aber folgt, daß

$$t = \frac{x}{c}$$

Da aber der Wasserstrahl, vermöge seiner natürlichen Schwere, in derselben Zeit **t** um die Höhe **AC** $=$ **BF** oder **GH** $=$ **BI** $=$ der Fallhöhe **h** herabgezogen wird: so ist, nach §. 23, I, $h = g \cdot t^2$ mithin $t = \sqrt{\frac{h}{g}}$ oder, wenn wir für **h** das gleichnamige **y** setzen, $t = \sqrt{\frac{y}{g}}$. Vorhin war $t = \frac{x}{c}$; folglich ist, weil $t = t$, auch

$\sqrt{\frac{y}{g}} = \frac{x}{c}$ oder $\frac{y}{g} = \frac{x^2}{c^2}$. Hieraus folgt sogleich

I. die Fallhöhe $y = g \cdot \frac{x^2}{c^2} = \frac{16{,}813}{c^2} \cdot x^2$ und

II. die Sprugweite $x = c \cdot \sqrt{\frac{y}{g}} = c \sqrt{y} \cdot \sqrt{\frac{1}{16{,}813}}$

$= c \cdot 0{,}24388... \sqrt{y}$.

d. h. um l, die Fallhöhe eines Strahles, bei bekannter Sprungweite und Anfangsgeschwindigkeit des Strahles, zu finden, dividire man die Zahl $g = 16{,}813$ mit dem Quadrat dieser Geschwindig-

Digitized by Google

c das Gefälle $h_2 = \frac{c^2}{4g}$ nöthig; oder, weil auch hier $v = \frac{1}{2} c$, also $c = 2 v$,

$$h_2 = \frac{(2v)^2}{4g} = \frac{4v^2}{4g} = \frac{v^2}{g}.$$

Diese beiden Werthe für $h_2 = \frac{c^2}{4g} = \frac{v^2}{g}$ würden als richtig anzunehmen sein, wenn das Wasser durch seine Reibung im Gerinne keine Verluste an seiner Ge-

---

keit und multiplicire den Quotienten mit dem Quadrate der Sprungweite, und

um II., die Sprungweite eines Strahles zu finden, ziehe man aus seiner Fallhöhe die Quadratwurzel und multiplicire diese, eins nach dem andern, mit der Wassergeschwindigkeit im Puncte **B** und dem Bruche $\frac{24388}{100000}$.

Wie sich durch jede dieser Formeln jeder beliebige Punct **B** $a_1 d_1$ **H**... des Parabelzweiges **BH**, Fig. 31 (Taf. III) genau bestimmen läßt, wollen wir an einem Beispiele sogleich practisch beweisen.

### Aufgabe.

Es sei die Geschwindigkeit eines Wasserstrahles, in dem Augenblicke, daß er die Mündung **B** verläßt, d. i. $c = 6$ Fuß pro Sec.; man will die Richtung und Fallhöhe desselben, bei bekannter Sprungweite angegeben wissen.

### Auflösung.

Man ziehe rechtwinklig zwei gerade Linien **BE** und **BD**, Fig. 31 (Taf. III) zusammen, nenne wieder die Sprungweite **BE** allgemein $= x$ und die Fallhöhe **BD** $= y$, theile die Horizontale **BE** in eine beliebige Anzahl von Theilen; so daß z. B. $Ba_2 = 3$ Zoll $= 0{,}25$ Fuß, $Bb_2 = 6$ Zoll $= 0{,}5$ Fuß, $Bc_2 = 9$ Zoll $= 0{,}75$ Fuß, $Bd_2 = 12$ Zoll $= 1$ Fuß, $Be_2 = 15$ Zoll $= 1{,}25$ Fuß, $Bf_2 = 18$ Zoll $= 1{,}5$ Fuß u. s. f. und fälle aus den so bestimmten Puncten $a_2 b_2 c_2 d_2$... Lothe von beliebiger Länge, dann ist, weil die Geschwindigkeit des Wasserstrahles im Puncte **B** $= c = 6$ Fuß pro Sec. war,

$$1.\ Ba = a_2 a_1 = y = \frac{g}{c_2} \cdot x^2 = \frac{16{,}813}{6^2} \cdot x^2 = 0{,}467... \cdot x^2$$
$$= 0{,}467... \cdot (0{,}25)^2 = 0{,}029189... \text{ Fuß} = 4{,}2 \text{ Linien}.$$

Digitized by Google

ſchwindigkeit erlitte, deren Größe man füglich zu 10 Procent anſchlagen darf; ſo daß alſo wird

$$AD = h_2 = 1{,}1\,\frac{c^2}{4g} = \frac{1{,}1}{4 \cdot 16{,}813} \cdot c^2 = 0{,}016356\ldots c^2 \text{ oder}$$

$$= 1{,}1 \cdot \frac{v^2}{g} = \frac{1{,}1}{16{,}813} \cdot v^2 = 0{,}065425\ldots v^2$$

Aus $AB = h_1$ und $AD = h_2$ folgt nun die Höhe der Kröpfung

$$BD = AD - AB = h_2 - h_1 = k$$
$$= 0{,}016356\ldots c^2 - h_1 \text{ oder}$$
$$= 0{,}065425\ldots v^2 - h_1$$

ferner aus $AF - AD, = DF = HG = h - h_2 = h_3 = h - 0{,}016356 \cdot c^2$ oder $h_3 = h - 0{,}065425 \cdot v^2$.

---

Trägt man dieſe Länge = 4½ Linien auf das auf $a_2$ gefällte Loth bis $a_1$: ſo iſt $a_1$ der erſte feſtgelegte Punct des Zweiges **BH**.

2. **Bb** $= b_2 b_1 = y_1 = 0{,}467 \cdot x_1^2 = 0{,}467 \cdot (0{,}5)^2$
$= 0{,}1167$ Fuß $= 1$ Zoll 4,8 Linien,
3. **Bc** $= c_2 c_1 = y_2 = 0{,}467 \cdot x_2^2 = 0{,}467 \cdot (0{,}75)^2$
$= 0{,}2627$ Fuß $= 3$ Zoll 1,8 Linien,
4. **Bd** $= d_2 d_1 = y_3 = 0.467 \cdot x_3^2 = 0{,}467 \cdot 1^2$
$= 0{,}4670$ Fuß $= 5$ Zoll 7,2 Linien,
5. **Be** $= e_2 e_1 = y_4 = 0{,}467 \cdot x_4^2 = 0{,}467, (1{,}25)^2$
$= 0{,}7297$ Fuß $= 8$ Zoll 9 Linien,
6. **Bf** $= f_2 f_1 = y_5 = 0{,}467 \cdot x_5^2 = 0{,}467 \cdot (1{,}5)^2$
$= 1{,}0500$ Fuß $= 12$ Zoll 7,2 Linien,
7. **Bg** $= g_2 g_1 = y_6 = 0{,}467 \cdot x_6^2 = 0{,}467\ (1{,}75)^2$
$= 1{,}4300$ Fuß $= 17$ Zoll 2 Linien u. ſ. f.

Man ſieht ein, wie man in dieſer Weiſe beliebig weit fortfahren kann und nothwendigerweiſe ſo weit hinabſteigen, bis man das die Sprungweite begrenzende Loth erreicht hat, nur iſt dabei zweckmäßig, die Länge der jedesmal bekannten Linie (**BE** oder **BD**) in möglichſt kleine Theile zu theilen, weil dadurch die die Richtung des Parabelzweiges beſtimmenden Durchſchnittspuncte $a_1 b_1 c_1 d_1 \ldots$ deſto näher gerückt und ſomit die Zeichnung erleichtert wird.

Will man an einen Parabelzweig **BH**, Fig. 32 Taf. III, eine Tangente ziehen und iſt **BD** die Axe desſelben: ſo verlängere man letztere über **B** hinaus, fälle von dem Puncte **H**, wenn an dieſen die Berührungslinie gelegt werden ſoll, auf **BD** das Loth **HD**, mache **BA** = **BD** und ziehe von **H** nach **A** die Gerade **HA**: ſo iſt dieſe die verlangte. Ebenſo ſind für die Puncte **E** und **F** in der Curve **BH** deren zugehörige Tangenten **EC** und **FG**. Wir werden ſehr bald den Werth einer ſolchen Berührungslinie kennen lernen.

Digitized by Google

Nun hat man, der Theorie der Wurfbewegung zufolge, den Neigungswinkel DEI = α (Fig. 28 Taf. III), des Leitschaufelendes BE, oder der Tangente IE der Parabel für den Punct E, bestimmt durch die Formel

$$\text{sinus von } \alpha = \sqrt{\frac{k}{h_2}} = \sqrt{\frac{h_2 - h_1}{h_2}}$$

$$= \sqrt{\frac{0{,}016356 \cdot c^2 - h_1}{0{,}016356 \cdot c^2}} = \sqrt{\frac{0{,}065425 \cdot v^2 - h_1}{0{,}065425 \cdot v^2}}$$

$$= \frac{7{,}8192\ldots}{c} \sqrt{0{,}016356 \cdot c^2 - h_1}$$

$$= \frac{3{,}9095\ldots}{v} \cdot \sqrt{0{,}065425 \cdot v^2 - h_1}$$

Die Höhe B D = k der Kröpfung der Leitschaufel BE durch die Formel

$$k = \frac{c^2 \cdot \sin \alpha^2}{4 \cdot g} = \frac{1}{4 \cdot g} \cdot c^2 \cdot \sin \alpha^2 \cdot = 0{,}01487 \cdot c^2 \cdot \sin \alpha^2$$

$$= 0{,}05948 \cdot v^2 \cdot \sin \alpha^2$$

und deren Länge DE oder

$$l = \frac{c^2 \cdot \sin 2\,\alpha}{4\,g} = 0{,}01487 \cdot c^2 \cdot \sin 2\,\alpha$$

$$= 0{,}05948 \cdot v^2 \cdot \sin 2\,\alpha.$$

Macht man die sehr zweckmäßige Forderung, daß das Wasser tangential an das Rad gelange, d. h., daß die Tangente E I die gemeinschaftliche Berührungslinie des Parabel- wie des Kreispunctes E sei: so findet man endlich den äußeren Halbmesser des Rades CG = CE = R durch die Gleichung

$$\begin{aligned} AF - AD &= DF = CG - CH \text{ oder} \\ h - h_2 &= R - CH; \end{aligned}$$

es ist aber $\frac{CH}{CE} = \cos \alpha_1$ also $CH = CE \cdot \cos \alpha_1$

$$= R \cdot \cos \alpha_1, \text{ mithin}$$

Digitized by Google

$$h - h_2 = R - R \cdot \cos \alpha_1$$
$$= (1 - \cos \alpha_1)\ R \text{ und daraus}$$
$$\frac{h - h_2}{1 - \cos \alpha_1} = R.$$

und ist für diesen Fall $< \alpha_1 = < \alpha$; umgekehrt hat man für den Centriwinkel $ECG = \alpha_1$ des wasserhaltenden Bogens

$$\cos \cdot \alpha_1 = 1 - \frac{h - h_2}{R}.$$

Leistet man der letzten Bedingung nicht Genüge, daß $\alpha = \alpha_1$, d. h., daß die Tangenten des Radkreises und der paraboliſchen Leitſchaufel BE zuſammenfallen, was beinahe immer der Fall iſt, wenn der Halbmeſſer R nicht zu groß ausfallen ſoll: ſo hat man die Abweichung der Richtung des eintretenden Strahles von der Bewegungsrichtung der von ihm geſtoßenen Schaufel zu ſetzen =

$$\alpha_1 - \alpha = \delta \text{ (ſprich delta)}$$

ein Winkel, der in der Folge faſt bei jeder Berechnung vorkommt und deßhalb von Einfluß auf das Leiſtungsvermögen eines Rades iſt.

## §. 77.

Einen einfacheren und deßhalb dem weniger geübten Rechner vielleicht mehr zuſagenden Weg, die Einmündung bei Kropfgerinnen zu conſtruiren, hat Neumann in ſeinem Mühlenbau §. 86 gewieſen, der, wie ſich der Herr Verfaſſer ſelbſt ausdrückt, hinreichen mag, wenn es auf größere Genauigkeit nicht ankommen ſoll:

Macht man das letzte Zuflußgerinne $AA_1$, $BB_1$,....., Fig. 33 (Taf. III), vor dem Rade horizontal, denkt ſich daſſelbe bis $n, n_1$....., wo es den concentriſchen Kropfbogen ſchneidet, verlängert, mißt von dieſem Durchſchnittspuncte einmal in der Richtung von $AA_1$, $BB_1$.... und das anderemal in der Richtung des Kropfbogens nach unten bis $pq$, $p_1q_1$..... ſechs Zolle, errichtet in den

Puncten $pp_1$... abwärtsgehende Lothe $ps$, $p_1s_1$,... und zieht durch $q, q_1$... die verlängerten Radhalbmesser Ct, $Ct_1$,..., beschreibt aus den neuen Durchschnittspuncten $r, r_1$,... mit $rp = rq$ und $r_1p_1 = r_1q_1$... die Kreisbögen $pq$, $p_1q_1$,... so sind diese die verlangten Kröpfungen.

Man sieht leicht ein, daß die hier gezeigte Construction der Kropfschwellen deßhalb nicht genau richtig sein kann, weil jeder Wasserstrahl bei seinem Uebergange aus einer horizontalen Richtung in eine mehr verticale nicht einen Kreis, sondern eine Parabel beschreibt; beide Linien aber durchaus keine Aehnlichkeit mit einander haben. Ferner werden wir weiter unten sehen, daß die Gestalt des Kropfbogens nicht von dessen senkrechter Höhe über dem Unterwasserspiegel DE, sondern lediglich von der dem Rade gebotenen Wassermenge und der Höhe, in welcher der Strahl in dasselbe eintritt, abhängt.

## §. 78.

Bei der Bestimmung der verschiedenen Dimensionen des Zuleitungsgerinnes in §. 76, Fig. 28 (Taf. III), sind zwei Werthe gleichsam unberücksichtigt geblieben, obgleich sie von derselben Wichtigkeit sind, wie alle übrigen. Wir meinen

1) die zweckmäßigste Umfangsgeschwindigkeit des Rades, d. i $v$ und

2) die Höhe des über die Leitschaufel BE tretenden Wasserstrahles, d. i. $AB = h_1$.

Was die Umfangsgeschwindigkeit $v$ anlangt: so nimmt man sie für Mahlmühlen nicht gern unter 4 Fuß und zweckmäßig nicht über 6 Fuß pro Sec.; so daß also, wenn die Geschwindigkeit des Wassers, im Augenblicke seiner ersten Berührung mit der Schaufel, doppelt so groß sein muß, $c = 8$ bis 12 oder im Mittel zu 10 Fuß pro Sec. anzunehmen sein würde.

Die Höhe des über die Leitschaufel BE in das Rad bei E tretenden Strahles, d. i. $AB = h_1$, hängt aber ab: von der disponiblen Wassermenge, der Breite und

Digitized by Google

Gestalt des Zuleitungsgerinnes und bestimmt sich vorläufig durch die Formel III des §. 37, wo

$$h \text{ oder hier } h_1 = 0{,}322244 \sqrt[3]{\left[\frac{M}{\mu \cdot b}\right]^2}.$$

Darf man die Wassermenge (M) als bekannt ansehen und steht die Gestalt ($\mu$) des Zuführungsgerinnes in der Gewalt des Baumeisters: so hängt die Breite (b) des Gerinnes unmittelbar mit der lichten Weite des Rades zusammen. Diese beiden genau sich gleich zu machen, dürfte als zweckmäßig empfohlen werden können.

## §. 79.

Die Erwähnung der lichten Breite des Wasserrades führt uns auf ein wichtiges Radverhältniß, das bisher noch unerörtert geblieben ist und deßhalb hier, an geeigneter Stelle, beleuchtet werden mag.

Die Radweite hängt von dem Fassungsraume ab, den man dem Rade, oder vielmehr einer einzelnen Schaufel, geben will. Bezeichnen wir die Kranzbreite mit d und die lichte Weite zwischen den Radkränzen mit w: so hat man den Querschnitt des vom Boden und inneren dazwischen liegenden Kranzwänden gebildeten ringförmigen Fassungsraumes = d . w, und ist nach v die Geschwindigkeit des Rades im Mittel der Kranzbreite: so ist der in jeder Sec dem eintretenden Wasser dargebotene Fassungsraum = d w . v. Dieser Raum kann jedoch dem Aufschlagewasser M nicht gleich sein, weil der vom Wasser in einer Zelle eingenommene Raum stets kleiner ist, als der ganze zwischen zwei Schaufeln, deren Wänden und Boden, befindliche Cubikgehalt der Zelle. Es ist daher

$$d \cdot w \cdot v = \varepsilon \cdot M \text{ (sprich etta)}$$

wo $\varepsilon$ eine Zahl bedeutet, die größer als 1 ist und gewöhnlich zwischen 2 bis 5 liegt; und zwar erstes bei starker, letztes bei schwacher Füllung der Schaufeln.

Digitized by Google

Demnach ist nun die gesuchte lichte Radweite oder

$$w = \frac{\varepsilon \cdot M}{d \cdot v}$$

oder, weil nach §. 51 $v = 0{,}1047 \cdot u \cdot R$.

$$w = \frac{\varepsilon \cdot M}{d \cdot 0{,}1047 \cdot u \cdot R}$$

Setzt man nun ein nach dem andern

I. für $\varepsilon = 2$, d. h., wenn der zwischen den Begränzungswänden zweier Schaufelbreter befindliche Raum einer Zelle zur Hälfte vom Wasser angefüllt werden soll: so ist die Radweite oder

$$w = \frac{2 \cdot M}{d \cdot 0{,}1047 \cdot u \cdot R} = 19{,}102 \cdot \frac{M}{d \cdot u \cdot R}$$

II. für $\varepsilon = 3$: so wird $w = \frac{3 \cdot M}{d \cdot 0{,}1047 \cdot u \cdot R}$

$$= 28{,}653 \cdot \frac{M}{d \cdot u \cdot R}$$

III. für $\varepsilon = 4$: so wird $w = \frac{4 \cdot M}{d \cdot 0{,}1047 \cdot u \cdot R}$

$$= 38{,}200 \cdot \frac{M}{d \cdot u \cdot R}$$

IV. für $\varepsilon = 5$: so wird $w = \frac{5 \cdot M}{d \cdot 0{,}1047 \cdot u \cdot R}$

$$= 47{,}756 \cdot \frac{M}{d \cdot u \cdot R.}$$

## Beispiel.

Wie breit wird man ein Wasserrad zu machen haben, dessen Halbmesser 7 Fuß und Kranzhöhe 1 Fuß mißt, wenn ihm jede Sec. 20 Cubikfuß Wasser zugeführt werden und es 12 mal in 1 Minute umgeht; die Schaufeln sich zur Hälfte mit Wasser füllen sollen?

Digitized by Google

Auflösung.

Es ist R = 7 Fuß, d = 1 Fuß, M = 20 Cubikfuß, u = 12 Umgänge pro Minute und ε = 2; mithin, nach I. die lichte Radweite oder

$$w = 19{,}102 \cdot \frac{20}{1 \cdot 12 \cdot 7} = 4{,}548\ldots \text{ Fuß} = 4$$

Fuß 6 Zoll 7 Linien.

Wir sehen zugleich aus den obigen Formeln, daß ein Rad desto breiter werden muß, je mehr Wasser ihm zugeführt, je weniger seine Schaufeln gefüllt werden sollen, je niedriger seine Kränze werden, je langsamer es umgeht und je kleiner sein Halb- oder Durchmesser ist.

Machen wir nun die Radweite w = der Canalbreite b: so sind wir im Stande, nach der Formel des §. 78 die Wasserstandshöhe $h_1$ auf dem Ueberfallwehr und damit sämmtliche Maße des §. 76 zu berechnen.

§. 80.

Der Bestimmung der Radweite mag sich die der Schaufelzahl eines unterschlächtigen Wasserrades anschließen.

Je mehr Schaufeln einem Rade gegeben werden, desto länger wird das Wasser in denselben zurückgehalten und damit dessen Nutzeffect erhöhet. Da aber dem Fassungsraume einer Zelle desto mehr Raum entzogen wird, je dicker die Schaufelbreter sind: so hat theils auch jene Zahl ihre Grenzen, theils sind die dünnsten; und zwar die von Eisenblech, die zweckmäßigsten. Gewöhnlich macht man die Zahl der Schaufeln

$$n = 5\ R \text{ bis } 6\ R$$

wenn R den größten Halbmesser des Rades bedeutet; nach Langsdorf

$$n = 18 + 3\ R$$

wo beide male R in Fußen ausgedrückt sein muß; oder man macht die Entfernung je zweier Schaufeln

$$= 7\left(1 + \frac{d}{10}\right) \text{ Zolle}$$

wo d die Kranzbreite in Zollen bedeutet.

Digitized by Google

### Beispiel.

Wie viel Schaufeln sind dem Rade des vorigen §. zu geben?

### Auflösung.

Es ist $R = 7$ Fuß, $d = 1$ Fuß $= 12$ Zoll mithin

$n = 5\ R$ bis $6\ R = 35$ bis $42$ Stück

$= 18 + 3\ R = 18 + 21 = 39$ Stück

$$= \frac{\text{Kreisumfang in Zollen, dividirt}}{\text{durch } 7\left(1 + \frac{d}{10}\right)} = \frac{2 \cdot R \cdot \pi \cdot 12}{7\left(1 + \frac{d}{10}\right)}$$

$$= \frac{2.7.3{,}141\ldots.12}{7\left(1 + \frac{12}{10}\right)}$$

$= 34{,}\ldots$ Stück.

Nehmen wir aus den erzielten 4 Resultaten das arithmetische Mittel: so erhält man $n = \frac{35 + 42 + 39 + 34}{4}$ $= 37\frac{1}{2}$ Schaufeln; wofür man, sofern das Rad durch die Arme in 4 oder 6 Theile getheilt wird, die nächste Zahl 36 zu setzen hat.

Wir werden später bei den oberschlächtigen Wasserrädern, §. 121, auf diesen Gegenstand nochmals zurückkommen.

## §. 81.

Gehen wir jetzt, nach Bezugnahme auf §. 76, zu der zweiten Art der Leitschaufelschütze über, wenn der Oberwasserspiegel von veränderlicher Höhe ist: so nennt man diese wohl Coulissenschütze und zeigt Fig. 34 (Taf. IV) einen Zuleitungsapparat genannter Art. Er besteht aus 2 Schützbrettern A und B, von denen jedes für sich gestellt und dadurch nicht allein die Druckhöhe, sondern auch die Ausflußöffnung selbst verändert werden kann. Eine tangentiale (§. 76) Einfüh-

Digitized by Google

rung des Waſſers auf das Rad iſt allerdings durch dieſen Leitapparat nicht möglich; man wird ſich vielmehr damit begnügen müſſen, die Richtung der Leitſchaufeln noch 20 bis 30 Grad von der Tangentenrichtung abweichen zu laſſen. Das Waſſer läuft zwiſchen den Leitſchaufeln hindurch, nach demſelben Geſetze, wie es durch kurze Anſatzröhren (§. 40, 2) ausfließt. Es iſt daher in der Regel der Ausflußcoëfficient $\mu = 0{,}82$ und fällt dann auch der Widerſtandscoëfficient größer aus, als bei der Ueberfall- und Spannſchütze. Der Geſchwindigkeitscoëfficient iſt (ebenfalls nach §. 40, 2) $\varphi = 0{,}85$ und die zur Erzeugung der Geſchwindigkeit des aus dem Schütze fließenden Waſſerſtrahles nöthige Druckhöhe

$$h_2 = \left(\frac{1}{0{,}85}\right)^2 \cdot \frac{c^2}{4g} = \frac{1{,}304}{4 \cdot 16{,}813} \cdot c^2 = 0{,}02058\ c^2$$

$$= 0{,}08232\ v^2$$

und hiernach die vom Totalgefälle h übrig bleibende Höhe des waſſerhaltenden Bogens

$$h_3 = h - h^2 = h - 0{,}02058 \ldots\ c^2$$

$$= h - 0{,}08232 \ldots\ v^2$$

Bei veränderlichem Waſſerſtande macht man die Anordnung für den mittleren Waſſerſtand, daß man das äußere Ende M der mittleren Leitſchaufel um die letzte Höhe $h_3$ über den Fuß F des Rades legt. Um ſämmtliche Leitſchaufeln, deren Normalabſtand etwa 3 Zoll gemacht wird, unter gleichen Winkeln gegen den Radumfang zu ſtellen, legt man ſie tangential an einen zum Radumfange concentriſchen Kreis KL, der durch die Richtung der erſten Leitſchaufel beſtimmt wird.

## §. 82.

Eine andere Art von Leitſchaufeln für eine veränderliche Waſſerſtandshöhe zeigt Fig. 35 (Taf. IV), wobei die Radſchaufeln zugleich gebrochen ſind. Zwiſchen dem Waſſerrade und den Geſchützſäulen iſt ein Syſtem von Leitzellen angebracht, die das Waſſer bis dicht an das

Digitized by Google

Rad und so unmittelbar in die Schaufeln führen. Diese Zellen werden durch gußeiserne, und bei mäßiger Breite des Canals durch hölzerne, Platten V gebildet, die vermittelst Schrauben auf die, um einige Zoll hervorstehenden an die gußeisernen Ränder U angegossenen, Rippen befestigt werden. Die auf jeder Seite des Rades stehenden Geschützständer U sind am untern Ende in dem Mauerwerke, oben durch Schrauben an den Holm T befestigt, haben an ihrer sich zugekehrten inneren Seite jeder eine Nuth N, in welcher das Geschütz S auf und und nieder bewegt werden kann. Je nach der Höhe des Oberwasserspiegels wird das Geschütz S gehoben oder gesenkt und damit die Möglichkeit einer stets gleichen Zuführung der nöthigen Wassermenge geboten. Den Geschwindigkeitscoëfficienten für die obere, nicht ganz mit Wasser gefüllte Leitzelle haben wir, sofern die beiden Höhekanten nicht abgerundet sind, nach § 28, 1 zu wählen, wo $\varphi = 0{,}96$, den für die zweite, nach Art der kurzen parallelepipedischen Ansatzröhren aus §. 40, 2 herbeizuholen, wo $\varphi = 0{,}85$. Nehmen wir, weil das Wasser nur durch 2 Leitzellen geht, aus beiden Werthen das arithmetische Mittel $= \frac{0{,}96 + 0{,}85}{2} = 0{,}90$: so ist zur Hervorbringung der mittleren Geschwindigkeit c des einfallenden Wasserstrahles eine Druckhöhe nöthig von

$$h_2 = \left(\frac{1}{0{,}9}\right)^2 \cdot \frac{c^2}{4g} = \frac{c^2}{0.81 \cdot 4 \cdot 16{,}813}$$

$$= 0{,}018357 \cdot c^2 = 0{,}0734... \cdot v^2$$

und deßhalb die vom Totalgefälle h übrig bleibende Höhe des Kropfes oder wasserhaltenden Bogens, d. i.

$h_3 = h - h_2 = h - 0{,}018357 \cdot c^2 = h - 0{,}0734.. \cdot v^2$.

Die Berechnung der durch die verschiedenen Leitzellen strömenden Wassermasse geschieht nach früher gegebenen Regeln. Die lichte Höhe zwischen je 2 Leitzelleu nimmt man zu ungefähr 4 Zoll an und die Dicke der gußeisernen Platten zu $\frac{3}{4}$ bis 1 Zoll.

Digitized by Google

## §. 83.

Die Beaufschlagung eines Kropfrades geschieht nach §. 74

III. durch Spannschütze.

und führt eine derartige Construction die Zeichnung Fig. 36 (Taf. IV), vor Augen. Es ist hierbei das übrigens so nahe wie möglich an das Rad gerückte Schützbret AD unten sehr dick zu machen und nach dem Strahle gehörig abzurunden, damit das Wasser in gehöriger Richtung und ohne Contraction durch die Schützöffnung in das Rad gelange. Aus demselben Grunde ist auch das Ende AB paraboliſch zu formen, indeß nicht nöthig, die Schützöffnung genau in den Parabelscheitel A zu legen, sondern man kann dieselbe nach jedem andern Puncte des Parabelzweiges AB verlegen und nur dafür sorgen, daß die Mündungsaxe EF genau tangential an die Parabel zu liegen komme. Um die richtige Gestalt der Leitschaufel AB zu bekommen, hat man mit der der Fallhöhe GA entsprechenden Endgeschwindigkeit c, nach Anleitung der Anmerkung II des §. 76, die Linie zu construiren.

## §. 84.

Nachdem nun die Formeln entwickelt sind, die nöthig, ein Kropfgerinne so zu construiren, daß das Wasser richtig zugeleitet werde; das einer angenommenen Geschwindigkeit c entsprechende Stoßgefälle $AD = h_2$ (Fig. 28 Taf. III, §. 76) und damit die Höhe des im wasser haltenden Bogen wirkenden Druckgefälles $DF = HG = h_3$ gefunden, wollen wir jetzt zu der Bestimmung der mechaniſchen Leistung des Rades selbst übergehen.

Die Stoßleistung ist nach früheren Lehren =

$$\frac{(c - v)\, v}{2\, g} \cdot M\gamma = \tfrac{1}{2}\, h \cdot M \cdot \gamma$$



Digitized by Google

die Druckwirkung nach eben beendeten $= h_3 \cdot M\gamma$ folglich, durch Vereinigung beider Werthe, wenn das Wasser tangential an das Rad gelangt und auf Reibung noch keine Rücksicht genommen wird, die Leistung oder

$$\text{I. } L = \left[\frac{(c - v)\, v}{2 \cdot g} + h_3\right] \cdot M\gamma = 1{,}5464\ldots$$

$$\left[(c - v)\, v + 2g\, h_3\right] M.$$

Wird dieser tangentialen Richtung des Wassers gegen das Rad nicht Genüge geleistet, so daß also ein Unterschied eintritt zwischen der Richtung des Wasserstrahles und der Umdrehungsrichtung oder der Tangente des Wasserrades (§. 76): so ist in letzter Formel I die Geschwindigkeit c noch mit dem cosinus dieses Winkels $\delta$ zu multipliciren und es wird dann

$$\text{II. } L = \left[\frac{(c \cdot \cos\delta - v)\, v}{2\, g} + h_3\right] \cdot M\gamma$$

$$= 1{,}5464\ldots\left[(c \cdot \cos\delta - v)\, v + 2g h_3\right] M.$$

Sollen endlich die Verluste berücksichtigt werden, die durch die Zapfenreibung und das unbenutzt unter und neben dem Rade verloren gehende Wasser herbeigeführt werden; so wird die Leistung

III. für Spannschütze:

$$L = 0{,}77\left[\frac{(c \cdot \cos\delta - v)\, v}{2g} + h_3\right] \cdot M\gamma - \text{Reibung}$$

$$= 1{,}19\left[(c \cdot \cos\delta - v)\, v + 2g\, h_3\right] \cdot M - R \text{ und}$$

IV. für Ueberfallschütze:

$$L = 0{,}80\left[\frac{(c \cdot \cos\delta - v)\, v}{2g} + h_3\right] M\gamma - R.$$

$$= 1{,}237\ldots\left[(c \cdot \cos\delta - v)\, v + 2g h_3\right] M - R.$$

Wir wollen, zur größeren Deutlichkeit der gegebenen Lehren, ein Beispiel berechnen und wählen, wegen ihrer

Digitized by Google

größeren Zweckmäßigkeit, den §. 76 mit Fig. 28 (Taf. III) und die letzte Formel IV uns zur Richtschnur.

### Beispiel.

An einem Flusse, der jede Sec. 26 Cubikfuß Wasser liefert und dabei ein Gefälle von $4\frac{1}{2}$ Fuß hat, soll ein Kropfrad mit Ueberfallschütze angelegt werden; man will die zweckmäßigsten Dimensionen des Rades wie Gerinnes, nebst dem Leistungsvermögen der Maschine, mit Berücksichtigung der Reibung, wissen.

### Auflösung.

Ist die Umfangsgeschwindigkeit des Wasserrades d. i. $v = 5$ Fuß pro Sec., die Breite seiner Radkränze oder $d = 1$ Fuß, der Füllungscoefficient $\varepsilon = 2$, d. h. füllen sich die Schaufeln zur Hälfte mit Wasser: so ist die dem Rade zukommende Weite, nach §. 79, oder

$$w = \frac{\varepsilon \cdot M}{d \cdot v} = \frac{2 \cdot 26}{1 \cdot 5} = 10{,}4 \text{ Fuß}$$

und weil, nach dem Schlusse des §. 78, die Canalbreite $b =$ der Radweite $w$ zu setzen ist: so ist, nach demselben §, die Höhe der über den Kopf B, Fig. 37 (Taf. IV), fließenden Wassermenge gemessen durch $AB =$

$$h_1 = 0{,}32244 \sqrt[3]{\left[\frac{M}{\mu \cdot b}\right]^2}$$

in welcher Formel bekanntlich $\mu$ den für jede besondere Mündung verschiedenen Ausflußcoefficienten bedeutet. Geben wir dem Zuleitungsgerinne die vortheilhafteste Gestalt „nach der Abrundung des Strahles" so wird für $\mu$, nach §. 34, der Werth 0,97 zu setzen sein; jedoch uns schneller der §. 37 unter III. c, statt obiger Formel die bereits berechnete liefern, wonach nun ist h oder hier

$$h_1 = 0{,}32896 \cdot \sqrt[3]{\left[\frac{M}{b}\right]^2} = 0{,}32896 \cdot \sqrt[3]{\left[\frac{26}{10{,}4}\right]^2}$$

$$= 0{,}60595\ldots \text{ Fuß} = 7 \text{ Zoll } 3{,}\ldots \text{ Linien.}$$



Digitized by Google

Lassen wir ebenfalls, zur Hervorbringung des größten Nutzeffectes, die Geschwindigkeit des Wassers doppelt so groß sein, als die des Rades oder $v = \frac{1}{2} c$: so ist, nach §. 76, die Geschwindigkeitshöhe AD oder

$h_2 = 0{,}065425... v^2 = 0{,}065425....5^2 = 1{,}6356...$ Fuß
$= 1$ Fuß 7 Zoll 8 Linien:

daraus folgt die Höhe der Leitschaufel BE, d. i. BD oder

$k = h_2 - h_1 = 1{,}6356...$ Fuß $- 0{,}60595...$ Fuß
$= 1{,}02965...$ Fuß $= 1$ Fuß... $4\frac{1}{4}$ Linien,

und die Höhe des wasserhaltenden Bogens HC =

$$\begin{aligned} DF &= AF - AD \text{ oder} \\ h_3 &= h - h_2 \\ &= 4{,}5 - 1{,}6356... \\ &= 2{,}8644... \text{ Fuß} \\ &= 2 \text{ Fuß } 10 \text{ Zoll } 4 \text{ Linien} \end{aligned}$$

Der Neigungswinkel I E D $= \alpha$ des Endes E der paraboliſchen Leitſchaufel BE findet ſich durch die Formel:

$$\text{siu } \alpha = \sqrt{\frac{k}{h_2}} = \sqrt{\frac{1{,}02965}{1{,}6356}} = \sqrt{0{,}62952}$$
$$= 0{,}79343...$$

und deßhalb der zu dem Logarithmus der Zahl $0{,}79343... = 0{,}8995062 - 1 = 9{,}8995062 - 10$ gehörige Winkel

$$\alpha = 52^\circ\ 30'$$

ferner die Länge der Leitſchaufel BE, d. i. DE $= l =$

$$\frac{c^2}{4 \cdot g} \cdot \sin. 2\alpha = \frac{10^2}{4 \cdot 16{,}813} \cdot \sin 2 \cdot 52^\circ\ 30'$$
$$= 1{,}487 \cdot \sin. 105^\circ.$$

Es ist aber, nach trigonometriſchen Grundſätzen, $\sin. 105^\circ = \cos. 105^\circ - 90^\circ = \cos. 15^\circ$ und deßhalb

$l = 1{,}487 \cdot \cos. 15^\circ = 1{,}487 \cdot 0{,}96592... =$ $1{,}4363...$ Fuß $= 1$ Fuß 5 Zoll 3 Linien und endlich der Halbmeſſer CG des Waſſerrades, oder

Digitized by Google

$$R = \frac{h - h_2}{1 - \cos.\ \alpha} = \frac{4{,}5 - 1{,}6356}{1 - \cos.\ 52\frac{1}{2}^0} = \frac{2{,}8644}{1 - 0{,}60876}$$

$$= \frac{2{,}8644}{0{,}39124} = 7{,}3214 \text{ Fuß} = 7 \text{ Fuß } 3 \text{ Zoll } 10$$

Linien.

Giebt man dem Rade dieſen Halbmeſſer: ſo wird das Waſſer tangential an dasſelbe gelangen; weil alsdann ſowohl die Tangente des Rades als auch die der Leitſchaufel BE für denſelben Punct, in E zuſammenfallen. Könnte indeß, aus beliebigen Gründen, das Waſſerrad nur 12 Fuß hoch, alſo R = 6 Fuß werden: ſo iſt der Centriwinkel ECG = $\alpha_1$ zu finden durch die Formel

$$\cos\ \alpha_1 = 1 - \frac{h - h_2}{R} = 1 - \frac{4{,}5 - 1{,}6356}{6}$$

$$= 1 - \frac{2{,}8644}{6} = 1 - 0{,}4774 = 0{,}5226...$$

gegebene Winkel
und der durch den logarithmus dieſer Zahl $\alpha_1 = 58^0\ 30$, giebt endlich den Abweichungswinkel der Richtung des Waſſerſtrahles und der Umfangsgeſchwindigkeit des Rades im Puncte E, d. i.

$$\delta = \alpha_1 - \alpha = 58^0\ 30' - 52^0\ 30' = 6^0.$$

Behalten wir in vorliegendem Falle den Halbmeſſer des Rades R = 6 Fuß und $< \delta = 6^0$ bei: ſo iſt, nach obiger Formel IV, die mechaniſche Nutzleiſtung der Maſchine, oder

$$L = 1{,}237...\left[(c \cdot \cos\delta - v)\,v + h_3\,2 \cdot g\right] M \text{ weniger}$$

Reibung oder

$$L = 1{,}237...\left[(10 \cdot \cos 6^0 - 5)5 + 2 \cdot 16{,}8132{,}8644)\right] \cdot 26 - R$$

$$= 32{,}162...\left[(10 \cdot 0{,}9945 - 5)5 + 96{,}318\right] - R$$

$$= 32{,}162\ (24{,}726 + 96{,}318) - R = 3883 \text{Fußpfund} - R.$$

Digitized by Google

Zur Auffindung des durch die Arbeit der Zapfenreibung der Maschine entzogenen Arbeitsquantums R benutzen wir die Formel des §. 57, wonach ist

$$R = 0{,}01047 \cdot u \cdot r \cdot G$$

in welcher Formel bekanntlich u die Umgänge des Rades in 1 Minute, r den Halbmesser des Wellzapfens und G das Totalgewicht des armirten Wasserrades bedeuten.

Die Umgänge des Rades finden sich nach §. 51 durch die Formel

$$u = 9{,}5493 \cdot \frac{v}{R}$$

oder, weil wir im Puncte E der Peripherie die Umfangsgeschwindigkeit des Rades oder v = 5 Fuß pro Sec. angenommen haben, außerdem der Halbmesser CE = R = 6 Fuß beträgt: so ist

$u = 9{,}5493 \cdot \frac{5}{6} = 7{,}958...$ Umgänge p. Minute.

Der Halbmesser r des Wellzapfens sei = 2 Zoll = $\frac{1}{6}$ = 0,1666... Fuß.

Das Gewicht G des Wasserrades mit sämmtlichem Zubehör berechnen wir wieder nach Anleitung des §. 59.

Das Rad ist 12 Fuß hoch, hat 1 Fuß Breite und 4 Zoll — $\frac{1}{3}$ Fuß dicke Kränze, daher ist, wenn R = 6 Fuß, r = 5 Fuß, h = $\frac{1}{3}$ = 0,3333... Fuß betragen, der Cubikgehalt eines Kranzes = $(R^2 - r^2)\ \pi \cdot h$ = $(6^2 - 5^2)$ 3,141..... 0,3333... = 11,519... Cubikfuß; mithin der beider = 23,038... Cubikfuß. Ist das Material frisches Buchenholz, von dem der Cubikfuß 48 Pfund wiegt: so sind beide Kränze = 23,038 . 48 = 1106 Pfund schwer.

Das Rad habe, nach §. 80, 32 buchene Schaufeln, jede $1\frac{1}{2}$ Zoll = $\frac{1}{8}$ = 0,125 Fuß dick, 1 Fuß breit und 10,4 Fuß lang: so ist deren Cubikinhalt = 32 . 0,125 . 1 . 10,4 = 41,6 Cubikfuß und ihr Gewicht = 48 . 41,6 = 1997 Pfunde.

Die eichene Welle sei 25 Fuß lang (l) und habe 2

Fuß im Durchmesser (d) so ist ihr Cubikgehalt $= \frac{d^2}{4} \cdot \pi \cdot l = \frac{2^2}{4} \cdot 3{,}141... \cdot 25 = 78{,}54$ Cubikfuß.

Nehmen wir wieder an, daß $\frac{3}{5}$ Theil der außenliegenden Welle stets naß bleibt und deßhalb ihr Holz als frisch angesehen werden kann, 1 Cubikfuß frisch Eichen-Holz 50 Pfund wiegt, während $\frac{2}{5}$ Theil der inneren Welle als halbtrocken anzusehen ist, wovon ein Cubikfuß 45 Pfund wiegt: so stellt sich das Gewicht derselben also heraus:

$\frac{3}{5} \cdot 78{,}54 \cdot 50 = 2356$ Pfund } giebt durch Addition
$\frac{2}{5} \cdot 78{,}54 \cdot 45 = 1571$ " } $= 3927$ Pfund.

Die das Rad tragenden, um die Welle gelegten, acht frisch-buchene Arme seien jeder 6 Zoll breit und 4 Zoll dick: so ist der Cubikgehalt eines vollen Armes = 12 Fuß mal $\frac{1}{2}$ Fuß mal $\frac{1}{3}$ Fuß $= 2$ Cubikfuß und der aller acht $= 16$ Cubikfuß. Hievon aber gehen für jeden Arm dessen Ausschnitte am Kranze und im Armschlosse ab. Der Ausschnitt am Kranze ist $= 11$ Zoll lang, mal 3 Zoll breit, mal 4 Zoll dick; mithin fehlen an beiden Enden $= 2 \cdot 11 \cdot 3 \cdot 4 = 264$ Cubikzoll. Der Ausschnitt im Armschlosse ist $= 3$ Zoll mal 4 Zoll mal 4 Zoll $= 48$ Cubikzoll; mithin an beiden Enden $= 96$ Cubikzoll und danach das Fehlende an einem ganzen Arme $= 264 + 96 = 360$ Cubikzoll und an acht Armen $= 8 \cdot 360 = 2880$ Cubikzoll $= \frac{2880}{1728} = 1\frac{2}{3}$ Cubikfuß. Danach haben endlich alle acht Arme einen Cubikgehalt von $16 - 1\frac{2}{3} = 14\frac{1}{3}$ Cubikfuß und ein Gewicht von $14\frac{1}{3} \cdot 48 = 688$ Pfunden.

Jede der durch die ganze Breite des Rades gehenden 1 Zoll im Durchmesser haltenden, eisernen Schrauben wiege 30 Pfund: so ist das Gewicht aller acht $=$ 240 Pfunde und lassen wir die zwei gußeisernen Zapfen nebst den sechs schmiedeeisernen Bänden im Ganzen 220 Pfund wiegen.

Digitized by Google

Das im Innern der Mühle befindliche Kammrad wiege 822 Pfund: so ist durch Wiederholung

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| das Gewicht der | beiden | Radkränze | = 1106 | Pfund |
| „ „ | „ | 32 Schaufeln | = 1997 | „ |
| „ „ | „ | Welle . . . | = 3927 | „ |
| „ „ | „ | acht Arme . . | = 688 | „ |
| „ „ | „ | „ Schrauben | = 240 | „ |
| „ „ | „ | Zapfen u. Bände | = 220 | „ |
| „ „ | des | Kammrades . | = 822 | „ |
| | | | oder G = 9000 | Pfund |

und daher der Verlust durch die Reibung, d. i.

$$R = 0{,}01047.. \cdot 7{,}958 \cdot 0{,}1666... \cdot 9000$$
$$= 125 \text{ Fußpfund}$$

und somit die wahre Nutzleistung, oder

$$L = 3883 - 125 = 3758 \text{ Fußpfund} = \frac{3758}{550}$$

$= 6{,}83...$ Pferdekraft und der Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{L}{H \cdot M \cdot \gamma} = \frac{3758}{4{,}5 \cdot 26 \cdot 52} = \frac{3758}{6084} = 0{,}61768 =$$

beinahe $62\frac{9}{10}$.

Gelangte der Wasserstrahl tangential an das Rad, so daß also $< \delta = 6°$ wegfiele: so würde die Leistung sein

$$L = 1{,}237... \left[ (c - v)\, v + 2\, g\, h_3 \right] M - R$$
$$= 1{,}237... \left[ (10-5)5 + 2 \cdot 16{,}813 \cdot 2{,}8644 \right] . 26 - R$$
$$= 32{,}126... \, [25 + 96{,}318] - R = 3898 - R.$$

Durch die damit verbundene Vergrößerung des Rades wird dessen Gewicht größer und seiner Umgänge weniger. Nehmen wir, der Kürze wegen, G = 10,000 Pfund, bleibt der Halbmesser des Wellzapfens r = 2 Zoll = 0,1666... Fuß und wird der des Wasserrades R = 7,3214... Fuß: so sind zunächst dessen Umgänge pro Minute oder

$$u = 9{,}5493 \cdot \frac{5}{7{,}3214} = 6{,}5215$$

Digitized by Google

und deßhalb das Reibungsmoment

$$R = 0{,}01047 \cdot 6{,}5215 \cdot 0{,}1666 \cdot 10000$$
$$= 114 \text{ Fußpfund pro Sec.}$$

Hieraus folgt die ganze Leistung, d. i.

$$L = 3898 - 114 = 3784 \text{ Fußpfunde} = \frac{3784}{550}$$

$= 6{,}88$ Pferdekräfte und der Wirkungsgrad $\eta = \frac{3784}{6084}$

$= 0{,}622$.

## §. 85.

Durch Vergleichung des zuletzt erzielten Resultates mit denen der §§. 59 und 72, bei einerlei Wassermenge und Gefälle, stellt sich heraus, daß

ein Wasserrad im Schnurgerinne mit geraden Schaufeln einen Effect von 25%,

ein Wasserrad im Schnurgerinne mit Ponceletschaufeln einen Effect von 58%,

ein Wasserrad im Kropfgerinne mit geraden Schaufeln einen Effect von 62%

liefert und würde, hinsichtlich der Nutzleistung, das Kropfrad einem Ponceletrade noch etwas vorzuziehen sein, wenn nicht letzteres durch seine größere Umfangsgeschwindigkeit die dem ersten nöthigen inneren Vorgelege entbehrlich machte. Die Berechnungen aller unter dem Namen „Kropfräder" bisher aufgeführten Wasserräder werden nach ein und derselben Formel durchgeführt und ist nur für jeden besonderen Fall die Druckhöhe im Kropfe oder wasserhaltenden Bogen, nach gegebener Anweisung, zuvor zu bestimmen.

## §. 86.

Zur Bestimmung der Sprunghöhe AD $= h_2$, Fig. 28 (Taf. III), §. 76 (Anmerkung II), und der Sprungweite DE $= l$ eines Ueberfallschützes wandte der Ver-

Digitized by Google

fasser nachstehendes einfacheres Verfahren mit gutem Erfolg an:

Damit ein Wassertheilchen vom Spiegel des Oberwassers A bis auf die Ueberfallschwelle nach B gelangen kann, muß es die Höhe $AB = h_1$ durchfallen und würde deßhalb, wenn gar keine Verluste Statt fänden, in B die Geschwindigkeit $c_1 = \sqrt{4gh_1} = 8{,}2\sqrt{h_1}$ erlangt haben. Bei der vortheilhaftesten Construction des Gerinnes könnten wir diese dreist zu 8 Procent anschlagen; so daß also die wirkliche Geschwindigkeit des untersten Wasserelementes, in dem Augenblicke, wenn es über B wegfällt, oder $c_1 = 0{,}92 \cdot 8{,}2\sqrt{h_1} = 7{,}524\sqrt{h_1}$ ist.

Mit diesem, bei bekannter Strahlhöhe $h_1$, aus der Rechnung hervorgegangenen $c_1$ construirt man, nach Vorschrift der Anmerkung II des §. 76, die paraboliſche Bahn des frei niederfallenden Strahles.

Wenden wir nun dieses Verfahren auf das Beispiel des §. 84 an, wo AB oder $h_1 = 0{,}60595...$ Fuß war: so wird die zur Erzeugung der Bahn entstehende Geschwindigkeit $c_1 = 7{,}524\sqrt{0{,}60595} = 5{,}8724...$ Fuß pro Sec. sein. Ziehen wir deßhalb eine Horizontale FBA, Fig. 38 (Taf. IV), auf diese in dem Puncte B, von wo ab der Strahl aus der horizontalen in die niederbiegende Bewegung übergeht, die Senkrechte BD, theilen BA in eine beliebige Anzahl von Theilen; so daß z. B. Ba = 3 Zoll = $\frac{1}{4}$ Fuß, Bb = 6 Zoll = $\frac{1}{2}$ Fuß, Bc = 9 Zoll = $\frac{3}{4}$ Fuß, Bd = 12 Zoll = 1 Fuß, Be = 15 Zoll = $\frac{5}{4}$ Fuß, Bf = 18 Zoll = $\frac{3}{2}$ Fuß.... wird, fällen aus den Puncten a b c d e f.... Lothe von vorerst beliebiger Länge, nennen Ba = x, Bb = $x_1$, Bc = $x_2$... so ist, wenn $Ba_2$ mit y, $Bb_2$ mit $y_1$, $Bc_2$ mit $y_2$.... bezeichnet wird, nach der Formel I. der Anmerkung II. des §. 76,

$$y = \frac{g}{c^2} \cdot x^2 = \frac{16{,}813}{(5{,}8724)^2} \cdot x^2 = 0{,}48754 \cdot x^2$$

und weil zuerst $x = \frac{1}{4}$ Fuß, $y = 0{,}48754 \cdot (\frac{1}{4})^2 = 0{,}03...$ Fuß $= 4\frac{2}{5}$ Linien; ferner

ist $Bb = x_1 = \frac{1}{2}$ Fuß: so ist $y_1 = Bb_2 = 0{,}48754 \cdot (\frac{1}{2})^2$
$= 0{,}1218...$ Fuß $= 1$ Zoll $5\frac{1}{2}$ Linien,
ist $Bc = x_2 = \frac{3}{4}$ Fuß: so ist $y_2 = Bc_2 = 0{,}48754 \cdot (\frac{3}{4})^2$
$= 0{,}2742...$ Fuß $= 3$ Zoll $3\frac{1}{2}$ Linien,
ist $Bd = x_3 = 1$ Fuß: so ist $y_3 = Bd_2 = 0{,}48754 \cdot 1^2$
$= 0{,}4875...$ Fuß $= 5$ Zoll 10 Linien,
ist $Be = x_4 = \frac{5}{4}$ Fuß: so ist $y_4 = Be_2 = 0{,}48754 \cdot (\frac{5}{4})^2$
$= 0{,}7618...$ Fuß $= 9$ Zoll $1\frac{3}{4}$ Linien,
ist $Bf = x_5 = \frac{3}{2}$ Fuß: so ist $y_5 = Bf_2 = 0{,}48754 \cdot (\frac{3}{2})^2$
$= 1{,}0969$ Fuß $= 1$ Fuß 1 Zoll 2 Linien.

u. s. f.

Verbindet man die Durchschnittspuncte $a_1 b_1 c_1 d_1 e_1 f_1 ...$ aus sämmtlichen Horizontalen und Verticalen: so ist die Linie $Ba_1 b_1 c_1 .....$ E die verlangte Parabel.

Nach unserer ersten Berechnung im Anfang des §. 84 war die Sprungweite $DE = l = 1{,}44283...$ Fuß $= x$; ist nun ebenfalls $c = 5{,}8724$ Fuß: so muß die Parabel- oder Fallhöhe $BD = k = y = 16{,}813 \cdot \frac{(1{,}44283)^2}{(5{,}8724)_2} = 1{,}015$ Fuß $= 1$ Fuß 2 Linien werden, welches Resultat mit obiger Rechnung fast ganz genau übereinstimmt.

Nach der so verzeichneten Linie schneide man sich endlich eine Chablone FBE aus und führe sie, indem AB stets horizontal bleibt oder BD vertical, so nahe an das Wasserrad, als zwischen beiden der Spielraum $f_1 g$ bleiben soll und lasse an dieser Stelle $f_1$ die Parabel $Bf_1$ in den mit dem Rade concentrischen Kropfbogen $f_1 k$ auslaufen. Legt man noch an den Parabelpunct $f_1$ die Tangente $f_1 h_1$, errichtet auf derselben in $f_1$ das Loth $f_1 gC$: so muß in dieser Linie der Mittelpunct C des Rades liegen, wenn der Wasserstrahl dasselbe tangential treffen soll und auch g m die erste vollständig getroffene Schaufel sein.

Digitized by Google

## §. 87.

Nachdem wir für ein Kropfrad die nöthigen Dimensionen, sowohl an ihm selbst als im Gerinne zu berechnen gelernt haben, gehen wir, analog dem Verfahren mit Schnurgerinnen, zu den Fällen über, wo es zulässig sein kann, zwei oder überhaupt mehre Kropfräder hinter einander in ein Gerinne zu legen, um auch dafür brauchbare Formeln uns abzuleiten. Zur Vereinfachung der möglichst allgemein zu haltenden Rechnungen, werden wir die Formel I des §. 84 zu Grunde legen und, außer verschiedenen nothwendig werdenden Aenderungen in der Bezeichnungsmethode, namentlich statt der mit $h_3$ dort benannten Höhe des (ersten) wasserhaltenden Bogens, den Buchstaben d einführen, um dadurch sonst leicht sich einschleichen könnenden Verwechselungen desto sicherer vorzubeugen. Demnach ist, von jetzt an, ohne Berücksichtigung aller Nebenhindernisse, die Formel für das Leistungsvermögen eines Rades im Kropfgerinne

$$L = \left[\frac{(c - v)\, v}{2g} + d\right] \cdot M \cdot \gamma = \tfrac{1}{2}\left[H + d\right] M\gamma.$$

## §. 88.

Es mag zunächst für 2 Räder im Kropfgerinne, die gleichen Nutzeffect liefern sollen, das jedem zukommende Gefälle berechnet werden. Es sei

$AA_1$ der Oberwasserspiegel,
$E_1E_2$ der Unterwasserspiegel,
$AE = H$ deren lothrechte Entfernung, oder das ganze nutzbare Gefälle,
$AB = h$ die Geschwindigkeitshöhe des ersten Rades,
$BC = d$ die Höhe seines wasserhaltenden Bogens,
$CD = h_1$ die Geschwindigkeitshöhe des zweiten Rades,
$DE = d_1$ die Höhe seines wasserhaltenden Bogens,
c die Geschwindigkeit des an's erste Rad in F anschlagenden Wassers,

Digitized by Google

$c_1$ die Geschwindigkeit des an's zweite Rad in $F_1$ anschlagenden Wassers,
v die Geschwindigkeit des ersten Rades im Theilkreise, oder des Punctes F,
$v_1$ die Geschwindigkeit des zweiten Rades im Theilkreise, oder des Punctes $F_1$,
M die in einer Secunde beiden Rädern gleichmäßig zu Gebote stehende Wassermenge; dann ist, ohne Berücksichtigung aller Nebenhindernisse, nach dem vorigen §, das mechanische Moment des ersten Rades

$$= \left[\frac{(c - v)\, v}{2g} + d\right] M \cdot \gamma \text{ und}$$

das des zweiten $= \left[\frac{(c_1 - v_1)\, v_1}{2g} + d_1\right] M\gamma.$

Sollen aber beide Räder gleichen Effect leisten: so muß sein

$$\left[\frac{(c-v)v}{2g} + d\right] \cdot M \cdot \gamma = \left[\frac{(c_1 - v_1) v_1}{2g} + d_1\right] M \cdot \gamma \text{ oder}$$

$$\frac{(c - v)\, v}{2g} + d = \frac{(c_1 - v_1)\, v_1}{2g} + d_1 \text{ oder}$$

$$(c - v)\, v + 2g\, d = (c_1 - v_1)\, v_1 + 2g\, d_1$$

Setzen wir wieder, zur Hervorbringung des größten Nutzeffectes, $v = \frac{1}{2} c$ und $v_1 = \frac{1}{2} c_1$: so gehen letzte beide Formeln über in

$$(c - \tfrac{1}{2} c)\, \tfrac{1}{2} c + 2g\, d = (c_1 - \tfrac{1}{2} c_1)\, \tfrac{1}{2} c_1 + 2g\, d_1 \text{ oder}$$

$$\tfrac{1}{4} c^2 + 2g\, d = \tfrac{1}{4} c_1{}^2 + 2g\, d_1$$

Wenn das Wasser das erste Rad verläßt, hat es dessen Geschwindigkeit v, die es, obschon der Gerinneboden $NK_1$ zwischen dem ersten und zweiten Rade horizontal ist, beibehält. Angelangt in dem Puncte $E_1$, fällt es dann wieder bis $F_1$, also um die senkrechte Höhe $CD = h_1$ herab. Hierdurch wird aber, nach §. 61, seine Geschwindigkeit vermehrt und zwar um $\sqrt{4gh_1}$ und ist deßhalb, indem es die Schaufel des zweiten Rades in $F_1$ trifft, seine Geschwindigkeit

$c_1 = \sqrt{v^2 + 4gh_1}$; daraus folgt sogleich

Digitized by Google

$c_1^2 = v^2 + 4g\,h_1$ oder, weil $v = \frac{1}{2}\,c$

$= (\frac{1}{2}c)^2 + 4g\,h_1$

$= \frac{1}{4}\,c^2 + 4g\,h_1$ und deßhalb durch Division mit 4,

$\frac{1}{4}\,c_1^2 = \frac{1}{16}\,c^2 + g\,h_1$.

Setzen wir diesen für $\frac{1}{4}\,c_1^2$ so eben gefundenen Werth in obige Gleichung: so wird

$\frac{1}{4}\,c^2 + 2g\,d = \frac{1}{16}\,c^2 + g\,h_1 + 2g\,d_1$ oder

$\frac{1}{4}\,c^2 - \frac{1}{16}\,c^2 + 2g\,d = g\,h_1 + 2g\,d_1$ oder

$\frac{3}{16}\,c^2 + 2g\,d = g\,h_1 + 2g\,d_1$.

Nach §. 23 II ist $c^2 = 4g\,h$, mithin $\frac{3}{16}\,c^2 = \frac{3}{4}\,g\,h$, also durch Substitution dieses Werthes für $\frac{3}{16}\,c^2$ in letzte Gleichung,

$\frac{3}{4}\,g\,h + 2g\,d = g\,h_1 + 2g\,d_1$ oder, durch Division mit $g$,

$\frac{3}{4}\,h + 2\,d = h_1 + 2\,d_1$ und deßhalb

I. $d = \dfrac{h_1 + 2d_1 - \frac{3}{4}\,h}{2} = \dfrac{4h_1 + 8d_1 - 3h}{8}$ und

II. $d_1 = \dfrac{\frac{3}{4}\,h + 2d - h_1}{2} = \dfrac{3h + 8d - 4h_1}{8}$

Behalten wir, ein für allemal, die Geschwindigkeit des Wassers zu 10 Fuß pro Sec. bei: so giebt das Beispiel des §. 84 die derselben entsprechende Höhe $h_2$ oder hier $h = 1{,}6356\ldots$ Fuß an; wofür wir indeß, der leichteren Rechnung und größeren Sicherheit wegen $1{,}66\ldots = 1\frac{2}{3}$ Fuß $= 20$ Zoll für immer setzen wollen. Da ferner die Kranzbreite gewöhnlich zu 1 Fuß angenommen und der Theilkreis durch die Mitte gelegt wird: so ist $LN = \frac{1}{2}$ Fuß. Der Boden des Zwischengerinnes $NK_1$ ist, der Annahme zufolge, horizontal und deßhalb, weil die lothrechte Entfernung der Kropfschwelle $K_1$ und der Mitte $F_1$ der ersten getroffenen Schaufel des zweiten Rades ebenfalls zu $\frac{1}{2}$ Fuß angenommen, die Geschwindigkeitshöhe des letztern, d. i. $CD = h_1 = 1$ Fuß.

Setzen wir nun in obige Gleichungen I und II für $h$ und $h_1$, die entsprechenden Werthe: so wird

Digitized by Google

I. a. $d = \frac{4 \cdot 1 + 8 \cdot d_1 - 3 \cdot 1\frac{2}{3}}{8} = \frac{8 d_1 + 4 - 5}{8} = d_1 - \frac{1}{8}$ u.

II. a. $d_1 = \frac{3 \cdot 1\frac{2}{3} + 8 \cdot d - 4 \cdot 1}{8} = \frac{8 d + 5 - 4}{8} = d + \frac{1}{8}$.

Da aber die Formel für d das unbekannte $d_1$ und umgekehrt die für $d_1$ das unbekannte d enthält: so bedürfen beide noch der Umarbeitung, ehe sie zum Gebrauche tauglich werden. Hierzu dient folgende Auseinandersetzung:

Es ist $H = h + d + h_1 + d_1$.

Setzen wir, um zuerst d zu bekommen, in letzte Gleichung für $d_1$ den eben gefundenen Werth II. a., wonach $d_1 = d + \frac{1}{8}$: so erhält man:

$H = h + d + h_1 + d + \frac{1}{8}$ oder, für $h = 1\frac{2}{3}$ u. $h_1 = 1$ gesetzt, $= 1\frac{2}{3} + 2d + 1 + \frac{1}{8} = 2\frac{19}{24} + 2d$, mithin

$$H - 2\tfrac{19}{24} = 2d \text{ oder}$$

I. b. $$d = \frac{H - \frac{67}{24}}{2}$$

d. h. um die Höhe d des ersten wasserhaltenden Bogens BC zu finden, subtrahire man von dem Totalgefälle H den Bruch $2\frac{19}{24} = \frac{67}{24}$ und dividire den Rest durch 2. Setzen wir ferner, um $d_1$ zu bekommen, in obige Gleichung für d den gleichbedeutenden Werth I. a., wonach $d = d_1 - \frac{1}{8}$: so erhält man

$H = h + d_1 - \frac{1}{8} + h_1 + d_1$

$= 1\frac{2}{3} + 2d_1 - \frac{1}{8} + 1$

$= 2\frac{13}{24} + 2d_1$ mithin

$H - 2\frac{13}{24} = 2d_1$ und

II. b. $$d_1 = \frac{H - 2\frac{13}{24}}{2}$$

d. h. um die Höhe $d_1$ des zweiten wasserhaltenden Bogens D E zu finden, subtrahire man von dem Totalgefälle H den Bruch $2\frac{13}{24} = \frac{61}{24}$ Fuß und dividire den Rest durch 2.

Digitized by Google

### Beispiel.

Man will an einem Flusse, der 6 Fuß nutzbares Gefälle hat, 2 Wasserräder anlegen, die gleichen Effect leisten sollen; wie wird das Gefälle im Gerinne vertheilt werden müssen, den beabsichtigten Zweck zu erreichen?

### Auflösung.

Es ist das Totalgefälle $H = 6$ Fuß, mithin nach I. b die Höhe des ersten wasserhaltenden Bogens

$$d = \frac{6 - 2\frac{12}{24}}{2} = 1\frac{29}{48} \text{ Fuß}$$

und nach II. b. die Höhe des zweiten wasserhaltenden Bogens

$$d_1 = \frac{6 - 2\frac{13}{24}}{2} = 1\frac{35}{48} \text{ "}$$

rechnen wir dazu $h = 1\frac{2}{3} = 1\frac{32}{48}$ "

und $h_1 = 1$ "

so wird wie vorhin $H = h + d + h_1 + d_1 = 6$ Fuß.

Nach dem der Zeichnung Fig. 39 (Taf. IV) zu Grunde gelegten Maaßstabe ist $AE = H = 6$ Fuß, die Höhe des ersten Wasserrades $= 9{,}8$ Fuß und die des zweiten $= 15{,}25$ Fuß; außerdem die Parabelbogen KG und $K_1G_1$ so gelegt, daß ihre Tangenten GH und $G_1H_1$ zugleich die Tangenten der Radkreise für die Puncte G und $G_1$ sind; daß also $< \delta$ wegfällt.

Um für das zweite Rad die richtige Biegung des Parabelzweiges $K_1G_1$ zu bekommen hat man ebenfalls die zweite Anmerkung des §. 76 zu benutzen. Bei einer etwa vorzunehmenden Umänderung eines bisher geneigten Schnurgerinnes mit Druckwasser, in ein Kropfgerinne ohne solches, kann man auch, um die wirkliche Geschwindigkeit des Wassers zwischen dem ersten und zweiten Rade mit Sicherheit zu bekommen, in folgender Weise verfahren:

Digitized by Google

Man zähle die Umgänge des ersten Wasserrades pro Minute, wenn dasselbe in gehöriger Arbeit ist und berechne aus ihnen und dem Halbmesser desselben, nach der Formel des §. 51, die daraus erwachsende Umfangsgeschwindigkeit des Rades, die, nach dem Vorhinnigen, der Geschwindigkeit des vom ersten nach dem zweiten Rade fließenden Wassers gleich ist.

## §. 89.

Liegen drei Räder hintereinander in einem Kropfgerinne, die gleichen Effect leisten sollen: so ist die Rechnung analog der in §. 63 weiter zu führen. Der Fall, daß 3 Kropfräder hinter einander in ein Gerinne zu liegen kommen, möchte indeß nicht leicht eintreten dürfen, da das Gefälle gewöhnlich dann so bedeutend wird, daß schon oberschlächtige Räder angelegt werden können.

Nennen wir allgemein die Zahl der in einem Gerinne hintereinander liegenden Räder $= N$: so ist, mit Bezugnahme auf Fig. 39 (Taf. IV)

$$AE = AB + BC + (N - 1)(CD + DE) \text{ oder}$$
$$H = h + d + (N - 1)(h_1 + d_1).$$

Aus den Gleichungen I und II des vorigen §. folgt $h_1 = \frac{3}{4} h + 2d - 2d_1$; setzt man nun für $h_1$ den gleichbedeutenden Werth in die Gleichung II: so erhält man

$$H = h + d + (N - 1)(\tfrac{3}{4} h + 2d - 2d_1 + d_1) \text{ oder}$$
$$= h + d + (N-1)\tfrac{3}{4} h + (N-1)2d - (N-1)d_1 \text{ oder}$$
$$= (1 + \tfrac{3}{4}N - \tfrac{3}{4})h + (1 + 2N - 2)d - (N-1)d_1, \text{ daher auch}$$
$$= \frac{1+3N}{4} \cdot h + (2N-1)d - (N-1)d_1 \text{ und endlich}$$

$$h = \frac{4\,[H - (2N - 1)d + (N - 1)d_1]}{1 + 3N}$$

Auf dieselbe Weise stellt sich heraus, wenn man in obige Gleichung für H statt $d_1$ den in Formel II des §. 88 gefundenen Werth an die Stelle setzt,



Digitized by Google

I. $d = \frac{H - \frac{8}{9} h - (\frac{1}{2} h_1 + \frac{3}{8} h) N + \frac{1}{2} h_1}{N}$

oder wenn wir für $h = 1\frac{2}{3}$ und für $h_1 = 1$ als constant annehmen,

$d = \frac{H - \frac{9}{8} N - 1\frac{3}{24}}{N}$; und auf dieselbe Weise

II. $d_1 = \frac{H - h - (N-1) h_1 + \frac{1}{8}}{N} = \frac{H - (N-1) - 1\frac{1}{24}}{N}$

## Beispiel.

An einem Flusse, der 7 Fuß nutzbares Gefälle hat, sollen 3 Kropfräder hinter einander in ein Gerinne gelegt werden; wie wird das Gefälle in letzterem vertheilt werden müssen, wenn alle 3 gleiche Leistung hervorbringen sollen?

## Auflösung.

Es ist $H = 7$ Fuß, $N = 3$ und wenn wir noch die Geschwindigkeitshöhe des dritten Rades mit $h_2$ und die Höhe seines wasserhaltenden Bogens mit $d_2$ bezeichnen, $H = h + d + h_1 + d_1 + h_2 + d_2 = 7$ Fuß.

Nach I ist $d = \frac{H - \frac{9}{8} N - 1\frac{3}{24}}{N} = \frac{7 - \frac{9}{8} \cdot 3 - 1\frac{3}{24}}{3}$

$= 1\frac{2}{7\frac{2}{2}}$ Fuß und nach II. $d_1 = \frac{H - (N-1) - 1\frac{1}{24}}{N}$

$= \frac{7 - (3-1) - 1\frac{1}{24}}{3} = 1\frac{1}{7\frac{1}{2}}$ Fuß.

Nehmen wir nun die Geschwindigkeitshöhe $h_2$ des dritten Rades = der des zweiten $h_1 = 1$ Fuß und ist außerdem $h = 1\frac{2}{3} = 1\frac{4}{7\frac{2}{2}}$ Fuß: so findet sich die Höhe des dritten wasserhaltenden Bogens, oder

$d_2 = H - (h + d + h_1 + d_1 + h_2) = 7 - (1\frac{4}{7\frac{2}{2}} + 1\frac{2}{7\frac{2}{2}} + 1 + 1\frac{1}{7\frac{1}{2}} + 1) = 7 - 5\frac{6}{7\frac{1}{2}} = 1\frac{1}{7\frac{1}{2}}$ Fuß $= d_1$.

Digitized by Google

Durch Zusammenstellung dieser Werthe ergiebt sich

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $h$ | $= 1\frac{48}{72}$ | Fuß | der oberste Wasserstand | $= 1\frac{48}{72}$ | Fuß |
| $d$ | $= 1\frac{24}{72}$ | „ | die erste Kropfhöhe | $= 1\frac{36}{72}$ | „ |
| $h_1$ | $= 1$ | „ | die zweite „ | $= 2\frac{12}{72}$ | „ |
| $d_1$ | $= 1\frac{12}{72}$ | „ | die dritte „ | $= 2\frac{12}{72}$ | „ |
| $h_2$ | $= 1$ | „ | $H$ + einehalbeKranzbreite | $= 7\frac{1}{2}$ | Fuß |
| $d_2$ | $= 1\frac{12}{72}$ | „ | | | |
| $H$ | $= 7$ | Fuß | | | |

welcher Ueberschuß von $\frac{1}{2}$ Fuß, um den der Gerinneboden unter dem Unterwasserspiegel liegt, in Beziehung auf Rückstau, von keinen nachtheiligen Folgen sein kann, da das abfließende Wasser noch so viel lebendige Kraft behält, diesen zu verhüten.

Wir sehen aus letzter Rechnung zugleich eine unverkennbare Uebereinstimmung mit der in §. 63 für Räder im Schnurgerinne geführten, indem dort alle Geschwindigkeitshöhen, vom zweiten Rade an, sich gleich blieben; hier nicht allein diese, sondern auch sämmtliche Kröpfe, es mögen deren soviel als möglich unter einander liegen, gleiche Maße behalten.

## §. 90.

Die im vorigen §. für $d$ und $d_1$ entwickelten Formeln I. und II. lassen sich auch noch auf andere Weise ableiten und werden dadurch beide Abhandlungen an gegenseitiger Beweiskraft gewinnen.

Oben war für N Kropfräder: $H = h + d + (N - 1)(h_1 + d_1)$. Setzen wir nun zuerst, um $d$ zu finden, in diese Gleichung den für $d_1$ in §. 88 II. abgeleiteten Werth $d_1 = \frac{3h + 8d - 4h_1}{8}$, so erhält man

$$H = h + d + (N - 1)\left(h_1 + \frac{3h + 8d - 4h_1}{8}\right) \text{ oder}$$

$$H = \frac{8h + 8d + (N-1)(4h_1 + 3h + 8d)}{8} \text{ oder}$$



Digitized by Google

$$8H = 8h + 8d + 4Nh_1 - 4h_1 + 3Nh - 3h + 8Nd - 8d$$
$$= 8h + 3Nh - 3h + 8d + 8Nd - 8d + 4Nh_1 - 4h_1$$
$$= (8 + 3N - 3)h + (8 + 8N - 8)d + 4(N-1)h_1$$
$$= (5 + 3N)h + 8Nd + 4(N-1)h_1 \text{ oder}$$
$$8H - (5 + 3N)h - 4(N-1)h_1 = 8Nd, \text{ folglich}$$

$$\text{I. } d = \frac{8H - (5 + 3N)h - 4(N-1)h_1}{8 \cdot N}$$

Durch dieselbe Operation findet sich, wenn man in obige Gleichung für H statt $h_1$ den Werth $= \frac{3}{4}h + 2d - 2d_1$ (aus §. 88 II) setzt,

$$\text{II. } d_1 = \frac{(3N + 1)h + (2N - 1)4d - 4H}{4(N-1)}$$

In dem Beispiele des §. 88 war das Totalgefälle $H = 6$ Fuß. die Anzahl der Wasserräder $N = 2$ und deßhalb, weil $h = 1\frac{2}{3}$ Fuß und $h_1 = 1$ Fuß, nach I. die Höhe des ersten wasserhaltenden Bogens, d. i.

$$d = \frac{8 \cdot 6 - (5 + 3 \cdot 2)1\frac{2}{3} - 4(2-1) \cdot 1}{8 \cdot 2}$$

$= 1\frac{29}{48}$ Fuß und nach II. die Höhe des zweiten wasserhaltenden Bogens, d. i.

$$d_1 = \frac{(3 \cdot 2 + 1)1\frac{2}{3} + (2 \cdot 2 - 1)4 \cdot 1\frac{29}{48} - 4 \cdot 6}{4(2-1)}$$

$= 1\frac{35}{48}$ Fuß.

In dem Beispiele des vorigen §. war $H = 7$ Fuß, $N = 3$; mithin nach I

$$d = \frac{8 \cdot 7 - (5 + 3 \cdot 3)1\frac{2}{3} - 4(3-1)1}{8 \cdot 3}$$

$= 1\frac{2}{7\frac{2}{2}}$ Fuß und nach II.

$$d_1 = \frac{(3 \cdot 3 + 1)1\frac{2}{3} + (2 \cdot 3 - 1)4 \cdot 1\frac{2}{7\frac{2}{2}} - 4 \cdot 7}{4(3-1)}$$

$= 1\frac{11}{7\frac{2}{2}}$ Fuß;

also beide Male genau dieselben Resultate wie vorhin.

Digitized by Google

## §. 91.

Was die Umfangsgeschwindigkeiten $v\ v_1 v_2 \ldots$ der auf einander folgenden Wasserräder anlangt: so sind sie in stetem Abnehmen, so lange die Geschwindigkeitshöhen $h_1 h_2 \ldots$ stets nur 1 Fuß oder die Gerinneböden horizontal bleiben; denn indem das Wasser das erste Rad verläßt, hat es dessen Geschwindigkeit $v$, mit der es auf der zweiten Kropfschwelle anlangt. Indem es aber durch die Höhe $h_1$ fällt, vermehrt sich dieselbe und es wird

$$c_1 = \sqrt{v^2 + 4gh_1} \text{ also, weil } v_1 = \tfrac{1}{2} c_1,$$
$$\tfrac{1}{2} c_1 = v_1 = \tfrac{1}{2}\sqrt{v^2 + 4gh_1}.$$

Indem das Wasser das zweite Rad verläßt, hat es wieder dessen Geschwindigkeit $v_1 = \frac{1}{2}\sqrt{v^2 + 4gh_1}$, die sich, durch die Höhe $h_2$ gefallen, um $\sqrt{4gh_2}$ vermehrt; deßhalb ist

$$c_2 = \sqrt{v_1^2 + 4gh_2} = \sqrt{\left[\left(\tfrac{1}{2}\sqrt{v^2 + 4gh_1}\right)^2 + 4gh_2\right]} \text{ u. s. f.}$$

Es sei z. B. die Geschwindigkeit eines Wasserstrahles, im Augenblicke seiner Berührung mit dem ersten Rade $= c = 10$ Fuß pro Sec.; also die des Wasserrades $v = 5$ Fuß, alsdann ist

$$c_1 = \sqrt{v^2 + 4gh_1} = \sqrt{5^2 + 4 \cdot 16{,}813} = 9{,}6048\ldots$$

Fuß pro Sec., mithin $\frac{1}{2} c_1 = v_1 = 4{,}8024\ldots$ Fuß.

Bei dem Niederfallen des Wassers aus dem ersten horizontalen Zwischengerinne in den zweiten Kropf tritt indeß schon ein Geschwindigkeitsverlust ein, dessen Größe wir, nach §. 76, zu 10 Procent annehmen können und ist deßhalb

$v_1 = 0{,}9 \cdot 4{,}8024\ldots = 4{,}322\ldots$ Fuß und
$c_1 = 2 \cdot v_1 = 8{,}644\ldots$ Fuß pro Sec.

Man sieht aber sogleich ein, daß, je weiter man diese Berechnung fortsetzt, man sich immer mehr von dem anfänglichen $c = 10$ Fuß und $v = 5$ Fuß entfernt;

Digitized by Google

oder je mehr Kröpfe man anlegt, desto mehr sowohl die Geschwindigkeit des Wassers als die der Räder abnimmt.

Sollten aus beliebigen Gründen, die Umfangsgeschwindigkeiten der Räder sich gleich bleiben: so müssen die Gerinneböden zwischen denselben etwas geneigt werden und zwar so, daß, weil $v^2 = v_1^2 = v_2^2 = 5^2 = 25$ bleiben soll, $4gh_1 = 4gh_2 = 4gh_3 = \ldots = 75$ betrage und danach $h_1 = h_2 = h_3 = \ldots = \frac{75}{4 \cdot g} \cdot 1{,}1 = \frac{75}{4 \cdot 16{,}813} \cdot 1{,}1 = 1{,}2267\ldots$ Fuß werde.

Da indeß selten oder vielleicht nie der Fall eintreten dürfte, daß die Umfangsgeschwindigkeiten mehrer auf einander folgenden Räder gleich sein müssen: so thut man besser, alle Gerinneböden vor und zwischen denselben horizontal zu legen und das auf diese Weise gesparte Stoßgefälle zweckmäßiger als Druckgefälle zu verwenden.

## §. 92.

Um die für Räder im Kropfgerinne nöthige Wassermenge zu finden, bedienen wir uns wieder der etwas zu verändernden Formel des §. 67, wo für Räder im Schnurgerinne $M = \frac{v}{H}$ war.

Setzen wir die mechanischen Momente zweier Kropfräder einander gleich, so ist, nach §. 87,

$\frac{1}{2}(H + d) M\gamma = \frac{1}{2}(H_1 + d_1) M_1\gamma$ oder,
weil $\gamma = \gamma$,

$$(H + d) M = (H_1 + d_1) M_1$$

und die nöthige Wassermenge für einen Mahlgang im Kropfgerinne

$$M = \frac{(H_1 + d_1) M_1}{H + d} = \frac{v}{H + d}.$$

Digitized by Google

Bedeutet ferner W die Wassermenge für N Mahlgänge: so ist $W = N \cdot M$ und deßhalb

$$\text{I. } W = \frac{N \cdot \nu}{H + d}.$$

Nun ist für einen Kropf: $H = h + d$, also $d = H - h$; mithin

$$W = \frac{N \cdot \nu}{H + H - h} = \frac{N \cdot \nu}{2H - h}.$$

Weiter folgt aus $W = \frac{N \cdot \nu}{2H - h}$ : $W (2H - h) = N \cdot \nu$ oder

$2WH - Wh = N\nu$ oder

$2WH = N\nu + Wh$, folglich

$$\text{II. } H = \frac{N \cdot \nu + Wh}{2W} = \frac{N\nu}{2W} + \frac{h}{2} = \tfrac{1}{2}\left(\frac{N \cdot \nu}{W} + h\right)$$

Aus I. folgt endlich

$$\text{III. } N = \frac{W (H + d)}{\nu} = \frac{W (2H - h)}{\nu}$$

wo für jeden besondern Fall der Werth für $\nu$ aus der Tabelle des §. 67 herbeizuholen ist.

### Erstes Beispiel.

Welche Wassermenge wird ein Gerinne mit 2 Kropfrädern bedürfen zum Umtriebe eben so vieler Mahlgänge, wenn das Totalgefälle 6 Fuß beträgt und die Steine $3\frac{1}{2}$ Fuß im Durchmesser sein sollen?

### Auflösung.

Es ist $N = 2$, $H = 6$ Fuß und nach der Tabelle des §. 67 Nr. 2, $\nu = 120$; folglich, weil h zu $1\frac{1}{2}$ Fuß bestimmt ist, die nöthige Wassermenge nach I. oder

$$W = \frac{N \cdot \nu}{2H - h} = \frac{2 \cdot 120}{2 \cdot 6 - 1\frac{1}{2}} = 23{,}226\ldots \text{ Cubikfuß pro Sec.}$$

Digitized by Google

### Zweites Beispiel.

Wieviel nutzbares Gefälle bedarf eine Mühle zu 2 Mahlgängen von $3\frac{1}{2}$ Fuß im Durchmesser haltenden Steinen, wenn derselben in jeder Sec. 26 Cubikfuß Wasser zu Gebote stehen?

### Auflösung.

Es ist $N = 2$, $W = 26$ Cubikfuß und $\nu$ nach Nr. 2 $= 120$; deßhalb nach II.

$$H = \tfrac{1}{2}\left(\frac{N \cdot \nu}{W} + h\right) = \tfrac{1}{2}\left(\frac{2 \cdot 120}{26} + 1\tfrac{2}{3}\right) = 4{,}95 \text{ Fuß}.$$

### Drittes Beispiel.

Wieviel Mahlgänge wird man in einem Kropfgerinne anlegen können, welchem, bei einem Totalgefälle von 6 Fuß, in jeder Sec. 26 Cubikfuß Wasser zugeführt werden, wenn die Steine $3\frac{2}{3}$ Fuß im Durchmesser halten sollen?

### Auflösung.

Es ist $H = 6$ Fuß, $W = 26$ Cubikfuß, $\nu = 120$, folglich nach III.

$$N = \frac{W(2H - h)}{\nu} = \frac{26(2.6 - 1\frac{2}{3})}{120} = 2{,}\ldots \text{ Mahlgänge}.$$

### §. 93.

Die nach dem vorigen §. zu einem Rade im Kropfgerinne pro Sec. nöthige Wassermenge ist $=$

$$M = \frac{\nu}{H + d}.$$

Ist $\nu$ für einen gegebenen Fall, H aus der Lage des Terrains unveränderlich und außerdem wünschenswerth, M so klein als möglich zu behalten: so folgt daraus, daß d oder die Höhe des wasserhaltenden Bogens,

Digitized by Google

möglichst groß genommen werden muß. Es ist nun $H = h + d$, also $d = H - h$ und es wird d am größten, wenn h am kleinsten. Will man daher das Wasser möglichst vortheilhaft benutzen: so muß man das Gefälle so vertheilen, daß der Kropf so hoch wie möglich wird; für den Wasserstand auf der Ueberfallschwelle und seine Fallhöhe von da bis zum Schwerpuncte der ersten getroffenen Schaufel aber nur so viel übrig bleibt, als zur Construction des Gerinnes, zum Einschube des Wassers und dessen verlangter Endgeschwindigkeit durchaus nöthig ist.

## §. 94.

Die zu einem Rade im Schnurgerinne pro Secunde nöthige Wassermenge ist nach §. 67

$$M = \frac{\nu}{H}$$

folglich das Verhältniß der Wassermengen zweier Räder, von denen das eine im Kropfe, das andere im Schnurgerinne geht, wie

$$\frac{\nu}{H + d} \text{ zu } \frac{\nu}{H}.$$

Da nun bei gleichem Gefälle H und gleichem Werthe von $\nu$, die zweite Wassermenge größer als die erste ist: so folgt daraus offenbar, daß man da, wo es nur irgend thunlich, d. h., wo hinreichendes Gefälle vorhanden ist, einen Kropf anlegen muß. Man wird damit schon anfangen können bei einem Gefälle von $2\frac{1}{2}$ Fuß.

### Beispiel.

Ein Fluß liefert in einer Sec. 175 Cubikfuß Wasser; wieviel Gefälle wird man nöthig haben, um 3 Mahlgänge, nach Nr. 2 der Tafel des §. 67, anlegen zu können?

Digitized by Google

## Auflösung.

Da wir die Größe des Gefälles noch nicht kennen: so müssen wir, ob ein Kropf- oder Schnurgerinne angelegt werden kann, nach den §§. 68 und 92 für beide Fälle die Höhe H suchen, um aus den erlangten Resultaten von selbst auf die richtige Bauart hingewiesen zu werden.

Es ist $M = 175$ Cubikfuß, $N = 3$ Gänge, $\nu = 120$; alsdann ist

I. für ein Kropfgerinne nach §. 92 II. das nöthige Gefälle oder

$$H = \tfrac{1}{2}\left(\frac{N \cdot \nu}{W} + h\right) = \tfrac{1}{2}\left(\frac{3 \cdot 120}{175} + 1\tfrac{2}{3}\right) = 1{,}86 \text{ Fuß.}$$

Da nun die Geschwindigkeitshöhe h des ersten Rades allein schon 1,66 Fuß beträgt: so bliebe, wenn man Kröpfe anlegen wollte, für die beiden übrigen Geschwindigkeitshöhen und alle 3 Kröpfe nur eine Höhe von 1,86 — 1,66 = 0,20 Fuß, aus welcher Größe natürlich aber nichts mehr hergestellt werden kann. Es muß also für diesen Fall ein Schnurgerinne, nach der Formel II. des §. 68, construirt werden, wonach ist

$$\text{II.} \quad H = \frac{N \cdot \nu}{W} = \frac{3 \cdot 120}{175} = 2{,}059\ldots \text{ Fuß.}$$

Für diesen Fall ist $H = h + h_1 + h_2$ und, nach §. 63 $h_1 = h_2 = \frac{3}{4}\,h$ und demnach $H = h + \frac{3}{4}\,h + \frac{3}{4}\,h = 2\frac{1}{2}\,h$; daraus folgt denn

d. Geschwindigkh. d. 1. Rades $h = \frac{2}{5}H = \frac{2}{5} \cdot 2{,}059 = 0{,}822$ F.
„ „ „ 2. „ $h_1 = \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5} \cdot 2{,}059 = 0{,}6177$ F.
„ „ „ 3. „ $h_2 = \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5} \cdot 2{,}059 = 0{,}6177$ F.

und durch Addition: $h + h_1 + h_2 = H = 2{,}0590$ F.

d. h., wenn alle drei Räder gleichen Effect leisten sollen, muß die Geschwindigkeitshöhe des ersten Rades $\frac{2}{5}$ oder $\frac{4}{10}$ des ganzen Gefälles oder 9 Zoll $10\frac{1}{2}$ Linie; die des zweiten $\frac{3}{10}$ oder 7 Zoll 5 Linien und die des dritten ebensoviel wie die des zweiten betragen.

Digitized by Google

## §. 95.

Setzt man in den Formeln einmal des §. 89, wo für N Räder im Kropfgerinne die erste Geschwindigkeitshöhe

$$h = \frac{4\,[H - (2\,N - 1)\,d + (N - 1)\,d_1]}{1 + 3\,N}$$

und das andere mal, nach §. 88, durch Ableitung aus der Formel II. für $d_1$, die zweite Geschwindigkeitshöhe

$$h_1 = \tfrac{3}{4}\,h + 2\,d - 2\,d_1$$

war, die Höhen der wasserhaltenden Bogen = 0: so ist für Räder im Schnurgerinne

I. die erste Geschwindigkeitshöhe $h = \frac{4\,H}{1 + 3\,N}$ Fuß

II. „ zweite „ „ $h_1 = \frac{3}{4}h = \frac{3\,H}{1+3N}$ Fuß

III. „ dritte „ „ $h_2 = \frac{3}{4}h = \frac{3\,H}{1+3N}$ Fuß

u. s. f.

Nach diesen Formeln ist es leicht, die Lage der gewöhnlichen Staber- und Panstergerinne anzuordnen. Ist z. B. $N = 2$: so ist $h = \frac{4 \cdot H}{1+3 \cdot 2} = \frac{4}{7}\,H$ und $h_1 = \frac{3}{7}\,H$.

Ist $N = 3$: so ist $h = \frac{4\,H}{1+3 \cdot 3} = \frac{4}{10}H$, $h_1 = \frac{3}{10}H$, $h_2 = \frac{3}{10}H$.

Ist $N = 4$: so ist $h = \frac{4\,H}{1+3 \cdot 4} = \frac{4}{13}H$, $h_1 = \frac{3}{13}H$, $h_2 = \frac{3}{13}H$, $h_3 = \frac{3}{13}H$ u. s. f.,

zugleich dieselben Resultate, welche oben durch die Formeln der §§. 61 und 63 erzielt wurden.

## §. 96.

Macht man endlich sämmtliche Kropfhöhen einander gleich, so daß $d = d_1 = d_2 = \ldots$, so wird für N Räder die Formel des §. 89 übergehen in

Digitized by Google

$$h = \frac{4\left[H - \left((2N-1)-(N-1)\right)d\right]}{1+3N} \text{ und}$$

$$h_1 = \tfrac{3}{4}h = \frac{3\left[H\left((2N-1)-(N-1)\right)d\right]}{1+3N} = h_2 = h_3 = \ldots$$

Ist z. B. $N = 2$: so wird $h = \frac{4\,(H-2\,d)}{1+3\cdot 2}$ $= \frac{4}{7}\,(H-2\,d)$ und $h_1 = \frac{3}{7}\,(H-2\,d)$ und daraus von selbst $d = d_1 = \frac{4H-7h}{8}$.

Ist $N = 3$: so wird $h = \frac{4\,(H-3\,d)}{1+3\,.\,3} = \frac{4}{10}$ $(H-3\,d)$, $h_1 = h_2 = \frac{3}{10}\,(H-3\,d)$ und daraus $d = d_1 = d_2 = \frac{2H-5h}{6}$.

Ist $N = 4$: so wird $h = \frac{4\,(H-4\,d)}{1+3\cdot 4} = \frac{4}{13}$ $(H-4\,d)$ und $h_1 = \frac{3}{13}\,(H-4\,d) = h_2 = h_3$ und daraus $d = d_1 = d_2 = d_3 = \frac{4H-13h}{16}$

u. s. f.

## Erstes Beispiel.

An einem Flusse von 5 Fuß Gefälle will man 2 Räder von gleicher Leistung in ein Gerinne mit gleichen Kröpfen legen; welche Abmessungen wird man sowohl diesen, als auch den beiden Geschwindigkeitshöhen geben müssen, den verlangten Zweck zu erreichen?

Digitized by Google

## Auflösung.

Es ist $H = 5$ Fuß, $N = 2$. folglich, nach dem zweiten Theile der ersten Formel, die Höhe eines jeden der beiden wasserhaltenden Bogen, d. i.

$$d = d_1 = \frac{4H - 7h}{8} = \frac{4 \cdot 5 - 7 \cdot 1\frac{2}{3}}{8}$$

$= 1\frac{1}{24}$ Fuß;

die erste Geschwindigkeitshöhe $h = \frac{4}{7}(H - 2d)$

$= \frac{4}{7}(5 - 2 \cdot 1\frac{1}{24}) = 1\frac{2}{3}$ Fuß,

die zweite Geschwindigkeitshöhe $h_1 = \frac{3}{7}(H - 2d)$

$= \frac{3}{7}(5 - 2 \cdot 1\frac{1}{24}) = 1\frac{1}{4}$ Fuß.

Durch Addition sämmtlicher Werthe ergiebt sich:

die Geschwindigkeitshöhe des ersten Rades $h = 1\frac{2}{3} = 1\frac{8}{24}$ Fuß
" " " " zweiten " $h_1 = 1\frac{1}{4} = 1\frac{6}{24}$ "
die Höhe des ersten wasserhaltenden Bogens $d = 1\frac{1}{24}$ "
" " " zweiten " " " $d = 1\frac{1}{24}$ "

$H = h + d + h_1 + d_1 = 5$ Fuß

## Zweites Beispiel.

Welche Abmessungen wird man demselben Gerinne geben müssen, wenn das Gefälle 7 Fuß und die Zahl der Räder 3 ist?

## Auflösung.

Nach dem zweiten Theile der zweiten Formel ist die Höhe eines jeden der drei wasserhaltenden Bogen, d. i.

$$d = d_1 = d_2 = \frac{2H - 5h}{6} = \frac{2 \cdot 7 - 5 \cdot 1\frac{2}{3}}{6}$$

$= \frac{17}{18}$ Fuß $= \frac{34}{36}$ Fuß,

und die Geschwindigkeitshöhe des ersten Rades, d. i.

$h = (H - 3d) = \frac{4}{10}(7 - 3 \cdot \frac{17}{18}) =$ .....

$= 1\frac{2}{3}$ Fuß $= 1\frac{24}{36}$ Fuß

dieses zweiten und dritten, d. i.

Digitized by Google

$h_1 = h_2 = \frac{3}{10}(H - 3\,d) = \frac{3}{10}(7 - 3 \cdot \frac{17}{18}$
$= \frac{3}{4} \cdot 1\frac{2}{3} = 1\frac{1}{4}$ Fuß $= 1\frac{9}{36}$ Fuß.

Durch Addition aller sechs Werthe erhält man:

$h = 1\frac{24}{36}$ Fuß
$d = \frac{24}{36}$ "
$h_1 = 1\frac{9}{36}$ "
$d_1 = \frac{24}{36}$ "
$h_2 = 1\frac{9}{36}$ "
$d_2 = \frac{24}{36}$ "

$H = 7$ Fuß $= h + d + h_1 + d_1 + h_2 + d_2$

## Drittes Beispiel.

Es sei das Totalgefälle $H = 10$ Fuß, die Zahl der Räder $N = 4$.

## Auflösung.

Nach dem zweiten Theile der dritten Formel ist die Höhe eines jeden der vier wasserhaltenden Bögen, d. i.

$$d = d_1 = d_2 = d_3 = \frac{4H - 13h}{16} = \frac{4 \cdot 10 - 13 \cdot 1\frac{2}{3}}{16}$$

$= 1\frac{7}{48}$ Fuß

und die erste Geschwindigkeitshöhe $h = \frac{4}{13}(H - 4\,d) = \frac{4}{13}(10 - 4 \cdot 1\frac{7}{48}) = 1\frac{2}{3}$ Fuß und die zweite, dritte und vierte, d. i. $h_1 = h_2 = h_3 = \frac{3}{4}\,h = \frac{3}{4} \cdot 1\frac{2}{3} = 1\frac{1}{4}$ Fuß.

Durch Addition ergiebt sich die Höhe der 4 Geschwindigkeitshöhen $h\,h_1\,h_2\,h_3 = 1\frac{2}{3} + 3 \cdot 1\frac{1}{4} = 1\frac{2}{3} + 3\frac{3}{4} = 5\frac{5}{12}$ Fuß und die der vier wasserhaltenden Bögen $d\,d_1^6 d_2 d_3 = 4 \cdot 1\frac{7}{48} = 4\frac{7}{12}$ Fuß; also in Summa $= 10$ Fuß $= H$.

Es ist damit zugleich auch einleuchtend geworden, daß, wieviel gleich hohe Kröpfe in einem Gerinne auch unter einander liegen mögen, die Geschwindigkeitshöhe des ersten Rades stets $1\frac{2}{3}$ Fuß und jede der folgenden unabänderlich $1\frac{1}{4}$ Fuß betragen müsse; sofern nämlich alle Räder gleich in ihrem Effecte bleiben sollen.

Digitized by Google

## §. 97.

Aus dem bisherigen geht unleugbar hervor, da bei gleichem Gefälle, gleichem Werthe von $v$ und gleichem Nutzeffecte das Wasserrad im Schnurgerinne mehr Wasser zu seinem Umtriebe bedarf, als im Kropfgerinne; da ferner bei letzterem das Wasser durch sein Gewicht, bei ersterem aber lediglich durch den Stoß wirkt, daß

„für die Nutzleistung eines Rades es bei weitem vortheilhafter ist, das Wasser durch sein Gewicht oder den Druck, statt durch den Stoß, wirken zu lassen;“ und finden wir damit die in §. 85 zusammengestellten Angaben: über das Leistungsvermögen verschiedener Wasserräder, wiederholt bestätigt.

## §. 98.

Verlassen wir die bisher festgehaltene Voraussetzung, daß sämmtliche in einem Gerinne hinter einander liegende Wasserräder gleichen, vielmehr das eine den doppelten oder halben, Effect des andern leisten sollen: so werden, wie bei den Schnurgerinnen, auch hier andere Formeln zur Bestimmung des Gefälles im Gerinne nothwendig. Behalten wir wieder, der Einfachheit wegen, zwei Wasserräder bei: so können verschiedene Forderungen gestellt werden:

I. Beide Räder gehen in Kröpfen.

A. Das obere soll das Doppelte des untern
B. das untere das Doppelte des obern leisten.

II. Das Gerinne ist halb Kropf- halb Schnurgerinne.
Das obere Kropfrad soll das Doppelte des untern Schnurrades leisten.

III. Das Gerinne ist halb Schnur- halb Kropfgerinne.
Das untere Kropfrad soll das Doppelte des obern Schnurrades leisten.

Es entstehen aus diesen vier verschiedenen, in der Ausführung denkbaren, Fällen eben so viele verschiedene

Digitized by Google

Rechnungsarten, die wir, so weit es die mehr oder weniger große Wichtigkeit derselben erfordert, nach einander durchgehen wollen.

Zu I. Beide Räder gehen in Kröpfen.

A. Das obere soll das Doppelte des untern leisten. Ist wieder c die Geschwindigkeit des an das erste

$c_1$ " " " " " " zweite Rad schlagenden Wassers

v die Geschwindigkeit des ersten

$v_1$ " " " " zweiten Radtheilkreises

d der wasserhaltende Bogen des ersten

$d_1$ " " " " zweiten Rades

M die beiden gemeinschaftliche Wassermenge p. Sec.

γ das Gewicht eines hannoverschen Cubikf. Wasser:

so ist, wenn die mechanischen Momente beider Räder gleich sein sollen, in Beziehung auf die §§. 87 und 88

$$\left(\frac{(c - v)\,v}{2\,g} + d\right) M\gamma = \left(\frac{(c_1 - v_1)\,v_1}{2\,g} + d_1\right) M\gamma.$$

Da aber augenblicklich das obere Rad das Doppelte des untern leisten soll: so muß der Effect des untern verdoppelt werden, um dem obern zu gleichen und ist deßhalb

$$\left(\frac{(c-v)\,v}{2\,g} + d\right) M\gamma = 2\left(\frac{(c_1 - v_1)\,v_1}{2\,g} + d_1\right) M\gamma \text{ oder}$$

$(c - v)\,v + 2\,d\,g = 2\,(c_1 - v_1)\,v_1 + 2\,d_1\,g)$ oder, weil $v = \frac{1}{2}\,c$ und $v_1 = \frac{1}{2}\,c_1$

$$(c - \tfrac{1}{2}c)\,\tfrac{1}{2}c + 2dg = 2\left[(c_1 - \tfrac{1}{2}c_1)\,\tfrac{1}{2}c_1 + 2\,d_1\,g\right] \text{ oder}$$

$$\tfrac{1}{4}\,c^2 + 2dg = 2\,(\tfrac{1}{4}\,c_1{}^2 + 2d_1g)$$
$$= \tfrac{1}{2}\,c_1{}^2 + 4d_1g.$$

Nun ist wieder nach §. 23, II. $c^2 = 4\,g\,h$, also $\frac{1}{4}\,c^2 = g\,h$; außerdem nach §. 61

$$c_1{}^2 = v^2 + 4\,g\,h_1$$
$$= \tfrac{1}{4}c^2 + 4\,g\,h_1 \text{ mithin}$$
$$\tfrac{1}{2}c_1{}^2 = \tfrac{1}{8}c^2 + 2\,g\,h_1 \text{ u., weil } c^2 = 4gh,\ \tfrac{1}{8}\,c^2 = \tfrac{1}{2}gh.$$

= deßhalb $\frac{1}{2}\,c_1{}^2 = \frac{1}{2}\,gh + 2\,gh_1$.

Digitized by Google

Setzen wir die so eben für $\frac{1}{2} c^2$ und $\frac{1}{2} c_1^2$ gefundenen Werthe in obige Gleichung: so wird
$gh + 2dg = \frac{1}{2} gh + 2gh_1 + 4 d_1 g$, oder, durch Division mit g,
$h + 2d = \frac{1}{2} h + 2h_1 + 4d_1$, d. i.
$\frac{1}{2} h + 2d = 2h_1 + 4d_1$ oder
$h + 4d = 4h_1 + 8d_1$; daraus folgt aber sogleich

$$h = 4h_1 + 8d_1 - 4d$$

$$h_1 = \frac{h + 4d - 8d_1}{4}$$

$$d = \frac{4h_1 + 8d_1 - h}{4}$$

$$d_1 = \frac{h - 4h_1 + 4d}{8}.$$

Für den gewöhnlichen Fall, daß man die beiden Geschwindigkeitshöhen h und $h_1$ als bekannt ansehen kann und deßhalb nur die Höhen d und $d_1$ der wasserhaltenden Bogen zu wissen verlangt, bedürfen die dafür aufgestellten Formeln noch einer brauchbaren Umgestaltung, weil die erste das unbekannte $d_1$, die zweite das unbekannte d enthält.

Bekanntlich ist $H = h + d + h_1 + d_1$. Setzt man nun zuerst, um d zu finden, in diese Gleichung für H statt $d_1$ den oben gefundenen Werth: so wird

$H = h + d + h_1 + \frac{h - 4h_1 + 4d}{8}$; daraus entsteht

$8H = 8h + 8d + 8h_1 + h - 4h_1 + 4d$ oder
$= 9h + 12d + 4h_1$ oder
$8H - 9h - 4h_1 = 12d$ und daraus

I. $d = \frac{8H - 9h - 4h_1}{12}$, oder $h = 1\frac{2}{3}$ und $h_1 = 1$ gesetzt,

$= (\frac{2}{3} H - 1\frac{7}{12})$ Fuß

d. h., um für ein Gerinne mit 2 Kropfrädern, von denen das obere das Doppelte des untern leisten soll, die



Digitized by Google

dem obern nöthige Höhe des wasserhaltenden Bogens zu finden, ziehe man von dem Zweidrittheil des ganzen nutzbaren Gefälles den Bruch $1\frac{7}{12}$ ab.

Setzt man zweitens in die Gleichung für H statt d den oben gefundenen entsprechenden Werth: so wird

$$H = h + \frac{4h_1 + 8d_1 - h}{4} + h_1 + d_1; \text{ daraus wird}$$

$$4H = 4h + 4h_1 + 8d_1 - h + 4h_1 + 4d_1 \text{ oder}$$

$$4H = 3h + 8h_1 + 12d_1 \text{ oder}$$

$$4H - 3h - 8h_1 = 12d_1 \text{ und daraus}$$

$$\text{II. } d_1 = \frac{4H - 3h - 8h_1}{12}$$

$$= (\tfrac{1}{3}H - 1\tfrac{1}{12}) \text{ Fuß}$$

d. h. um für ein Gerinne mit 2 Kropfrädern, von denen das untere die Hälfte des oberen leistet, die dem untern nöthige Höhe des wasserhaltenden Bogens zu finden, subtrahire man von dem Drittheil des Totalgefälles den Bruch $1\frac{1}{12}$.

### Erstes Beispiel.

An einem Bache sind $7\frac{1}{2}$ Fuß nutzbares Gefälle vorhanden: man soll zwei Räder so in ein Kropfgerinne legen, daß das obere das Doppelte des unteren leistet; wie wird das Gefälle in demselben vertheilt werden müssen, den beabsichtigten Zweck zu erreichen?

### Auflösung.

Es ist $H = 7{,}5$ Fuß und deßhalb, nach I., die Höhe des ersten wasserhaltenden Bogens, oder

$$d = \tfrac{2}{3}H - 1\tfrac{7}{12} = \tfrac{2}{3} \cdot 7\tfrac{1}{2} - 1\tfrac{7}{12} = 3\tfrac{5}{12}$$

Fuß und die des zweiten, nach II., d. i.

$$d_1 = \tfrac{1}{3}H - 1\tfrac{1}{12} = \tfrac{1}{3} \cdot 7\tfrac{1}{2} - 1\tfrac{1}{12} = 1\tfrac{5}{12} \text{ Fuß}$$

dazu addirt $h = 1\tfrac{6}{12}$ Fuß

und $h_1 = 1$ Fuß, giebt

$$d + d_1 + h + h_1 = 7\tfrac{1}{2} \text{ Fuß} = H.$$

Digitized by Google

### Zweites Beispiel.

Welche Wassermenge werden die letzten beiden Räder erfordern, um 3 Mahlgänge von schwerer Bauart in Bewegung setzen zu können?

### Auflösung.

Bezeichnen wir die nöthige Wassermenge mit W und ist nach der Tabelle des §. 67 für $\nu = 150$: so ist nach der ersten Formel des §. 92

$$W = \frac{N \cdot \nu}{2 \cdot H - h} = \frac{1 \cdot 150}{2 \cdot 7{,}5 - 1\frac{5}{8}} = 22{,}5 \text{ Cubikfuß pro Sec.}$$

### Drittes Beispiel.

Welche mechanische Leistung ist von den beiden Rädern zu erwarten, wenn auf Nebenhindernisse keine Rücksicht genommen wird?

### Auflösung.

Nach den im Anfange dieses §. aufgestellten Formeln ist

$$\left(\frac{(c-v)v}{2g} + d\right) M\gamma \text{ doppelt so groß als } \left(\frac{(c_1-v_1)}{2g} + d_1\right) M\gamma$$

oder, mit Bezugnahme auf das erste Beispiel des §. 69

$(\frac{1}{2}h + d) M\gamma$ doppelt so groß als $(\frac{1}{3}h + \frac{1}{2}h_1 + d_1) M\gamma$ oder

$(\frac{1}{2} \cdot \frac{5}{3} + 3\frac{5}{12}) 22{,}5 . 52$ doppelt so groß als $(\frac{1}{3} \cdot \frac{5}{8} + \frac{1}{2} \cdot 1 + 1\frac{5}{12})$

$22{,}5 \ . \ 52$ oder

4972,5 doppelt so groß als 2486,25

was zu beweisen war. Die Summe der mechanischen Momente beider Räder ist aber = 4972,5 + 2486,25 = 7458,75 Fußpfunde pro Sec

### Viertes Beispiel

Wie weit werden im Lichten die Wasserräder zu machen sein, wenn bei 15 Zoll Kranzbreite die Schaufeln bis zur Hälfte ihres Fassungsraumes mit Wasser angefüllt sein sollen?



Digitized by Google

Auflösung.

Nach §. 79 und dessen beibehaltener Bezeichnung ist die lichte Weite des ersten Rades, oder

$$w = \frac{\varepsilon \cdot M}{d \cdot v} = \frac{2 \cdot 22{,}5}{1{,}25 \cdot 5} = 7{,}2 \text{ Fuß.}$$

Geben wir demselben einen Halbmesser $R = 8$ Fuß: so wird es, nach §. 51, in 1 Minute an Umgängen machen

$$u = 9{,}5493 \frac{v}{R} = 9{,}5493 \cdot \frac{5}{8} = \text{beinahe } 6.$$

Der Füllungscoëfficient des zweiten Rades, bei gleicher Weite mit dem ersten und 1 Fuß Kranzbreite, wird demnach sein

$$\varepsilon = \frac{d \cdot w \cdot v_1}{M} = \frac{1 \cdot 7{,}2 \cdot 4{,}8}{22{,}5} = 1{,}5\ldots, \text{ also}$$

zwischen 1 und 2 oder zwischen der Hälfte und dem ganzen Fassungsraume zwischen zwei Schaufeln.

B. Das untere Rad soll das Doppelte des obern leisten.

Mit Beibehaltung der angefangs angenommenen Bezeichnungsmethode ist

$$2\left[\frac{(c-v)v}{2g} + d\right] M\gamma = \left[\frac{(c_1 - v_1)v_1}{2g} + d_1\right] M\gamma \text{ oder}$$

$$2\left(\tfrac{1}{4} c^2 + 2dg\right) = \left(\tfrac{1}{4} c_1{}^2 + 2d_1 g\right) \text{ oder}$$

$$\tfrac{1}{2} c^2 + 4dg = \tfrac{1}{4} c_1{}^2 + 2d_1 g \text{ oder}$$

$$2gh + 4dg = \tfrac{1}{4} gh + gh_1 + 2d_1 g \text{ oder}$$

$$\tfrac{7}{4} gh + 4dg = gh_1 + 2d_1 g \text{ oder}$$

$$\tfrac{7}{4} h + 4d = h_1 + 2d_1 \text{ oder}$$

$$h = \frac{4h_1 + 8d_1 - 16d}{7}$$

$$h_1 = \frac{7h + 16d - 8d_1}{4}$$

$$d = \frac{4h_1 + 8d_1 - 7h}{16}$$

Digitized by Google

$$d_1 = \frac{7h + 16\,d - 4\,h_1}{8}.$$

Durch Vornahme der nöthigen Operationen, stellt sich dann als brauchbar heraus:

I. $d = \frac{8H - 15h - 4h_1}{24} = (\frac{1}{3}H - 1\frac{5}{24})$ Fuß und

II. $d_1 = \frac{16H - 9h - 20h_1}{24} = \left(\frac{16H - 35}{24}\right)$ Fuß.

d. h., man findet in einem Kropfgerinne zu zwei Wasserrädern, von denen das obere die Hälfte des unteren leisten soll, die Höhe des ersten wasserhaltenden Bogens, wenn man vom dritten Theile des Totalgefälles den Bruch $1\frac{5}{24}$ subtrahirt und die des zweiten, wenn man das Gefälle mit 16 multiplicirt, vom Product 35 abzieht und den Rest durch 24 dividirt.

### Erstes Beispiel.

Wie werden an einem Flusse von $7\frac{1}{2}$ Fuß nutzbarem Gefälle die beiden Kröpfe im Gerinne zu construiren sein, wenn das zweite Rad das Doppelte des ersten leisten soll?

### Auflösung.

Es ist $H = 7\frac{1}{2}$ Fuß und deßhalb, nach I., die Höhe des ersten wasserhaltenden Bogens, d. i. $d = \frac{1}{3}H - 1\frac{5}{24} = \frac{1}{3} \cdot 7\frac{1}{2} - 1\frac{5}{24} = 1\frac{7}{24}$ Fuß und, nach II., die des zweiten, oder $d_1 = \frac{16H - 35}{24} = \frac{16 \cdot 7\frac{1}{2} - 35}{24}$

$= 3\frac{13}{24}$ Fuß

dazu gerechnet $h = 1\frac{16}{24}$ Fuß

$h_1 = 1$ Fuß

giebt wieder $h + d + h_1 + d_1 = H = 7\frac{1}{2}$ Fuß.

### Zweites Beispiel.

Welches wird die mechanische Leistung beider Räder sein, bei 22,5 Cubikfuß Wasserzufluß pro Sec.?

Digitized by Google

## Auflösung.

Es ist wieder $\left(\frac{(c-v)v}{2g} + d\right) M\gamma$ halb so groß als $\left(\frac{(c_1-v_1)v_1}{2g} + d_1\right) M\gamma$ oder, nach der Auflösung des dritten Beispiels unter $A_1$,

$(\frac{1}{2}h + d) M \cdot \gamma$ halb so groß als $(\frac{1}{2}h + \frac{1}{2}h_1 + d_1) M\gamma$ oder $(\frac{1}{2} \cdot \frac{5}{3} + 1\frac{7}{24})$ 22,5 • 52 halb so groß als $(\frac{1}{2} \cdot \frac{5}{3} + \frac{1}{2} \cdot 1 + 3\frac{1}{24})$ 22,5 • 52 oder 2486,25 halb so groß als 4972,5.

Die Addition beider Momente giebt 2486,25 + 4972,5 = 7458,75 Fußpfund pro Sec. also dasselbe Resultat wie unter A. Zugleich geht aus beiden Rechnungen hervor, daß es gleichgültig ist, ob man dem ersten oder zweiten Rade zwei Mahlgänge zum Umtriebe läßt, im Gegensatz zu Rädern im Schnurgerinne, wie §. 69 bewiesen.

II. Das Gerinne ist halb Kropf-, halb Schnurgerinne. Das obere Rad soll das Doppelte des untern leisten.

Es ist wieder wie vorhin

$$\left(\frac{(c-v)v}{2g} + d\right) M\gamma = 2\left(\frac{(c_1-v_1)v_1}{2g}\right) M\gamma \text{ oder}$$

$$(c-v)v + 2dg = 2(c_1-v_1)v_1) \text{ oder}$$

$$\frac{1}{4}c^2 + 2dg = 2 \cdot \frac{1}{4}c_1^2 = \frac{1}{2}c_1^2 \text{ und,}$$

mit Berücksichtigung der früheren Ableitungen für $\frac{1}{4}c^2$ und $\frac{1}{2}c_1^2$,

$$gh + 2dg = \frac{1}{2}gh + 2gh_1 \text{ oder}$$
$$h + 2d = \frac{1}{2}h + 2h_1 \text{ oder}$$
$$\frac{1}{2}h + 2d = 2h_1; \text{ daraus folgt}$$

$$h = 4h_1 - 4d = 4(h_1 - d)$$

$$d = \frac{4h_1 - h}{4} = h_1 - \frac{1}{4}h$$

$$h_1 = \frac{h + 4d}{4} = \frac{1}{4}h + d, \text{ oder, in Beziehung auf}$$

$$H = h + d + h_1,$$

Digitized by Google

I. $h = \frac{4}{5}(H - 2d)$
II. $d = \frac{1}{2}H - \frac{5}{8}h = \frac{1}{2}H - 1\frac{1}{24}$
III. $h_1 = \frac{1}{5}H + \frac{3}{5}d$

d. h., um für 2 Räder, von denen das erste im Kropfe das Doppelte des zweiten, im Schnurgerinne leisten soll, die Geschwindigkeitshöhe des ersten Rades zu finden, ziehe man von dem Totalgefälle die doppelte Höhe des wasserhaltenden Bogens ab und multiplicire den Rest mit $\frac{4}{5}$. Zur Auffindung der Höhe des wasserhaltenden Bogens ziehe man vom halben Gefälle den Bruch $1\frac{1}{24}$ ab und endlich zur Herstellung der Geschwindigkeitshöhe des zweiten Rades, addire man zu dem fünften Theile des Totalgefälles den $\frac{3}{5}$ Theil des ersten wasserhaltenden Bogens.

### Erstes Beispiel.

Ein Fluß liefert ein Totalgefälle von 5 Fuß; wie wird im Gerinne das Gefälle vertheilt werden müssen, wenn das obere Rad im Kropfe noch einmal so viel leisten soll, als das untere im Schnurgerinne?

### Auflösung.

Ist $H = 5$ Fuß und $h = 1\frac{2}{3}$ Fuß: so ist, nach II., die Höhe des wasserhaltenden Bogens oder

$$d = \frac{1}{2}H - 1\frac{1}{24} = \frac{5}{2} - 1\frac{1}{24} = 1\frac{11}{24} \text{ Fuß}$$

und, nach III., die Geschwindigkeitshöhe des zweiten Rades, oder

$$h_1 = \frac{4}{5} + \frac{3}{5} \cdot 1\frac{11}{24} = 1 + \frac{7}{8} = 1\frac{21}{24} \text{ Fuß}.$$

### Zweites Beispiel.

Wieviel Wasser wird nöthig sein, wenn das obere Rad 2 Gänge und das untere einen in Bewegung setzen soll; das Geschirre sonst von schwerer Bauart ist?

### Auflösung.

Nach §. 92 I. ist die für N Mahlgänge nöthige Wassermenge, wenn $\nu = 150$ gesetzt wird,

Digitized by Google

$$W = \frac{N \cdot \nu}{2\,H - h} = \frac{2 \cdot 150}{2 \cdot 5 - 1\frac{4}{5}} = 36$$ Cubikfuß pro Sec.

Machen wir die Kranzhöhe d des obersten Rades $= 1\frac{1}{2}$ Fuß und lassen die Schaufeln zur Hälfte sich füllen: so ist, nach §. 79, die lichte Weite des Rades, oder

$$w = \frac{\varepsilon \cdot M}{d \cdot v} = \frac{2 \cdot 36}{1\frac{1}{2} \cdot 5} = 9\frac{3}{5}$$ Fuß.

III. Das Gerinne ist halb Schnur-, halb Kropfgerinne. Das untere Rad soll das Doppelte des oberen leisten. Es ist

$$2\left[\frac{(c - v)\,v}{2g}\right] M\gamma = \left[\frac{(c_1 - c_1)v_1}{2g} + d\right] M\gamma \text{ oder}$$

$$2 \cdot \tfrac{1}{4} c^2 = \tfrac{1}{4} c_1^2 + 2\,dg \text{ oder, nach vorhin,}$$

$$2\,gh = \tfrac{1}{4} gh + gh_1 + 2\,dg, \text{ oder}$$

$$2\,h = \tfrac{1}{4} h + h_1 + 2\,d, \text{ oder}$$

$$\tfrac{7}{4} h = h_1 + 2\,d \text{ und daraus}$$

$$h = \frac{4\,h_1 + 8\,d}{7}$$

$$h_1 = \frac{7\,h - 8\,d}{4}$$

$$d = \frac{7\,h - 4\,h_1}{8}, \text{ oder, weil } H = h + h_1 + d,$$

$$\text{I. } h = \frac{8\,H - 4\,h_1}{15}$$

$$\text{II. } h_1 = \frac{8\,H - 15\,h}{4}$$

$$\text{III. } d = \frac{11 \cdot h - 4\,H}{4}$$

d. h., um für zwei Räder, von denen das erste im geneigten Schnurgerinne halb so viel leistet, als das zweite im Kropfgerinne, die Geschwindigkeitshöhe des ersten Rades zu finden, ziehe man vom Achtfachen des ganzen disponiblen Gefälles das Vierfache der Geschwindigkeitshöhe des zweiten Rades ab und dividire den Rest durch 15.

Digitized by Google

Um zweitens die Geschwindigkeitshöhe des untern Kropfrades zu finden, ziehe man vom Achtfachen des Totalgefälles, das Funfzehnfache der ersten Geschwindigkeitshöhe ab und dividire den Rest durch 4.

Um drittens die Höhe des wasserhaltenden Bogens zu finden, ziehe man vom Eilffachen der ersten Geschwindigkeitshöhe das Vierfache des Totalgefälles ab und dividire den Rest durch 4.

### Erstes Beispiel.

Es ist ein Gefälle von $4\frac{1}{2}$ Fuß vorhanden; wie wird das Gerinne construirt werden müssen, wenn das untere Kropfrad das Doppelte des obern Schnurrades leisten soll?

### Auflösung.

Es ist $H = 4{,}5$, mithin, nach II, die Geschwindigkeitshöhe des zweiten Rades, oder

$$h_1 = \frac{8 \cdot H - 15\ h}{4} = \frac{8 \cdot 4\frac{1}{2} - 15 \cdot 1\frac{2}{3}}{4} = 2\frac{3}{4}$$

Fuß und, nach III, die Höhe des wasserhaltenden Bogens im Kropfrade, oder

$$d = \frac{11 \cdot h - 4\ H}{4} = \frac{11 \cdot 1\frac{2}{3} - 4 \cdot 4\frac{1}{2}}{4} = \frac{1}{12}\text{ Fuß};$$

rechnen wir dazu $h = 1\frac{2}{3}$ Fuß: so ist durch Addition

$$h + h_1 + d = 4\frac{1}{2}\text{ Fuß} = H.$$

Da aber die Höhe des wasserhaltenden Bogens von $\frac{1}{12}$ Fuß oder eine Kropfhöhe von $\frac{7}{12}$ Fuß keinen Nutzen gewähren kann und außerdem im Schnurgerinne die Umdrehung des obersten Rades allein durch den Stoß des Wassers bewirkt wird, also auch eine größere Geschwindigkeitshöhe als $1\frac{2}{3}$ Fuß nöthig ist: so ist dieses h um ein Gewisses zu vergrößern oder dem ersten Rade entsprechendes Standwasser zu geben, der Gerinneboden zwischen dem ersten und zweiten Rade horizontal zu legen, oder $h_1 = 1$ Fuß anzunehmen und der Rest des Gefälles zu verwenden. Soll das Wasser mit der, einmal angenommenen, Geschwindigkeit von 10 Fuß pro

Digitized by Google

Sec. an das erste Rad gelangen: so kann, wegen der Widerstände in der Ausflußöffnung und der Reibung des Wassers im Gerinne, die Geschwindigkeitshöhe h füglich 2 Fuß betragen. Ist außerdem die des zweiten $h_1 = 1$ Fuß: so wird für die eigentliche Höhe des wasserhaltenden Bogens $d = H - (h + h_1) = 4\frac{1}{2} - (2 + 1) = 1\frac{1}{2}$ Fuß bleiben. Wir dürfen um so eher ein derartiges Auskunftsmittel uns gestatten, als die Anwendung dieses Falles sicherlich zu den unzweckmäßigsten gehören und deßhalb sein Vorkommen zu den Seltenheiten zu rechnen sein dürfte. Wir haben seiner nur der Vollständigkeit wegen erwähnt.

## §. 99.

Dieselbe Forderung einer halben oder doppelten Leistung kann auch an zwei Ponceleträder im geneigten Schnurgerinne gestellt werden. Das Verfahren der Vertheilung des Gefälles im Gerinne bleibt ganz dasselbe, wie es in §. 66 1 und 2 gezeigt wurde; denn sollte, z. B., das obere zweier hintereinander liegenden Räder das Doppelte des zweiten leisten: so würde, wenn das Gefälle unter 5 Fuß betrüge, nach §. 72, III, die einfache Leistung = 2,165... (c — v) v M Fußpfunde sein und deßhalb

$$2{,}165\ldots(c - v)\,v \cdot M = 2\,[2{,}165\ldots(c_1 - v_1)\,v_1 \cdot M] \text{ oder}$$

$$2{,}165\ldots \tfrac{1}{4} c^2 = 2(2{,}165\ldots \tfrac{1}{4} c_1{}^2) \text{ oder}$$

$$\tfrac{1}{4} c^2 = \tfrac{1}{2} c_1{}^2, \text{ oder, wenn wir die fernere Ableitung in §. 66, 1 verfolgen,}$$

$$h = \tfrac{4}{9} H$$

$$h_1 = \tfrac{1}{9} H.$$

## §. 100.

Die in den vorhergehenden §§. angedeuteten verschiedenen Fälle sowohl der einfachen als doppelten Leistung von Wasserrädern werden hinreichend meine Leser mit dem Verfahren bekannt gemacht haben, das zur rich-

Digitized by Google

tigen Construction der Gerinne anzuwenden ist, wie verschiedenartig auch die Forderungen gestellt werden mögen.

Wir wenden uns jetzt zu einem andern Gegenstande, nämlich zu der Beantwortung der Frage:

„ob es vortheilhafter sei, bei dem Vorhandensein mehrer Räder, sämmtliche Räder in ein Gerinne, oder jedes Rad in ein besonderes Gerinne zu legen" und beginnen wieder, der eingeführten Ordnung gemäß, mit denen im horizontalen Gerinne.

## §. 101.

Wir haben in §. 47 gesehen, daß bei einem Rade im wagerechten Gerinne der höchst möglichst zu erreichende (theoretische) Nutzeffect, ohne Rücksicht auf alle Nebenhindernisse, d. i.

$$L = \tfrac{1}{2}\, h \cdot M \cdot \gamma = \frac{21025}{42050} \cdot h' \cdot M \cdot \gamma \text{ war,}$$

daß, wenn zwei Räder hintereinander liegen, nach §. 48

$$L = 2\left[\tfrac{8}{25} \cdot h \cdot M \cdot \gamma\right] = \tfrac{16}{25} \cdot h \cdot M \cdot \gamma = \frac{26912}{42050} \cdot h \cdot M \cdot \gamma$$

daß, wenn drei Räder in einem Gerinne sich befinden, nach §. 49,

$$L = 3\left[\frac{200}{841} \cdot h \cdot M \cdot \gamma\right] = \frac{600}{841} \cdot h \cdot M \cdot \gamma = \frac{30000}{42050} \cdot h \cdot M \cdot \gamma \text{ betrug;}$$

oder, wenn ein Rad im Gerinne 100 Procent erzielte: so würden zwei Räder 128 und drei Rader 143 Procent von der vorhandenen Kraft ausbeuten.

Daraus folgt allgemein, daß bei N hintereinander in einem Gerinne liegenden Rädern die Gesammtleistung, oder

$$L = \frac{N}{N+1} \cdot h \cdot M \cdot \gamma$$

also für unendlich viele Räder

$$L = h \cdot M \cdot \gamma \text{ wäre.}$$

Digitized by Google

Vom rein theoretischen Gesichtspuncte aus betrachtet, ist einleuchtend, daß viele Räder hintereinander beinahe das ganze Arbeitsvermögen des Wassers in sich aufnehmen, während ein Rad nur halb so viel ($\frac{1}{2}$ h • M • γ) Arbeit verrichtet, als das Wasser auszuüben vermag.

Nennen wir d. Leistung e. Rades im horizontalen Gerinne = E
" " " zweier Räder " " = Z
" " " dreier " " " = D

so verhält sich, nach Obigem, das Arbeitsvermögen eines Rades oder E, zu dem zweier oder Z, zu dem dreier oder D, wie $\frac{1}{2}$ zu $\frac{16}{25}$ zu $\frac{600}{841}$ oder

$$E : Z : D = 100 : 128 : 143,$$

vorausgesetzt, daß die Umfangsgeschwindigkeiten genau nach den in den §§. 49 und 50 abgeleiteten Formeln beibehalten werden. Da dies aber, aus dort angegebenen Gründen, bei Mahlmühlen selten der Fall ist: so wird auch dieser Effect nicht erreicht werden können. Es läßt sich hingegen annehmen, daß, in Rücksicht auf die beste Benutzung des Wassers, es vortheilhafter sei, jedes Rad in ein besonderes Gerinne zu legen und Pansterzeug zu wählen, wobei jedes Rad zwei oder mehre Mahlgänge treibt.

## §. 102.

Das mechanische Moment oder die theoretische Nutzleistung eines Wasserrades im geneigten Schnurgerinne war, nach §. 59, oder

$$L = \frac{1}{2} h \cdot M \cdot \gamma$$

also der Effect von N Rädern in einem Gerinne, vorausgesetzt, daß alle von gleicher Leistung sind, oder

$$L = \frac{N}{2} \cdot h \cdot M \cdot \gamma.$$

Wird indeß die Wassermenge M durch N verschiedene Gerinne mitgetheilt: so wird jedem einzeln liegenden

Digitized by Google

Rade eine Waſſermenge $\frac{M}{N}$ zugeführt und es iſt deßhalb das mechaniſche Moment eines ſolchen vereinzelt liegenden Rades oder

$$L = \frac{M}{N} \cdot \frac{H}{2} \cdot \gamma$$

alſo der Effect von N Rädern in N Gerinnen oder

$$L = \tfrac{1}{2} H \cdot M \cdot \gamma$$

Setzen wir wieder den Effect der einzelnen, in beſonderen Gerinnen liegenden, Räder = E und den von eben ſo vielen Rädern in einem Gerinne hintereinander liegenden = Z: ſo iſt

$$E : Z = \tfrac{1}{2} \cdot H \cdot M \cdot \gamma : \frac{N}{2} \cdot h \cdot M \cdot \gamma = H : N \cdot h.$$

es war aber nach §. 95 I $h = \frac{4\,H}{1 + 3\,N}$, mithin

$$E : Z = H : Nh = H : \frac{N \cdot 4\,H}{1 + 3\,N} = H + 3\,N : N \cdot 4\,H$$

$$= (1 + 3\,N)\,H : 4\,NH = 1 + 3N : 4N.$$

Da nun 4 N größer iſt, als 1 + 3 N: ſo iſt auch Z größer, als E, oder die Leiſtung aller Räder hintereinander in einem Gerinne größer, als die der einzeln je in beſondern Gerinnen liegenden.

Iſt z. B. die Zahl der Waſſerräder N = 3: ſo iſt

$$E : Z = 1 + 3\,N : 4\,N$$
$$= 1 + 3 \cdot 3 : 4 \cdot 3$$
$$= 10 : 12$$
$$= 5 : 6$$

d. h. könnten die 3 in einzelnen Gerinnen liegenden Waſſerräder fünf Mahlgänge treiben: ſo würden dieſelben Räder in einem Gerinne deren ſechs in Umdrehung zu ſetzen vermögen.

Dieſe Regel findet jedoch nur an ſolchen Flüſſen ihre volle Anwendung, die an Waſſer keinen Mangel leiden; denn tritt dieſer ein: ſo werden alle Räder, da ein jedes die ganze Waſſermaſſe und nur den ihm zugemeſſenen Theil des Totalgefälles benutzt, von demſel-

Digitized by Google

ben gleichmäßig leiden und in ihrer Wirkung herabgezogen. Für letzten Fall ist es denn vortheilhafter, jedem Rade ein besonderes Gerinne und das ganze Gefälle zu geben und jedesmal so viel Räder im Gange zu erhalten, als bei der Dürre noch vollständig arbeiten können; die übrigen aber stehen zu lassen.

## §. 103.

Die theoretische Nutzleistung eines Wasserrades im Kropfgerinne, oder von N Rädern in N Gerinnen ist, nach §. 87,

$$L = \frac{H + d}{2} \cdot M \cdot \gamma$$

und der von N Rädern im geneigten Schnurgerinne, nach dem vorigen §,

$$L = \frac{N}{2} \cdot h \cdot M \cdot \gamma,$$

mithin, wenn wir die erste Wirkung mit E und die zweite mit Z bezeichnen,

$$E : Z = \frac{H + d}{2} \cdot M\gamma : \frac{N}{2} \cdot h \cdot M\gamma = H + d : Nh$$

oder, wenn wir für h wieder den Werth des §. 95 I. setzen,

$$E : Z = H + d : N \cdot \frac{4\,H}{1 + 3N} = (H + d)(1 + 3\,N) : 4\,N \cdot H.$$

Es ist aber (H + d) (1 + 3 N) größer, als 4N. • H; denn es sei H = 6 Fuß, d = 2 Fuß N = 3: so ist E : Z = (6 + 2) (1 + 3 •3) : 4 • 3 • 6= (8 . 10) : 72 = 80 : 72 = 10 : 9, oder es sei H = 5 Fuß, d = 2 Fuß, N = 2: so ist E : Z= (5 + 2) (1 + 3 • 2) : 4 • 2 • 5 = 49 : 40, woraus also hervorgeht, daß der Effect von mehren Rädern in eben so vielen einzelnen Kropfgerinnen größer ist, als der von denselben Rädern, vereinigt in einem einzigen geneigten Schnurgerinne, d. h., bei Gleichheit der Wassermenge und des Gefälles.

Digitized by Google

## §. 104.

Es bleibt noch zu untersuchen übrig, ob es vortheilhafter sei, mehre Räder in ein gekröpftes Gerinne hinter einander oder jedes Rad besonders in ein Kropfgerinne für sich zu legen. Da indeß, wie schon früher erwähnt, nicht leicht mehr, als zwei Räder in ein Kropfgerinne hintereinander gelegt zu werden pflegen: so ist hinreichend, die Untersuchung nicht über 2 Räder auszudehnen.

Bezeichnen wir die Summe der wasserhaltenden Bogen $dd_1$.... mit D: so ist das mechanische Moment eines Rades, oder von 2 Rädern in 2 Gerinnen, von denen jedes die halbe Wassermenge benutzt, d. i.

$$L = (\tfrac{1}{2} h + D) M\gamma = E$$

und das mechanische Moment des ersten dieser beiden hintereinanderliegenden Räder

$$= (\tfrac{1}{2} h + d) M\gamma$$

also der Effect zweier im Momente sich gleichen Räder

$$= (\tfrac{1}{2} h + d) \cdot 2 \cdot M \cdot \gamma = h + 2 d M \gamma = Z.$$

Demnach ist also

$$E : Z = \tfrac{1}{2} h + D : h + 2 d.$$

Nehmen wir nun an, daß die Kröpfungen des ersten und zweiten Rades sich gleich sein sollen, daß also $d = d_1$: so wird nach §. 96, weil $N = 2$,

$$d = d_1 = \frac{4H - 7h}{8} \text{ also } 2d = 2d_1 = \frac{4H - 7h}{4};$$

da ferner $H = h + d + d_1 = h + D$ also $D = H - h$: so ist endlich

$$E : Z = \tfrac{1}{2} h + H - h : h + \frac{4H - 7h}{4} \text{ oder}$$

$$= 2h + 4H - 4h : 4h + 4H - 7h \text{ oder}$$

$$= 4H - 2h : 4H - 3h$$

d. h., E ist größer als Z, oder der Effect zweier Kropfräder in zwei Gerinnen, von denen jedes die halbe Wassermenge und das ganze Gefälle benutzt, ist größer, als der von zwei in einem Gerinne hintereinanderliegenden

Digitized by Google

Rädern; von denen also jedem die ganze Wassermenge, aber nur der ihm zugewiesene Theil des Totalgefälles zu Gebote steht.

Ist z. B. $H = 8$ Fuß, $h = 2$ Fuß: so ist

$$E : Z = (4 \cdot 8) - (2 \cdot 2) : (4 \cdot 8) - (3 \cdot 2)$$
$$= 32 - 4 : 32 - 6 = 28 : 26 = 14 : 13.$$

## §. 105.

Aus den Berechnungen geht hervor, daß nur wenige Fälle übrig bleiben, wo zur Benutzung des Wassers und Gefälles es vortheilhaft ist, mehre Räder hintereinander in ein Gerinne zu legen; geschieht es dennoch: so können nur folgende Gründe dazu veranlassen:

1) wenn wenig oder gar kein Wassermangel zu fürchten ist (siehe §. 102):

2) wenn auf den Unterschied der Baukosten Rücksicht genommen werden muß, die allerdings bei'm Einzelbau bedeutender sind, als bei'm vereinigten;

3) wenn das Unterwasser oft lange Zeit hoch steht und somit das letzte Rad dazu gebraucht werden kann, dasselbe fortzuschieben, um den darüber befindlichen ihre ganze Kraft zu bewahren. Steht dann das Unterwasser wieder ebenso lange niedrig und ist das Gerinne zum kleinsten Unterwasserstande eingerichtet: so arbeitet auch das letzte Rad gleich den übrigen.

Eine richtige Beurtheilung der örtlichen und anderer Verhältnisse, in Verbindung mit genauer Rechnung, wird indeß den ausübenden Baumeister nicht lange in Ungewißheit lassen können, welcher Art von Gerinneconstruction er in jedem besonderen Falle den Vorzug zu geben hat.

Digitized by Google

## B. Gemeinmittelschlächtige Wasserräder mit Kastenzellen; auch wohl Sackräder genannt.

### §. 106.

Diese Klasse von Wasserräderngehört, in Rücksicht ihrer Bauart, fast schon zu der der reinoberschlächtigen; in Rücksicht ihrer Wasserzuführung aber noch zu den zuletzt behandelten. Man kann sie insofern als Uebergangsräder von dem einen Systeme zum andern ansehen und hängt die Wirkung dieser, wie aller folgenden Räder, von der richtigen Construction der Schaufeln, also von deren Fassungsraume, am meisten ab.

### §. 107.

In §. 111 seiner Mühlenbaukunst giebt Neumann ein Verfahren an, nach Verschiedenheit des Gefälles oder der Kropfhöhe, die Schaufelstellung zu construiren; sie ist folgende:

Ist z. B. das Wasserrad, von welchem Fig. 40 (Taf. IV) ein Viertel darstellt, 16 Fuß hoch und hat ein Gefälle von 5 Fuß: so theilt man auf dem durch die Mitte des Kranzes gehenden Theilkreise die Zahl der Schaufeln ein und eine solche Schaufelweite $aa_1$ in so viel gleiche Theile, als das Rad im größten Halbmesser Fuße hat, hier also in 8; zählt von $a_1$ nach a aufwärts so viele dieser Theile ab, als Gefälle in Fußen vorhanden ist, also 5; zieht durch diesen Punct b, vom Mittel C des Rades ab, die gerade Linie Ce und von e nach $a_1$ die Linie $ea_1$: so ist letztere die Stoßschaufel. Auf diese setze man in $a_1$ rechtwinklig $a_1d$: so ist letztere die Riegelschaufel. Den zwischen dem Halbmesser Ce und dem inneren Puncte d vielleicht gebliebenen offenen Raum cd füllt man mit der Bodenschaufel cd aus. Je höher das Gefälle ist, desto breiter wird die Bodenschau-

fel dc ausfallen und zuletzt sich mit den benachbarten vereinigen, oder einen fest geschlossenen Boden bilden, wenn das Gefälle der Radhöhe gleich, oder das Rad ein rücken- oder oberschlächtiges geworden ist. Ist dagegen das Gefälle so gering, oder das Schaufeltheilchen von $a_1$ nach a so klein, daß die auf der Stoßschaufel rechtwinklig stehende Riegelschaufel den inneren Radkranz an derselben Stelle oder noch früher durchschneidet, als wo dies von Cce geschieht: so fällt die Bodenschaufel ganz weg und man legt dann einfach die beiden Schaufeln $e_1a_1$ und $a_1d_1$ so zusammen, wie es der untere Theil der Zeichnung klar vor Augen führt.

Wir werden in der Folge sehen, daß der Fassungsraum einer solchen Zelle bedeutend vergrößert wird — also die Leistung des Rades erhöhet — wenn man die Riegelschaufel $a_1d$ nicht rechtwinklig auf die Stoßschaufel $a_1e$, sondern wenigstens in der Richtung des Halbmessers $a_1C$ und noch darunter, stellt; also für alle Fälle Bodenschaufeln beibehält.

Die Wasserzuführung oder die Construction des Zuleitungsgerinnes beschafft Neumann ebenfalls nach der in §. 77 angegebenen Methode und ist selbige, der Kürze wegen, hier beibehalten.

## §. 108.

Eine andere Schaufelungsmethode besteht darin, daß man wieder den Theilkreis durch die Mitte des Radkranzes legt und, nachdem man die Anzahl der Schaufeln bestimmt, letzte so neigt, daß die Verlängerung jeder Schaufel immer den Theilpunct der fünften, sechsten oder siebenten nachfolgenden treffen wird, je nachdem die Schaufeln mehr oder weniger geschlossen oder geöffnet werden sollen. Man legt die Riegelschaufel $a_1b$ in die Richtung des Halbmessers $a_1C$, Fig. 41 (Taf. IV), und läßt die Bodenschaufel von b bis c reichen; oder schiebt das Ende d der Riegelschaufel um 1 bis $1\frac{1}{2}$ Zoll von b nach d zurück und giebt der Bodenschaufel die

Digitized by Google

Richtung dc, um der Luft, die durch den etwa die ganze vordere Schaufelmündung ausfüllenden Wasserstrahl zusammengepreßt wird, einen bequemen Ausweg zu lassen. In der Zeichnung haben wir die Stoßschaufel durch den jedesmal folgenden fünften, sechsten und siebenten Theilpunct gelegt; so daß also die Stoßschaufel e 5 in der Richtung e 1; die Stoßschaufel $e_1$ 6 in der Richtung $e_1$ 1; die Stoßschaufel $e_2$ 7 in der Richtung $e_2$ 1 ꝛc. liegt. Der Vorzug dieser Schaufelconstruction vor der des vorigen §. stellt sich schon dadurch heraus, daß die letzte Stoßschaufel e 5 steiler liegt, als jene $ea_1$; erst genannte also das Wasser länger an sich hält und somit dem Rade eine längere Benutzung desselben sichert. Noch verschiedene andere, auch hier anwendbare, Schaufelungsmethoden werden bei den oberschlächtigen Wasserrädern gezeigt werden.

## §. 109.

Was die mechanische Nutzleistung der mittelschlächtigen Räder mit Zellen anlangt: so geschieht ihre Berechnung,

1) wenn die Schaufelconstruction der Art ist, daß das im Rade arbeitende Wasser mehr von dem dicht anschließenden Mantel oder Kropfe als von den Radzellen gehalten wird, nach Art der bisher behandelten Kropfräder;

2) wenn das Rad auch ohne Mantel dieselbe Wirkung thun soll, also lediglich das Wasser von den Zellen gehalten wird, nach Anleitung der für oberschlächtige Räder noch festzustellenden Rechnungsmethode. Das erste Verfahren ist bekannt, das zweite steht bevor; weßhalb wir, um nicht vorzugreifen, nach dort verweisen und uns jetzt wenden zum dritten Abschnitte.



Digitized by Google

# Dritter Abschnitt.

## A. Rückenschlächtige Wasserräder.

---

### §. 110.

Diese Gattung Räder unterscheidet sich von den reinoberschlächtigen lediglich durch die Wasserzuführung. Während die Höhe des rückenschlächtigen Rades größer ist, als das Totalgefälle; das Aufschlaggerinne oder die Eintrittsstelle des Wassers also neben dem Rade oder zwischen dem Scheitel und dem Radmittel (ersterem indeß näher) sich befindet und das Rad endlich in der Richtung des abfließenden Unterwassers umgeht, ist das oberschlächtige Rad kleiner als das Totalgefälle, das Aufschlaggerinne über und die Eintrittsstelle des Wassers nahe unter dem Radscheitel; die Umdrehungsrichtnng desselben der des abfließenden Wassers entgegensetzt.

Man wendet die rückenschlächtigen Räder da mit Vortheil an, wo ein oberschlächtiges zu niedrig werden

Digitized by Google

würde, oder wo die Höhen der Wasserspiegel im Zu- oder Abflußgraben sehr veränderlich sind; macht, wenn das Oberwasser häufigen Schwankungen unterworfen ist — ähnlich, wie bei den mittelschlächtigen Wasserrädern — Coulissenschütze, die entweder beweglich oder fest sind. Steht das Unterwasser oft hoch: so ist den rükkenschlächtigen Rädern das Waten in demselben bei weitem weniger nachtheilig, als den gegen den Strom entgegengesetzt umgehenden oberschlächtigen.

## §. 111.

Die bewegliche Coulissenschütze, Fig. 42 (Taf. IV), besteht aus einem mit dem Radumfange concentrisch gekrümmten Schutzbrete DAB, das durch eine beliebige einfache Vorrichtung gehoben oder gesenkt werden kann, je nachdem die in ihm befindliche Ausflußöffnung A es erfordert.

Bei der festen Schütze, Fig. 43 (Taf. V), fließt das Wasser über den Kopf A des durch eine Hebestange AD verschiebbaren Schutzbretes AB ab; aber von hier nicht unmittelbar in die Radzellen; sondern in den feststehenden Leitschaufelapparat EF, vor dem das Schutzbret auf und nieder und unter dem das Wasserrad ungehindert umgeht.

## §. 112.

Damit das Wasser bei seinem Eintritt in das Rad an den äußern Schaufelenden sich nicht stoße, müssen die Leitschaufeln eine bestimmte Stellung haben.

Ist $Ac_1$, Fig. 44 (Taf V), die Richtung des äußern Schaufelendes, Av die Größe und Richtung der Geschwindigkeit eben dieses Endes A: so ergiebt sich genau die erforderliche Richtung Ac des eintretenden Wasserstrahles, wenn man vc parallel zu $Ac_1$ zieht und Ac der durch die Höhe des Wassers über A bestimmten Eintrittsgeschwindigkeit c gleich macht. Ist h die Tiefe des Punc-

Digitized by Google

tes A unter dem Wasserspiegel im Aufschlaggerinne: so läßt sich, wenn das Wasser mittelst einer kurzen parallelepipedischen Ansatzröhre in die Zellen des Rades geleitet wird, nach §. 40, die Geschwindigkeit mit welcher das Wasser in dasselbe gelangt, setzen:

$$c = 0{,}85\sqrt{4 \cdot g \cdot h} = 0{,}85 \cdot 8{,}2\sqrt{h} = 6{,}97\sqrt{h}.$$

Die Richtung der Leitschaufel für die Zelle $Ac_1$ C ist die Linie cAD; so wie die in Form eines Pfeiles gezeichneten Linien FB und E dieselbe für die folgenden angeben. Steht z. B. der Oberwasserspiegel FG über dem äußersten Ende A der Stoßschaufel $Ac_1$ in einer Höhe von 2 Fuß: so ist die Endgeschwindigkeit des Wassers in A oder

$$c = 6{,}97\sqrt{2} = 9{,}857\ldots \text{ Fuß pro Sec, } = Ac.$$

Setzt man nun $v = \frac{1}{2}c = \frac{9{,}857}{2} = 4{,}9285\ldots$

Fuß $= Av$, zieht mit der Richtung der Stoßschaufel $Ac_1$ aus dem Puncte v eine Parallele, setzt in den Punct A den einen Fuß des Zirkels, der zwischen seine Schenkel die Länge $c = Ac = 9{,}857$ Fuß gefaßt hat und stellt dessen andern Fuß genau in die mit $Ac_1$ gezogene Parallele: so wird diese andere Zirkelspitze den Punct c bestimmen und es ist nun, wenn man die Mittellinie Ac des Parallelogramms $Avcc_1$ über A rückwärts verlängert, AD die Directionslinie der Leitschaufel für die Wasserzelle $Ac_1$ C. Weil den tiefer als A liegenden Eintrittspuncten B.... auch größere Druckhöhen $h_1 h_2$.... und Geschwindigkeiten $c_1 c_2$.... zukommen: so hat man die Construction jeder Leitschaufel besonders zu machen und dabei den mittleren Wasserstand im Aufschlaggerinne als Druckhöhe anzunehmen.

Sind die Schaufeln des Wasserrades bogenförmig*), wie in Fig. 45 (Taf. V), und will man auch gekrümmte

*) Die mechanische Construction gebogener Radzellen siehe unten §. 114, 5.

Digitized by Google

Leitschaufeln, die stets den Vorzug vor geraden verdienen, anwenden, so läßt man dieselben, z. B. für die Schaufel AB, in A mit AD tangiren, indem man AO rechtwinklig auf AD stellt und aus dem willkürlich gewählten Mittel O den Bogen AE beschreibt. Die Schaufel AB besteht nämlich aus zwei in F sich vereinigenden Kreisbögen AF und FB, die zu ihren Halbmessern EG und gF haben. Soll statt der runden Leitschaufel AE eine gerade construirt werden: so ist die Richtung dieser letzteren durch die Tangente AD gegeben. — Dasselbe Verfahren wird für jede andere Schaufel $B_1A_1$.. $B_2A_2$... mit der entsprechenden Zuleitung $A_1E_1$... $A_2E_2$... innegehalten.

## §. 113.

Was die Nutzleistung der rückenschlächtigen Wasserräder betrifft: so ist diese mindestens der der oberschlächtigen gleich: wegen ihrer zweckmäßigen Wassereinführung sogar oft noch etwas größer. Bei Gefällen, wo ein oberschlächtiges Wasserrad von geringer Höhe, vielleicht unter 10 Fuß, ausfallen würde; an einem gleichmäßigen Gange der Maschine, der bei einem kleinen Rade schwerer herzustellen, gelegen ist, wird jedenfalls die Anlage eines rückenschlächtigen Rades von 12 bis 15 Fuß Höhe zweckmäßiger sein. Daß aber die Ansicht mancher Müller, durch unverhältnißmäßige Vergrößerung solcher rückenschlächtigen Räder sich eine außerordentlich vermehrte Nutzleistung zu verschaffen, irrig ist, kann jedem Zweifler mit triftigen Gründen dargethan werden; denn mit der Vergrößerung des Halbmessers, an welchem ein bestimmtes Wassergewicht wirkt, wird allerdings ein größeres statisches, aber nur ein gleiches mechanisches Moment mit dem kleineren, von demselben Wasserquantum in Umdrehung gesetzten, Rade erzeugt. Was man bei dem höheren Rade durch die größere Hebellänge an so genannter Ueberwucht gewinnt, verliert man zugleich in demselben Verhältniß an Geschwindigkeit und umgekehrt;

Digitized by Google

ein Satz, der ewig und in allen Formen ein wahrer bleibt. Das mechanische Moment oder die Nutzleistung eines jeden Rades besteht aber, nach §. 43, aus dem Producte seiner Kraft in seine Geschwindigkeit.

Wegen der Berechnung der Nutzleistung rückenschlächtiger Wasserräder verweisen wir auf die ihr ganz gleiche der oberschlächtigen; wo wir zugleich auch Gelegenheit nehmen werden, das in Beziehung auf die Effecte beider Räder so eben Gesagte durch Rechnung zu beweisen.

## B. Reinoberschlächtige Wasserräder.

### §. 114.

Ein oberschlächtiges Wasserrad wird aus zwei Kränzen gebildet, zwischen denen aus zwei, drei oder mehren Bretern zusammengesetzte Kasten oder Tröge zur Aufnahme des Wassers angebracht sind, deren gemeinschaftlicher Boden, eng an einander gefügt, das Durchfallen des Wassers in das Innere des Rades verhindert.

Wenn bei den unterschlächtigen Wasserrädern im Allgemeinen deren mechanische Leistung mehr von der Wasserzuführung und der Construction der Gerinne abhing, als von ihrer Bauart selbst: so findet in eben der Weise das Umgekehrte bei den oberschlächtigen Statt. Die zweckmäßigste Construction und Lage der Radzellen wird hier dem Rade den größten Nutzeffect sichern, wenn das einfallende Wasser ungehindert und frühestens in die Zellen eintreten und so lange wie möglich — jedoch nicht bis in die aufsteigende Seite des Rades — in denselben zurückgehalten werden kann. Von den mancherlei verschiedenen Schaufelungsmethoden entspricht die eine mehr, die andere weniger diesen Forderungen; ihrer sind ungefähr folgende:

Erstens. Bei der ältesten und unzweckmäßigsten Bauart findet man breite Kränze, schmale Räder, wenig

Schaufeln, den Theilkreis durch das innere erste Drittheil B, Fig. 46 (Taf. VI), der ganzen Kranzbreite AD gezogen; die dritte, ja wohl die vierte Schaufel vom Radtiefsten F horizontal gelegt; die Riegelschaufel BD unter einem rechten, oft sogar spitzen Winkel wie $BD_1$ auf die Stoßschaufel AB gestellt und die Eintrittsstelle des Wassers, zu oberst des Rades, auch wohl noch ungewöhnlich tief unter dem Scheitel.

Da der Fassungsraum einer Zelle um so größer ausfällt, je breiter die Riegelschaufel BD, oder je größer der Dockungswinkel ABE ist, mit dem vergrößerten Fassungsraume der Schaufeln sich aber der Nutzeffect eines Rades erhöhet: so erhellet hieraus die Unzweckmäßigkeit dieser Methode. Man legt deßhalb

zweitens, in neuerer Zeit den Theilkreis $FB_1B$, Fig. 47 (Taf. VI), durch die Mitte der Kranzbreite ED und die Riegelschaufel BD oder $B_1D_1$ wenigstens in die Richtung des Halbmessers CE oder CA und noch besser hinter denselben, wie z. B. $B_1D_2$ oder $BD_3$. Obwohl es ziemlich willkürlich ist, wie groß man die Entfernung $D_1D_2$ oder $DD_3$ annimmt: so fand doch zu ihrer Bestimmung der Verfasser folgendes Verfahren sehr anwendbar: ist die Lage der Stoßschaufel $A_1B_1$ bestimmt: so errichte man einmal in $B_1$ die Normale $B_1D_4$, ziehe das andere mal den Halbmesser $B_1D_1C_1$, messe den Abstand $D_4D_1$ und trage diesen zweimal zurück bis $D_2$, so ist $B_1D_2$ die Lage der Stoßschaufel.

Auch legt man wohl den Kopf A der Stoßschaufel AB in die Verlängerung der nächstfolgenden Riegelschaufel $B_1D_1$.

Drittens. Man mißt, nachdem auf dem Theilkreise die Schaufelpuncte $BB_1B_2$... Fig. 48 (Taf. VI) bestimmt sind, die Dicke des einstürzenden Wasserstrahles, setzt zu dieser Maße 1 bis $1\frac{1}{2}$ Zoll, beschreibt damit einen Bogen, z. B., aus dem Theilpuncte B den Bogen xy, legt an diesen aus dem folgenden Puncte $B_1$ eine Tangente $B_1A_1$: so ist diese die Richtung jeder Stoßschaufel.

Digitized by Google

Viertens. Einen noch größeren Faſſungsraum erhält man dadurch, daß man eine Schaufel aus drei oder noch mehren Theilen zuſammenſetzt und auf der Kranzbreite einen Theilkreis weniger zieht, als Schaufelbretter vorhanden ſind. Soll z. B. die ganze Schaufel aus 3 Theilen zuſammengeſetzt werden: ſo theile man die Kranzbreite FG, Fig. 49 (Taf. VI), in drei gleiche Theile und ziehe zwei Theilkreiſe durch die Puncte B und E, auf deren erſtem oder äußerem man die Schaufeln verzeichnet. Iſt die Größe und Lage des erſten Schaufelbrettes AE beſtimmt: ſo lege man das mittlere Brett EB unter demſelben Winkel an AE, wie die Stoßſchaufel BD, an EB gelegt wird; wozu das zweite Verfahren mit Fig. 47 (Taf. VI) Anleitung gegeben hat. Auch kann man die dritte Radſchaufel BD in die Richtung des Halbmeſſers BC legen, wozu indeß weniger zu rathen iſt.

Fünftens. Die den größten Faſſungsraum darbietende und deßhalb zweckmäßigſte Schaufelconſtruction iſt die nach einer oder zwei Kreislinien; wobei es, der leichteren Herſtellung wegen, zweckmäßig iſt, die Schaufeln aus ſtarkem Eiſenblech anzufertigen. Ihre Conſtruction iſt folgende: man ziehe durch die Mitte der Kranzbreite den Theilkreis MN, Fig. 50 (Taf. VI), beſtimme auf dieſem die Schaufelpuncte $B_0 BB_1 \ldots$, ziehe die die Stoßſchaufel AB präſentirende Gerade AB, errichte in deren Mitte M ein Loth MO und beſchreibe aus dem willkürlich gewählten Puncte O mit dem Halbmeſſer OA = OB den Bogen AB; aus einem andern ebenfalls willkürlichen Puncte K der Linie OB mit KB den Bogen BD: ſo geben beide Bögen in ihrer Zuſammenſetzung einen paſſenden Durchſchnitt der Schaufeln ABD.

Die Schaufeln der Fig. 45 (Taf. V) in §. 112 ſind nach dieſer Methode verzeichnet.

## §. 115.

Die Richtung AD, Fig. 51 (Taf. VI), des bei A in das Rad tretenden Waſſerſtrahles beſtimmt ſich genau auf dieſelbe Weiſe, wie in §. 112 und kann man die

Digitized by Google

Größe des Winkels $vAc = \delta$ (§. 76), um welchen die Bewegungsrichtung Av des Rades von der Tangente AD des einfallenden Strahles (§. 76) Fig. 33 (Taf. III), abweicht und der auch bei oberschlächtigen Rädern von demselben Einflusse ist, wie bei rückenschlächtigen und Kropfrädern, am leichtesten aus der Zeichnung finden; oder, wo diese fehlt, durch die Formel

$$\cos.\ \delta = \frac{c^2 + v^2 - c_1{}^2}{2 \cdot c \cdot v}$$

wobei bedeutet: c die Endgeschwindigkeit des Wassers im Puncte A, nachdem es also die senkrechte Höhe $AD = h_1$ durchfallen ist, v die Umfangsgeschwindigkeit des Wasserrades oder des Punctes A, $c_1$ die Geschwindigkeit des Wassers im Zuleitungsgerinne, in dem Augenblicke, wenn der Strahl aus der mehr oder weniger horizontalen Bahn in die niedersinkende parabolische übergeht.

Wäre z. B. die Geschwindigkeit $c_1 = 8$ Fuß pro Sec. und die senkrechte Höhe des im Gerinne abfließenden Wasserstrahles über dem Puncte $A = h_1 = 1\frac{3}{4}$ Fuß: so ist, mit Berücksichtigung des in §. 76 erwähnten Verlustes von 10 Procent, die Endgeschwindigkeit in A, d. i.

$$c = 0{,}9\ \sqrt{c_1{}^2 + 4gh_1} = 0{,}9\sqrt{8^2 + 4 \cdot 16{,}813 \cdot 1{,}75}$$
$$= 0{,}9 \cdot 13{,}47 = 12{,}123\ldots \text{ Fuß pro Sec.}$$

Macht man die Umfangsgeschwindigkeit des Rades $v = \frac{1}{2}\, c = 6{,}0615$ Fuß: so wird

$$\cos.\ \delta = \frac{(12{,}123)^2 + (6{,}0615)^2 - 8^2}{2 \cdot 12{,}123 \cdot 6{,}0615} = 0{,}81447 \text{ und}$$

der zu dem logarithmus dieser Zahl gehörige Winkel $\delta = 35^0\ 28' = \sphericalangle\ vAc$.

Die Höhe $h_1$ ist das Stoßgefälle und die entsprechende theoretische Maximalleistung, nach §. 84, oder

$$L_1 = \tfrac{1}{2}\left(\cos.\ \delta^2 \cdot \frac{c_1{}^2}{4g}\right) M\gamma = \tfrac{1}{2}\left(\cos.35^0 28^2\left[\frac{8^2}{4 \cdot 16{,}813}\right]\right.$$

$M \cdot 52 = 16{,}413\ldots$ Fußpfund mal M; oder, wenn wir

Digitized by Google

z. B. für $M = 6$ Cubikfuß setzen, die Leistung des Stoßgefälles $h_1$, d. i.

$L_1 = 16{,}413 \cdot 6 = 98{,}478$ Fußpfund pro Sec.; während die Leistung des Druckgefälles von der Höhe $h_1$ sein würde

$$L = h_1 \cdot M \cdot \gamma = 1{,}75 \cdot 6 \cdot 52 = 546$$

Fußpfund $= 100$ Procent.

Können wir nun schon, nach §. 46, nicht diese ganze Leistung von 100% in Anspruch nehmen: so leuchtet doch, selbst wenn wir bis zur Hälfte herabgingen, ein, daß die Wirkung des Druckgefälles L bedeutend größer bleibt, als die $L_1$ des Stoßgefälles.

## §. 116.

Der mit der soeben vollzogenen Berechnung geführte Beweis, daß man das Leistungsvermögen eines Rades erhöhet, wenn man das Stoßgefälle so klein, also das Druckgefälle so groß als nur immer möglich macht, kann es auch nicht mehr zweifelhaft lassen: ob man dem Wasserzuleitungsgerinne eine starke Neigung und dem Wasser dadurch mehr Schnelligkeit gebe; somit den Abweichungswinkel $\delta$ kleiner, also seinen cosinus und den mit ihm verbundenen Zahlenwerth größer mache; oder: ob man dem Gerinne nur das zum Fortkommen des Wassers unbedingt nöthige Gefälle gebe; den Winkel $\delta$ dadurch allerdings vergrößert; dadurch aber den Durchmesser des Rades erhöhen kann, indem man das Druckgefälle vermehrt.

Nur eigensinniges Vorurtheil könnte noch der ersten Construction den Vorzng vor der zweiten geben.

## §. 117.

Die mit Wasser angefüllten Zellen eines oberschlächtigen Rades bilden gleichsam einen ringförmigen Wasserraum AB, Fig. 52 (Taf. VI), den man auch den wasserhaltenden Bogen nennt und es ist klar, daß der Ef-

Digitized by Google

fect eines Rades um so größer ausfallen muß, je höher die in demselben drückende Wassersäule ist; d. h., je früher die Schaufeln das Wasser aufnehmen und je später sie es wieder fallen lassen. Es versteht sich natürlich von selbst, daß beide Puncte A und B auf der vordern Seite des senkrechten Durchmessers EF liegen müssen. Die Höhe dieses wasserhaltenden Bogens AB läßt sich füglich in zwei Theile zerlegen:

Der erste Theil $HK = h_2$ liegt zwischen der obersten Zelle, die zuerst den ankommenden Wasserstrahl aufnimmt und derjenigen, wo dieselbe Schaufel anfängt sich zu entleeren.

Der zweite Theil $KL = h_3$ liegt zwischen zuletzt genannter und der untersten zuerst vollkommen geleerten Zelle. Während aber in dem ersten Bogen AD, von der Höhe HK, die ganze pro Sec. zu Gebote stehende Wassermenge M zur vollen Wirkung gelangt, wird dem unteren DB, von der Höhe KL, nur ein Theil dieser mechanischen Arbeit mitgetheilt, weil das Wasser, durch das stete Entleeren der Schaufeln, sich immer mehr aus dem Rade entfernt. Nennen wir dies mittlere Wasserquantum, das wir im untersten Bogen DB als noch wirkend annehmen können, $= M_1$: so ist die Formel für die theoretische Nutzleistung eines oberschlächtigen Wasserrades, mit Berücksichtigung der Stoßleistung und des Winkels $\delta$, ähnlich der des §. 84 für mittelschlächtige, oder

$$L = \frac{(c \cdot \cos.\,\delta - v)\,v}{2 \cdot g} M\gamma + h_2 M \cdot \gamma + h_3 \cdot M_1 \gamma, \text{ oder}$$

$$= \left[\frac{(c \cdot \cos.\,\delta - v)\,v}{2\,g} + h_2 + h_3 \cdot \frac{M_1}{M}\right] \cdot M \cdot \gamma \cdot, \text{ oder,}$$

wenn wir das Verhältniß $\frac{M_1}{M}$ mit $\varkappa$ (sprich kappa) bezeichnen,

$$\text{I. L.} = \left[\frac{(c \cdot \cos.\,\delta - v)v}{2\,g} + h_2 + \varkappa \cdot h_3\right] \cdot M\gamma.$$

Digitized by Google

Zieht man von dieser Leistung noch die Arbeit R der Zapfenreibung ab: so wird

$$\text{II. } L = \left[\frac{(c \cdot \cos. \dot{o} - v) \cdot v}{2 \cdot g} + h_2 + \varkappa \cdot h_3\right] \cdot M\gamma - 0{,}1047 \cdot u \cdot f \cdot G \cdot r$$

der endliche, nicht weiter zu verkürzende, Nutzeffect des Rades sein.

## §. 118.

Es wird nun zunächst darauf ankommen, das Verhältniß $\frac{M_1}{M} = \varkappa$ der mittleren Wassermenge im Ausgußbogen zur anfänglichen zu finden:

Hat das Wasserrad n Schaufeln und macht es in 1 Minute u Umdrehungen: so werden sich dem Wasser in 1 Secunde $\frac{n \cdot u}{60}$ Zellen, zur Aufnahme der Wassermenge M, darbieten und es kommt daher auf eine Zelle das Wasserquantum

$$\gamma = \frac{M}{\frac{n \cdot u}{60}} = \frac{60 \cdot M}{n \cdot u} \text{ Cubikfuß.}$$

Ist nun, wie früher, die lichte Weite des Rades = w Fuß: so ist der Querschnitt des Wasserkörpers in einer Schaufel oder,

$$F = \frac{60 \cdot M}{n \cdot u \cdot w} \text{ Quadratfuß.}$$

Um zu der Berechnung der mechanischen Kraftleistung des Wasserrades übergehen zu können, trage man, vermittelst genauer Zeichnung und Rechnung, mit der zweiten Schaufel von oben anfangend, so lange in jede den eben gefundenen Werth F, bis sich, weil die Wasserspiegel in sämmtlichen Schaufeln horizontal sind, endlich die Schaufel zeigt, deren Querschnitt, bis an die äußerste Schaufelkante reichend, allerdings noch F Quadratfuße

Digitized by Google

mißt, aber zugleich mit Ausleeren beginnt: so ist diese die letzte Zelle für den ganzen wasserhaltenden und die erste für den ausleerenden Bogen. Fährt man dann fort, von der äußersten Kante jeder der folgenden Schaufeln, nach dem Innern des Rades zu, eine Horizontallinie zu ziehen: so wird man endlich zu derjenigen gelangen, bei welcher die Stoßschaufel selbst in- oder schon unter die Horizontallinie zu liegen kommt und also vollständig vom Wasser verlassen ist. Mißt man nun

1) den lothrechten Abstand H K des horizontalen Wasserspiegels der obersten, zuerst gefüllten, Schaufel A über dem der zuerst mit Ausleeren beginnenden K: so ist die erste Druckhöhe $HK = h_2$ gefunden. Sucht man auf dieselbe Weise

2) die lothrechte Entfernung KL der ersten und letzten Schaufel im Ausgußbogen DB: so ist $KL = h_3$. Um endlich

3) das Verhältniß $\frac{M_1}{M} = \varkappa$ zu finden, benutzen wir die Simpson'sche Regel, nennen den Querschnitt einer vollen, ihr ganzes Wasser haltenden, Schaufel $= F$, den der ersten ausgießenden $= F_0 = F$, den der zweiten im Ausgußbogen $= F_1$, den der dritten $= F_2$, den der vierten $= F_3$, den der nten $= F_{n-1}$ □F. so ist

$$\frac{M_1}{M} = \varkappa = \frac{F_0 + Fn + 4(F_1 + F_3 + \ldots + F_{n-1}) + 2(F_2 + F_4 + \ldots + F_{n-2})}{3\, n_1\, F_0}$$

wo $n_1$ die Anzahl der in der Höhe des Ausgußbogens liegenden Wasserschaufeln bedeutet.

## §. 119.

Nachdem wir nun die Methoden kennen gelernt haben, nach welchen die verschiedenen einzelnen Größen obiger beiden Gleichungen abzuleiten sind, wollen wir ein gewisses Totalgefälle und Wasserquantum als con-

Digitized by Google

stant annehmen, nach den in §. 114 angegebenen verschiedenen Schaufelungsmethoden eben so viele Wasserräder construiren, ihre Nutzeffecte berechnen und aus der endlichen Vergleichung aller, den Vorzug der einen vor der andern uns darzulegen suchen.

### Aufgabe.

Es ist ein Totalgefälle $H = 12$ Fuß und eine Wassermenge $M = 6$ Cubikfuß pro Sec. gegeben; wie wird das Wasserrad zu construiren sein, um den größmöglichsten Nutzeffect zu erzielen?

### Erste Auflösung.

Die vorhandene Rohkraft ist $= H \,.\, M \,.\, \gamma = 12 \,.\, .\, 52 \,.\, 6 = 3744$ Fußpfunde $= \frac{3744}{550} = 6{,}8...$ Pferdekräfte pro Sec.

Um die gewohnte Endgeschwindigkeit des Wasserstrahles, im Augenblicke seiner ersten Berührung in F, Fig. 53 (Taf. VI), mit dem horizontalen Wasserspiegel der zuerst getroffenen Schaufel, von 10 Fuß pro Sec. $= c$ zu erzeugen, würde, ohne Rücksicht auf alle Hindernisse, nach der Tabelle II des §. 24, ein Stoßgefälle von ungefähr $1\frac{1}{2}$ Fuß $= h$ nöthig sein. Setzen wir aber $h = 1\frac{3}{4}$ Fuß: so bleibt die senkrechte Höhe des Wasserspiegels der ersten Schaufel über dem Radtiefsten $= 10\frac{1}{4}$ Fuß und es ist deßhalb zulässig, das Rad selbst $10\frac{3}{4} = 10{,}6666...$ Fuß hoch zu machen.

Das Rad werde nach der in §. 114 zuerst angegebenen Methode construirt und sei in Lichten 3 Fuß weit, habe 28 Schaufeln, jede 2 Zoll dick und 11 Zoll Kranzhöhe. Der Theilkreis liegt im ersten inneren Drittheil und ist dessen Halbmesser $CQ = R_1 = 5\frac{1}{3} - \frac{3}{4} \,.\, 1\frac{1}{2} = 4\frac{17}{18} = 4{,}7222...$ Fuß. Die Riegelschaufel AC steht rechtwinklich auf der Stoßschaufel AB und ist die dritte Zelle vom Radtiefsten die zuerst vollkommen geleerte, also, ihrer Lage nach, horizontal.

Digitized by Google

Ist nun $c = 10$ Fuß, $v = \frac{1}{2} c = 5$ Fuß: so macht, nach §. 51, das Rad in 1 Minute

$$u = 9{,}5493 \cdot \frac{v}{R_1} = 9{,}5493 \cdot \frac{5}{4{,}7222} =$$

10,111... Umgänge; folglich ist der Querschnitt des Wasserkörpers in einer gefüllten Schaufel, oder

$$F = \frac{60 \cdot M}{n \cdot u \cdot w} = \frac{60 \cdot 6}{28 \cdot 10{,}111 \cdot 3} = 0{,}42376$$

□Fuß $= 0{,}42376 \cdot 144 = 61$ □Zoll.

Verzeichnet man nun genau dieses Wasserprofil $F = 61$ □Zoll in die zweite Schaufel von oben: so bildet es in seiner Oberfläche die Horizontallinie QH; fährt damit durch alle Zellen fort: so gelangt man zuletzt zu einer vom Querschnitt $F_0$, in vorstehender Zeichnung die achte von oben, deren horizontaler Wasserspiegel KD in K abzufließen beginnt. Es ist demnach $HK = h_0$ die Höhe der mit dem anfänglichen Wasserquantum $M = 6$ Cubikfuß drückenden Wassersäule und, nach dem der Zeichnung zum Grunde gelegten Maßstabe $h_0$, $=$ 4,9444... Fuß $= 4$ Fuß 11 Zoll 4 Linien.

Der Wasserkörperquerschnitt $F_1$, der folgenden, oder neunten, Zelle von oben, dessen horizontaler Wasserspiegel bis an die äußerste Kante E reicht, mißt 0,347... □Fuß $= 51$ □Zoll;

die dritte Zelle im Ausgußbogen $F_2$ hat 0,25 □Fuß $= 36$ □Zoll Querschnitt,

die vierte Zelle im Ausgußbogen $F_3$ hat 0,1322 □F. $= 20$ □Zoll Querschnitt,

die fünfte Zelle im Ausgußbogen $F_4$ oder die dritte von unten liegt horizontal und ist deßhalb leer. Durch Messung der lothrechten Entfernung der beiden Schaufelkanten K und B in der Zeichnung ergiebt sich: $KL = h_3 = 4$ Fuß.

Um das Verhältniß der in dieser letzten Höhe $h_3$ des Ausgußbogens wirkenden Wassermenge $M_1$ zu ersterer M oder $\frac{M_1}{M} = \varkappa$ zu finden, verfahre man also:



Digitized by Google

Nach Obigem war $F = F_0 = 61$ □Zoll, $F_1 = 51$ □Zoll, $F_2 = 36$ □Zoll, $F_3 = 20$ □Zoll, $F_4 = 0$ □ Zoll, $n_1 = 4$ und deßhalb, nach dem vorigen §., das Verhältniß der mittleren Wassermenge einer Zelle im Ausgußbogen zur Wassermenge einer Zelle vor Anfang des Ausgusses, d. i.

$$\frac{M_1}{M} = \varkappa = \frac{F_0 + 4\,(F_1 + F_3) + 2 \cdot F_2}{3 \cdot n_1 \cdot F_0}$$

$$= \frac{61 + 4\,(51 + 20) + 2 \cdot 36}{3 \cdot 4 \cdot 61} = 0{,}56967\ldots$$

Die Größe des Winkels $bFv = \delta$, oder den Unterschied der Strahlenrichtung gegen die Richtung der Umfangsgeschwindigkeit Fv des Wasserrades im Theilkreise anlangend, würden wir, um dessen Größe aufzufinden, nach dem in der Anmerkung II des §. 76 angegebenen Verfahren handeln dürfen, wenn der Boden mn des wasserzuführenden Gerinnes horizontal läge. Da dies aber nicht immer zuläßig ist, sondern das Gerinne einiger Neigung zum lebendigereu Abflusse des Aufschlagewassers bedarf: so bedürfen jene Abhandlungen einer Umänderung im gegenwärtigen Sinne.

Ist Fig. AB 54 (Taf. VI) die gegen den Horizont AC unter einem Winkel $BAC = \alpha$ geneigte Oberfläche eines von B nach A strömenden Wasserstrahles und hat das Gerinne auf 30 Fuß Länge ein Gefälle von 10 Zoll $= \frac{5}{6}$ Fuß: so ist, nach §. 58, Anmerkung Fig. 22 (Taf. II),

$$\frac{BC}{BA} = \text{sinus } \alpha = \tfrac{10}{12} \cdot 30 = \tfrac{1}{36} = 0{,}027778$$ und

der zu dem logarithmus dieser Zahl gehörige Winkel $\alpha = 1^\circ\ 35'\ 30''$.

Die Geschwindigkeit des zufließenden Wassers im Endpuncte A des Gerinnes AB war bei der Beobachtung, wegen dessen unzweckmäßiger Form und vieler andern Hindernisse und trotz seiner überflüssigen Neigung, nicht mehr als 3,4 Fuß pro Sec. $= c_1$. Da nun von hierab der Strahl noch eine Höhe von $1\frac{1}{2}$ Fuß $= h$ zu durchfallen hat, bevor er den Wasserspiegel, der zu-

Digitized by Google

erſt getroffenen Schaufel berührte: ſo wird ſein, mit Berückſichtigung des früher zu 10 Procent veranſchlagten Geſchwindigkeitsverluſtes, deſſen Endgeſchwindigkeit im Puncte F, Fig. 53 (Taf. VI), d. i.

$$c = 0{,}9\sqrt{c_1^2 + 4gh} = 0{,}9\sqrt{3{,}4^2 + 4 \cdot 16{,}8 \cdot 13 \cdot 1{,}6666} = 10{,}\ldots \text{ Fuß}$$

wie vorhin.

Hätte das Waſſer keine Schwere: ſo würde es von A ab, Fig. 54 (Taf. VI), in der Richtung AE ungehindert fortſtrömen und alſo von A nach $E = c_1 t$ Sec. gebrauchen: demnach iſt alſo $AE = c_1 t$. Es iſt aber auch $\frac{AD}{AE} = \cos. DAE = \cos. \alpha$ oder $AD = AE \cdot \cos. \alpha$, oder weil für AD, nach dem Früheren, auch geſetzt werden kann, $x, x_0, x_1, x_2 \ldots$, ſo iſt

$$AD = x = x_0 = x_1 = \ldots AE \cdot \cos. \alpha = c_1 \cdot t \cdot \cos. \alpha;$$

daraus folgt aber ſogleich $t = \frac{x}{c_1 \cdot \cos. \alpha}$.

Vermöge ſeiner natürlichen Schwere wird indeß der Waſſerſtrahl allmälig von der Richtung AE abgezogen nach den Puncten p $p_1$ $p_2$....G; erhält alſo einen Gefällezuwachs von $Ep\ Ep_1\ Ep_2 \ldots EG = g \cdot t^2$, nach §. 23. Bezeichnen wir ferner in der Verticallinie AF den Theil $Ay_0$ mit $y_0$, $Ay_1$ mit $y_0$, $Ay_2$ mit $y_2 \ldots$, AF mit y: ſo iſt $AF = y = DE + EG$ oder, weil $\frac{DE}{AE} = \sin. \alpha$ alſo $DE = AE \cdot \sin. \alpha = c_1 \cdot t \cdot \sin. \alpha$

$$y = c_1 \cdot t \cdot \sin. \alpha + g \cdot t^2.$$

Setzt man in dieſe Gleichung ſtatt t den vorhin gefundenen gleichbedeutenden Werth $\frac{x}{c_1 \cdot \cos. \alpha}$: ſo wird

$$y = c_1 \cdot \left(\frac{x}{c_1 \cdot \cos. \alpha}\right) \cdot \sin. \alpha + g \cdot \left(\frac{x}{c_1 \cdot \cos. \alpha}\right)^2$$



Digitized by Google

$$= \frac{c_1 \; x \; . \; \text{sin.} \; \alpha}{c_1 \; . \; \text{cos.} \; \alpha} + \frac{g}{c_1{}^2 \; . \; (\text{cos.} \; \alpha)^2} \; . \; x^2$$

oder weil nach der Trigonometrie $\frac{\text{sinus}}{\text{cosinus}} = \text{tangente}$,

$$y = x \; . \; \text{tg} \; . \; \alpha + \frac{g}{c_1{}^2 \; . \; (\text{cos.} \; \alpha)^2} \; . \; x^2$$

eine Formel, nach welcher die Lage eines jeden Punctes p $p_1$ $p_2$.... G des Parabelzweiges A G berechnet werden kann.

Wenden wir das soeben gezeigte Verfahren an, „aus der bekannten Neigung eines Gerinnes und der Endgeschwindigkeit des Wassers in demselben" die Richtung des Parabelzweiges wie der an denselben zu legenden Tangente zu bestimmen: so tragen wir auf die Horizontallinie AD, Fig. 54 (Taf. VI) eine beliebige Anzahl willkürlich großer Theile auf; so daß z. B.

$Ax_0 = x_0 = 3$ Zoll $= 0{,}25$ Fuß, $Ax_1 = x_1 = 6$ Zoll $= 0{,}5$ Fuß, $Ax_2 = x_2 = 9$ Zoll $= 0{,}75$ Fuß, $Ax_3 = x_3 = 12$ Zoll $= 1$ Fuß, $Ax_4 = x_4 = 15$ Zoll $= 1{,}25$ Fuß..., füllen von allen den verschiedenen Puncten der Horizontalen $x_0 x_1 x_2 x_3$... abwärts Lothe von willkürlicher Länge: so ist

1) $Ay_0 = y_0 = x_0 \; . \; \text{tg} \; \alpha + \frac{g}{c_1{}^2 \; . \; (\text{cos.} \; \alpha)^2} \; . \; x_0^2$

$= 0{,}25 \; . \; \text{tg} \, 1^\circ 35' 30'' + \frac{16{,}813}{(3{,}4)^2 \; . \; (\text{cos.} \, 1^\circ \, 35' \, 30'')^2} \; . \; (0{,}25)^2$

$= 0{,}25 \; . \; 0{,}027787 + \frac{16{,}813}{11{,}38 \; . \; (0{,}99961)^2} \; . \; (0{,}25)^2$

$= 0{,}25 \; . \; 0{,}027787 + 1{,}47856 \; . \; 0{,}0625$

$= 0{,}0069468 + 0{,}09241$

$= 0{,}09935...$ F. $= 1$ Z. 2,3... Linien $= x_0 p$

2) $Ay_1 = y_1 = x_1 \; . \; 0{,}027787 + 1{,}47856 \; . \; x_1{}^2$

$= 0{,}5 \; . \; 0{,}027787 + 1{,}47856 \; . \; (0{,}5)^2$

$= 0{,}3835...$ F. $= 4$ Z. 7,2... Linien $= x_1 p_1$

3) $Ay_2 = y_2 = x_2 \; . \; 0{,}027787 + 1{,}47856 \; . \; x_2{}^2$

Digitized by Google

$= 0{,}75 \cdot 0{,}027787 + 1{,}47856 \cdot (0{,}75)^2$

$= 0{,}85253$ F. $= 10$ Z. $2\frac{3}{4}$ Linien $= x_2 p_2$

4) $Ay_3 = y_3 = x_3 \cdot 0{,}027787 + 1{,}47856 \cdot x_3^2$

$= 1 \cdot 0{,}027787 + 1{,}47856 \cdot 1^2$

$= 1{,}5...$ Fuß $= 1$ Fuß 6 Zoll $= x_3 p_3$

5) $Ay_4 = y_4 = x_4 \cdot 0{,}027787 + 1{,}47856 \cdot x_4^2$

$= (1{,}25) \cdot 0{,}027787 + 1{,}47856 \cdot (1{,}25)^2$

$= 2{,}345$ F. $= 2$ F. 4 Z. 1,67... Linien $= x_4 p_4$

u. s. f.

Die solchergestalt durch die verschiedenen Durchschnittspuncte $p\, p_1 p_2$.... G erzeugte krumme Linie AG ist die vom Wasserstrahle innegehaltene Richtung R F der Fig. 53 (Taf. VI) oder AG der Fig. 54 (Taf. VI). Tragen wir sie, nach einem vergrößerten Maßstabe ($\frac{1}{12}$ der natürlichen Größe) vollständig über auf Fig. 55 (Taf. VII), in welcher die zweite Schaufel von oben, bei dem vorhin berechneten Querschnitte F $= 61$ □Zoll, mit ihrer Wasseroberfläche die Horizontallinie QH erreicht; ziehen von dem Puncte G, wo QH und AG sich schneiden, nach der Mitte des Rades den Halbmesser GX, auf diesen die Normale Gb, als die Richtung der Umfangsgeschwindigkeit v des Wasserrades im Puncte G; legen ferner, nach Anleitung der Fig. 32 (Taf. III) Anmerkung §. 76, an denselben Punct G der Parabel AG die Tangente GY, verlängern dieselbe über G hinaus rückwärts nach c: so ist endlich der Winkel bGc der verlangte $< \delta$.

Durch einfache Rechnung, nach Anleitung des §. 58 Anmerkung, stellt sich dessen Größe auf

$53^\circ\ 40'$ heraus.

Durch die Buchstaben efgh wird ein Stück vom Boden des Zuleitungsgerinnes, dessen Längenabschnitt ef in der Axe AQ des Parabelzweiges AG liegen muß und durch AB die Oberfläche des zufließenden Wassers dargestellt. Noch muß bemerkt werden, daß die unzweckmäßige Methode beibehalten ist, die Stoßschaufel um $\frac{3}{4}$ Zoll vom äußersten Radumfange zurückspringen zu las-

Digitized by Google

sen, was den Nachtheil mit sich führt, daß die Schaufeln im Ausgußbogen desto früher mit Ausleeren beginnen. Nachdem nun alle einzelnen Größen der Formel I. des §. 117 „für das Leistungsvermögen eines oberschlächtigen Wasserrades" bestimmt sind, gehen wir zur Berechnung selbst über:

Es ist $c = 10$ Fuß, $v = 5$ Fuß, $< \delta = 53^\circ 40'$, $h_2 = 4{,}9444...$ Fuß, $h_3 = 4$ Fuß, $\frac{M_1}{M} = \varkappa = 0{,}56967...$, $M = 6$ Cubikfuß, $\gamma = 52$ Pfund; mithin

$$L = \left[\frac{(c \,.\, \cos.\, \delta - v)\, v}{2\, g} + h_2 + \varkappa \,.\, h_3\right] \cdot M \,.\, \gamma$$

$$= \left[\frac{(10 \,.\, \cos. 53^\circ 40' - 5)5}{2 \,.\, 16{,}813} + 4{,}9444... + 0{,}56967....4\right].6.52$$

$$= \left[\frac{(10 \,.\, 0{,}59248 - 5)5}{33{,}626} + 4{,}9444 + 2{,}27868...\right] \,.\, 312$$

$= (0{,}13720 + 4{,}94444 + 2{,}27868) \,.\, 312 = 2296{,}...$ Fußpfund pro Sec.

Macht man schließlich die billige Anforderung, von eben gefundener Leistung noch die Arbeit der Reibung an den beiden Wellzapfen abzunehmen — also der Formel II des §. 117 zu genügen: so muß in der dazu nöthigen Formel des §. 57

$$R = 0{,}01047... \,.\, G \,.\, u \,.\, r$$

unter G nicht allein das ganze Totalgewicht des Wasserrades mit Zubehör, sondern auch das Gewicht des in sämmtlichen Zellen befindlichen Wassers verstanden werden.

### 1) Berechnuug des in den Zellen befindlichen Wassergewichts.

Der obere, das ganze Wasser haltende, Bogen des im Lichten 3 Fuß weiten Rades, Fig. 53 (Taf. VI) zählt 6 Schaufeln, von denen jede einen cubischen Wassergehalt von $F \,.\, w = 61$ □Zoll mal 36 Zoll $= 2196$ Cubikzoll hat; mithin alle 6 Zellen $= 6 \,.\, 2196 = 13176$ Cubikzoll $= 7{,}6244...$ Cubikfuß. Der untere,

Digitized by Google

das Wasser nur noch theilweise haltende Bogen des Rades zählt vier mit Wasser gefüllte Schaufeln, von denen

die erste e. Cubikgehalt hat von 61 □Z. •36Z. = 2196 Cubikz.
„ zweite e. „ „ „ 51 □Z. •36Z. = 1836 „
„ dritte e. „ „ „ 36 □Z. •36Z. = 1296 „
„ vierte e. „ „ „ 20 □Z. •36Z. = 720 „

also sämmtl. 4 Schaufeln = 6048 Cubikzoll = 3,5 Cubikfuß
dazu gerechnet obige 7,6244 „

giebt die ganze Wassermenge = 11,1244 C.-F.
und deren Gewicht = 11,1244 • 52 = 578,... Pfunde.

2) Berechnung des armirten Wasserrades.

a. Die beiden Kränze.

Der größte Halbmesser R ist = $5\frac{1}{3}$ = 5,3333... Fuß; mithin, weil die Kränze $\frac{1}{12}$ Fuß = 0,91666..., der innere $R_2$ = 5,3333... — 0,91666... = 4,41666... Fuß; die Dicke eines Kranzes = 4 Zoll = 0,3333... Fuß und die Dicke beider = 8 Zoll = 0,6666... = d Fuß und deßhalb der cubische Inhalt beider Radkränze =

$(R^2 - R_2^2) \cdot \pi \cdot d = (5{,}3333....^2 - 4{,}4166...^2)$ 3,141....0,6666... = 18,7186... Cubikfuß. Sind die Kränze von frischem rothbuchen Holz angefertigt, wovon 1 Cubikfuß zu 48 Pfunden anzunehmen ist: so beträgt ihr Gewicht =

18,7186...•48 = 898 Pfunde.

b. Der Boden.

Da das Rad im Lichten 3 Fuß weit und jeder Kranz 4 Zoll dick ist: so beträgt die ganze Länge l des Bodens = 3 Fuß 8 Zoll = 3,6666... Fuß, die Dicke des Bodens = 2 Zoll*) = 0,1666... Fuß. Stellen

*) Die allerdings bedeutende Stärke sowohl der Boden- als Schaufelbretter hat ihren örtlichen Grund in der durch Eisgang herbeigeführten starken Abnutzung derselben.

Digitized by Google

wir uns den ganzen Radboden als einen Cylindermantel vor, dessen äußerer Halbmesser $R_2 = 4{,}4166...$, dessen innerer $R_3 = 4{,}4166... - 0{,}1666... = 4{,}25$ Fuß mißt: so ist dessen cubischer Inhalt =

$(R_2^2 - R_3^2)\,\pi \cdot l = (4{,}4166^2... - 4{,}25^2)$ 3,141.. • 3,6666... = 16,639... Cubikfuß und sein Gewicht = 16,639 • 48 = 799 Pfunde.

c. Die Radschaufeln.

Das Rad hat 28 Schaufeln, von denen jede aus einer Stoß- und Riegelschaufel zusammengesetzt ist, welche die gemeinschaftliche Länge von 3 Fuß = 36 Zoll und die Dicke = 2 Zoll haben;
die Riegelschaufel ist im Mittel $3\frac{2}{3}$ Zoll
breit folglich ihr cubischer Inhalt $= 3\frac{2}{3} \cdot 2 \cdot 36 = 264$ Cubikz.
die Stoßschaufel ist im Mittel $13\frac{1}{3}$ Zoll breit;
folglich ihr Inhalt $= 13\frac{1}{3} \cdot 2 \cdot 36 = 960$ Cubikz.
und somit der Inhalt einer ganzen
Schaufel = 1224 Cubikz.
und der von 28 Stück = 1224 . 28 = 34272 Cubikzoll $= \frac{34272}{1728} = 19{,}8333...$ Cubikfuß; folglich ihr Gesammtgewicht = 19,8333... . 48 = 952 Pfunde.

d. Die Welle.

Nehmen wir deren Länge l = 20 Fuß, ihre Dicke d = 22 Zoll = 1,8333... Fuß: so ist ihr cubischer Inhalt =

$$d^2 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot l = (1{,}8333...)^2 \cdot \frac{3{,}141...}{4} \cdot 20 =$$

52,8 Cubikfuß.

Kann man, vermöge ihrer Lage, $\frac{1}{5}$ der Wellenlänge als stets naß, $\frac{2}{5}$ derselben als halbtrocken liegend betrachten und wiegt, nach dem Früheren,

1 Cubikfuß nasses Eichenholz 50 Pfunde und ebensoviel halbtrocken 45 Pfunde:

Digitized by Google

so ist das Gewicht des nassen $\frac{3}{5}$ Theiles der Welle
$= \frac{3}{5} \cdot 52{,}8 \cdot 50 = 1584$ Pfd. u.
das des halbtrocknen $\frac{2}{5}$ Theiles derselben
$= \frac{2}{5} \cdot 52{,}8 \cdot 45 = 950$ Pfd. u.

somit das Gesammtgewicht = 2534 Pfde.

e. die Zapfen und Bände.

Nehmen wir, der Kürze wegen, das Gewicht zweier gußeisernen Flügelzapfen und vier schmiedeeiserner Bände zu 166 Pfunden an.

f. Die Radarme.

Läuft das Rad auf vier ganzen oder acht halben rothbuchenen Armen, die durch die Welle gehen und zur Hälfte an die Kränze geblattet sind; ist jeder dieser halben Arme 3 Zoll dick, 5 Zoll breit und ohne das 11 Zoll hohe, 3 Zoll dicke und $2\frac{1}{2}$ Zoll breite Blatt, 64 — 2 . 11 = 42 Zoll lang: so ist dessen Cubikgehalt = 3 . 5 . 42 = 630 Cubikzoll und der des an den Radkranz geschobenen Blattes = 11 . 3 . $2\frac{1}{2}$ = 82 Cubikzoll, mithin der eines halben Armes = 712 Cubikzoll und der aller acht = 8 . 712 = 5696 Cubikzoll = 3,3 Cubikfuß und ihr Gewicht = 3,3 . 48 = 165 Pfunde.

g. Die Wasserradsschrauben.

Wendet man, statt der hölzernen Radzangen, vier durch die ganze Breite des Rades gehende schmiedeeiserne Schrauben an und läßt eine dieser 10 Pfund wiegen: so ist das Gewicht aller vier Schrauben = 40 Pfunde.

h. Das Kammrad.

Ist das Kammrad 8 Fuß hoch und seine Kranzstärke 10 □Zoll: so ist, wenn r = 4 Fuß, $r_1$ = 4 — $\frac{10}{12}$ = 3,1666... Fuß und d = $\frac{10}{12}$ = 0,8333... Fuß, dessen cubischer Inhalt =

Digitized by Google

$(r^2 - r_1{}^2)\ \pi\ .\ d = (4^2 - 3{,}1666^2...)\ 3{,}141...\ .\ 0{,}8333... = 15{,}635$ Cubikfuß.

Ist nun selbiges von trocknem Eichenholze angefertigt, von welchem 1 Cubikfuß 36 Pfund wiegt: so ist das Gewicht des Rades $= 15{,}635\ .\ 36 = 719$ Pfunde.

### i. Die Kammradsarme.

Wird das Rad von drei ganzen oder sechs halben durch die Welle gehenden Armen getragen, von denen jeder 5 Zoll dick, 10 Zoll breit und 48 — 11 — 10 = 27 Zoll lang ist: so ist der Cubikgehalt dieses halben Armes $= 27\ .\ 10\ .\ 5 = 1350$ Cubikzoll. Ist das dazu gehörige Blatt 10 Zoll lang, 5 Zoll dick und 6 Zoll breit; so enthält dasselbe $10\ .\ 5\ .\ 6 = 300$ Cubikzoll; mithin der ganze halbe Arm $= 1650$ und alle sechs halbe Arme 9900 Cubikzoll $= 5{,}73$ Cubikfuß, mit einem Gewichte von $36\ .\ 5{,}73 = 206$ Pfunden.

### k. Die Kammradsschrauben.

Die zur Befestigung der Arme an den Kranz nöthigen 6 Schrauben mögen im Ganzen 15 Pfund wiegen: dann ist, durch Wiederholung aller berechneten Werthe, das Gesammtgewicht des armirten Wasserrades:

1) das Gewicht des in den Zellen befindlichen Wassers 556 Pfd.
2) „ „ „ Rades mit Zubehör; nämlich

| | | |
|---|---|---|
| a. | die beiden Kränze . | 898 Pfund |
| b. | der Boden . . . | 799 „ |
| c. | die Radschaufeln . | 952 „ |
| d. | die Welle . . . . | 2534 „ |
| e. | die Zapfen u. Bände | 166 „ |
| f. | die Radarme . . . | 165 „ |
| g. | die Wasserradsschrauben | 40 „ |
| h. | das Kammrad . . | 719 „ |
| i, | die Kammradsarme | 206 „ |
| k. | die Kammradsschrauben | 15 „ |

oder $G = 7050$ Pfund.

Digitized by Google

Die Umgänge des Rades pro Minute waren oben zu 10,111... berechnet; sind die Wellzapfen 3 Zoll dick, also ihr Halbmesser $r = 1\frac{1}{2}$ Zoll $= \frac{1}{8} = 0{,}125$ Fuß: so ist das Moment der Zapfenreibung, oder

$R = 0{,}01047 \cdot 7050 \cdot 10{,}111., \cdot 0{,}125 = 92{,}...$ Fußpfund pro Sec. und deßhalb, nach der Formel II. des §. 117, das endliche Leistungsvermögen des Rades, oder

$$L = 2296 - 92 = 2204 \text{ Fußpfund} = \frac{2204}{550}$$

$= 4$ Pferdekräfte und der Wirkungsgrad $\eta = \frac{L}{H \cdot M \cdot \gamma}$

$= \frac{2204}{3744} = 0{,}58867...$ oder beinahe $59\frac{9}{10}$ der vorhandenen Rohkraft.

## Zweite Auflösung.

Wir behalten die anfängliche Radhöhe von $10\frac{2}{3} = 10{,}6666...$ Fuß, die Schaufelzahl 28, das Wasserquantum 6 Cubikfuß, den Abweichungswinkel $\delta = 53^\circ\ 40'$, die Wassergeschwindigkeit im Augenblicke seiner Berührung mit dem horizontalen Wasserspiegel der ersten getroffenen Zelle $c = 10$ Fuß bei und construiren für den zweiten Fall des §. 114 in Fig. 56 (Taf. VII) ein neues Rad, bei welchem der Theilkreis durch die Mitte der Kranzbreite geht, die zweite Radschaufel vom Radtiefsten horizontal liegt. Bei der Construction der Schaufeln ist die zweckmäßigere Einrichtung getroffen, daß die Nuth, welche zur Aufnahme des Schaufelbrettes in den Kranz eingelassen wird, zwar 1 Zoll vom äußersten Umfange des Rades zurückspringt, das äußerste Ende der Stoßschaufel aber demungeachtet mit dem Radkranze gleich ist. Die Riegelschaufel bildet mit der Stoßschaufel einen Winkel von etwa 140°, der sich am leichtesten nach der schon gezeigten Methode herstellen läßt, wenn man in dem Theilpuncte w auf die Stoßschaufel wB ein Loth

Digitized by Google

wx errichtet, von w nach der Mitte des Rades den Halbmesser wC zieht und die dadurch am inneren Kreisumfange entstehende Länge xy zweimal von y nach z trägt und wz zieht.

Die Kranzhöhe d betrage 8 Zoll $= \frac{2}{3}$ Fuß; dann ist der Theilkreishalbmesser $R_1 = 5\frac{1}{3} - \frac{1}{3} = 5$ Fuß. Der Theilkreishalbmesser des vorigen Rades war $=$ 4,7222... Fuß, dessen Endgeschwindigkeit $= 5$ Fuß; mithin ist die Umfangsgeschwindigkeit des gegenwärtigen Rades im Theilkreise $v = \frac{5 \cdot 5}{4,7222} = 5,2941..$ Fuß pr. Sec. und deßhalb die Umgänge desselben oder $u =$ $9,5493 \frac{v}{R_1} = 9,5493 \cdot \frac{5,2941}{5} = 10,111...$ pro Minute; also genau wie vorhin.

Nehmen wir nun an, daß die Schaufeln sich zum dritten Theile mit Wasser anfüllen sollen: so ist, nach 79, II, die lichte Weite des Rades, oder

$$w = 28,653 \cdot \frac{M}{d \cdot u \cdot R_1} = 28,653 \cdot \frac{6}{\frac{2}{3} \cdot 10,111 \cdot 5} = 5,1...$$

Fuß;

also, nach vorhin, der Querschnitt des Wasserkörpers in einer das ganze Wasser noch haltenden Schaufel, oder

$$F = \frac{60 \cdot M}{n \cdot u \cdot w} = \frac{60 \cdot 6}{28 \cdot 10,111 \cdot 5,1} = 0,24986$$

□Fuß $= 36$ □Zoll.

Trägt man nun mittelst Zeichnung dieses Profil von 36 □Zoll ganz in voriger Weise zuerst in die zweite Schaufel von oben: so steht in derselben der Wasserspiegel in der Horizontallinie QH; fährt man damit durch alle Zellen so lange fort, bis man zu einer gelangt, bei welcher die horizontale Oberfläche des eingetragenen Profils scharf die äußerste Schaufelkante berührt, also im Begriff ist, mit Ausleeren zu beginnen: so hört in diesem Puncte wieder die erste, mit der ganzen Wassermenge M drückende, Höhe $h_2$ auf und die zweite $h_3$, in

Digitized by Google

welcher nur ein Theil von $M = M_1$ zum Drucke gelangt, beginnt. Sie reicht bis dahin, wo die Stoßschaufel einer Zelle horizontal liegt.

Die Zeichnung Fig. 56 (Taf. VII) ergiebt, daß, wenn wir die 11te Schaufel von oben bis an ihre äußerste Kante mit Wasser füllen, der alsdann entstehende Querschnitt mehr als 36 □Zoll Flächenraum enthält und, wenn wir in der darauf folgenden 12ten Schaufel die horizontale Oberfläche des darin befindlichen Wasserkörpers ebensoweit reichen lassen, ihr Profil weniger, als 36 □Zoll mißt. Es muß also der Anfang des Entleerens nothwendig zwischen der 11ten und 12ten Schaufel liegen. Lassen wir wir nun versuchsweise die 11te Schaufel um den Weg un fortrücken: so zeigt sich, wenn sie in n angelangt, eine neue Stellung mnoq, deren Querschnitt, genau 36 □Zoll haltend, mit dem Wasserspiegel die äußerste Kante m berührt und mit Ausgießen beginnt. Verlängert man die pm bis K: so ist $HK = h_2 = 8{,}4$ Fuß, nach dem der Zeichnung zu Grunde liegenden Maßstabe. Um die übrigen Schaufelstellungen im Ausgußbogen zu bekommen, trage man auf dem Theilkreise, vom Puncte n aus, mit der anfänglichen Theilung uv so viel Puncte auf, als die Länge des im Ausgußbogen liegenden Kreises gestattet und zeichne in jedem dieser eine neue Zelle mit zugehörigem Wasserprofile, analog den früheren, auf. In unserer Zeichnung gestattet die Länge des Theilkreisbogens uw außerdem nur noch eine Stellung qrs, mit einem Wasserquerschnitt rst von 12 □Zoll. Da die 13te Schaufel horizontal liegt: so ist in dem, durch die horizontale Verlängerung BL entstehenden, Durchschnittspuncte L mit der Verticale, die Höhe des Ausgußbogens $KL = h_3 = 1$ Fuß gefunden.

Um nun wieder das Verhältniß der Wassermenge einer Schaufel im Ausgußbogen zu der in einer das ganze Wasser haltenden oder $\frac{M_1}{M} = \varkappa$ zu finden, bedienen wir uns der vorhinnigen Formel

$$\varkappa = \frac{F_0 + 4\,F_1 + 2\,.\,0}{3\,.\,n_1\,F_0}$$

oder weil $F = F_0 = 36$ □Zoll, $F_1 = 12$ □Zoll $n_1 = 2$

$$\varkappa = \frac{36 + 4\,.\,12}{3\,.\,2\,.\,36} = 0{,}3888...$$

Zur Umgehung eines abermaligen Berechnens des Radgewichtes, wollen wir, der Kürze wegen, G zu 8000 Pfund annehmen und ist dann, wenn der Zapfenhalbmesser $r = \frac{1}{8} = 0{,}125$ Fuß bleibt, das Leistungsvermögen des Rades, mit Einschluß der Reibung, nach der Formel II. des §. 117,

$$L = \left[\frac{(c.\cos.\delta - v)v}{2g} + h_2 + \varkappa h_3\right] M\,.\,\gamma - 0{,}01047\,.\,G\,.\,u\,.\,r$$

$$= \left[\frac{(10.\cos.53^\circ 40' - 5{,}2941)5{,}2941}{2\,.\,16{,}813} + 8{,}4 + 0{,}3888.1\right] 6.52$$

$$- 0{,}01047\,.\,8000\,.\,10{,}111\,.\,0{,}125$$

$$= (0{,}0993 + 8{,}4 + 0{,}3888)\,312 - 106$$

$$= 2773 - 106 = 2667 \text{ Fußpfund} = \frac{2667}{550}$$

= 4,849.... Pferdekräfte pro Sec. und der Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{L}{H\,.\,M\,.\,\gamma} = \frac{2667}{3744} = 0{,}712... \text{ also} = 71\tfrac{2}{10}.$$

## Dritte Auflösung.

Sämmtliche Maßen und Größen des zuletzt behandelten Wasserrades mögen dieselben bleiben, mit Ausnahme der Gestalt der Zellen, die wir, nach der vierten Schaufelungsmethode des §. 114, aus drei Theilen zusammensetzten. Die zweite Zelle in Fig. 57 (Taf. VII) von unten liegt mit ihrem äußersten Ende BE horizontal; alle drei Theile BE, ED und DG sind unter einem Winkel von 160 Graden zusammengesetzt, welche

Digitized by Google

Größe man in practischer Weise sehr leicht erhält, wenn man über einer geraden Linie einen Halbkreis, von beliebigem Halbmesser, beschreibt, denselben in 9 gleiche Theile theilt und davon 8 zur Größe des Schaufelwinkels annimmt. Hinsichtlich des Anfanges der Entleerung im Ausgußbogen, findet dasselbe Verhältniß wie vorhin Statt. Die 11te Schaufel von oben, mit ihrer äußersten Kante O, ist noch größer, als der Querschnitt $F = 36$ □Zoll; die zwölfte, mit ihrer Kante P, bietet einen kleinen Fassungsraum dar und liegt deßhalb wieder die Zelle, deren genau 36 □Zoll großes Profil mit Entleeren beginnt, zwischen beiden und zwar mit ihrem äußersten Schaufelkantenende in $O_1$. Die zweite im Ausgußbogen $P_1$, um die anfängliche Schaufeltheilung von erster entfernt, hat einen Wasserkörper von 10 □Zoll $= F_1$ Querschnitt und ist deßhalb

$$\frac{M_1}{M} = \varkappa = \frac{36 + 4 \cdot 10 + 2 \cdot 0}{3 \cdot 2 \cdot 36} = 0{,}35185...$$

Aus der Zeichnung ergiebt sich ferner, daß $HK = h_2 = 8{,}5$ Fuß, $KL = h_3 = 1{,}0666...$ Fuß; mithin das Leistungsvermögen des Rades, wenn wir auch die Arbeit der Zapfenreibung zu 106 Fußpfund pro Sec. beibehalten, oder

$$L = (0{,}0993 + 8{,}5 + 0{,}35185 \cdot 1{,}0666) \cdot 312 - 106$$
$$= 2800 - 106 = 2694 \text{ Fußpfund} = 4{,}9 \text{ Pferdekräfte pro Sec. und der Wirkungsgrad}$$

$$\eta = \frac{L}{H \cdot M \cdot \gamma} = \frac{2694}{3744} = 0{,}71955... = 72\%.$$

## Vierte Auflösung.

Die fünfte Schaufelungsmethode des §. 114 empfiehlt als die zweckmäßigste: Zellen aus einem oder zwei Kreisbögen construirt. Sie werden am leichtesten aus starkem Eisenblech hergestellt. Fig. 58 (Taf. VII) führt uns ein Rad vor Augen, das mit den beiden letzten genau gleiche Höhe, gleiche Weite, dieselbe Wasser-

Digitized by Google

menge, Umfangs- und Wassergeschwindigkeit ꝛc. gemein hat. Wegen des größern Fassungsraumes jeder einzelnen Zelle ist aber die Höhe des ersten wasserhaltenden Bogens, d. i. $HK = h_2 = 8{,}8777...$ Fuß und die des zweiten $KL = h_3 = 0{,}825...$ Fuß und das Verhältniß $\frac{M_1}{M} = \varkappa = 0{,}28482$. Lassen wir endlich noch die Größe der Zapfenreibung ungeändert: so ist der Effect des Rades, oder

$$L = (0{,}0993 + 8{,}8777 + 0{,}28482 \cdot 0{,}8250) \cdot 6{,}52 - 106$$
$$= 2874 - 106 = 2768 \text{ Fußpfund}$$
$$= 5{,}... \text{ Pferdekräfte und der Wirkungsgrad}$$
$$\eta = \frac{2768}{3744} = 0{,}7393... = 74\frac{3}{8}.$$

Haben wir in diesem letzten Beispiele noch 28 Radschaufeln beibehalten: so geschah dies aus dem Grunde, um dadurch den Vergleich der Leistungen der verschiedenen Wasserräder zu erleichtern; obwohl die kaum zu berücksichtigende Dicke der eisernen, im Vergleich zu den 6 bis 8 mal stärkeren von Holz, eine größere Anzahl von ersteren zuläßt und folglich den Nutzeffect des Rades noch erhöhet.

Wir werden in einem besondern Vortrage hierauf nochmals zurückkommen. Durch Zusammenstellung der aus den vier verschiedenen Radconstructionen gewonnenen Resultate, stellt sich heraus, daß, bei ein und demselben Gefälle und Wasserquantum

1) ein Wasserrad nach der ersten Constructionsmethode einen Nutzeffect liefert von 59 Procent,

2) dasselbe Rad, nach der zweiten Methode, einen Effect von $71\frac{3}{8}$

3) nach der vierten einen Effect von $72\frac{3}{8}$,

4) nach der fünften von $74\frac{3}{8}$ der ganzen vorhandenen Rohkraft. Wir haben damit die mehr oder weniger große Zweckmäßigkeit der verschiedenen Schaufelconstructionen auf rein wissenschaftlichem Wege bewiesen und wenden uns jetzt zu der Beantwortung einer eben-

Digitized by Google

falls nicht unwichtigen Frage: welche Schaufel zuerst den kommenden Wasserstrahl aufnehmen soll?

## §. 120.

Ueber die Frage, welche Schaufel zuerst den ankommenden Wasserstrahl aufnehmen soll, ist und wird fast eben so viel gestritten, wie über so manche andere, deren Beantwortung immer am sichersten durch die Rechnung dargeboten wird. Wir wollen die in der Fig. 56 (Taf. VII) des vorigen §. angenommene Radconstruction beibehalten und deren Abdruck in Fig. 59 (Taf. VII) wiedergeben, mit der Abänderung, daß wir den Wasserstrahl erst in die dritte Schaufel von oben einfallen lassen, während dort die zweite ihn aufnahm. Eine Rechnung für eine Füllung der ersten oder obersten Schaufel durchzuführen, muß uns deßhalb überflüssig erscheinen, weil es zu sehr auf der Hand liegt, daß dadurch eher ein diametraler Zapfendruck, als ein wirklicher Gewinn für das Leistungsvermögen des Rades hervorgerufen werde.

Wir haben in der der Fig. 54 (Taf. VI) nachfolgenden Rechnung gesehen, daß die in einem 30 Fuß langen Zuleitungsgerinne erlangte Endgeschwindigkeit des Wassers im Puncte A, da, wo der Strahl sich niederbiegt, oder $c_1 = 3{,}4$ Fuß angenommen wurde. Lassen wir nun den Wasserstrahl DAB, Fig. 59 (Taf. VII) erst in die dritte Schaufel von oben eintreten; also ihn, bevor er deren Wasserspiegel in B erreicht, eine senkrechte Höhe von $A_1H = AQ = h = 2{,}0555...$ Fuß durchfallen: so beträgt seine Endgeschwindigkeit in B, d. i.

$$c = 0{,}9\sqrt{c_1^2 + 4gh} = 0{,}9\sqrt{3{,}4^2 + 4 \cdot 16{,}813 \cdot 2{,}0555}$$
$$= 13{,}867... \text{ Fuß pro Sec.}$$

Geben wir dem Rade die halbe Umfangsgeschwindigkeit: so ist $v = \frac{1}{2} c = 6{,}933...$ Fuß pro Sec.
behalten ferner bei: den Theilkreishalbmesser $R_1 = 5$ Fuß, die Kranzhöhe $d = \frac{2}{3} = 0{,}6666...$ Fuß, die lichte Radweite $w = 5{,}1$ Fuß, die Schaufelzahl $n = 28$,



Digitized by Google

die Wassermenge M = 6 Cubikfuß: so ist, nach §. 79,

der Füllngscoëfficient $\varepsilon = \frac{d \cdot w \cdot v}{M} = \frac{0{,}6666 \cdot 5{,}1 \cdot 6{,}933}{6}$

= 3,929..., also beinahe 4; d. h., eine Schaufel im obersten, das ganze Wasser haltenden Bogen ist fast zum vierten Theile ihres ganzen Fassungsraumes mit Wasser angefüllt. Aus den bekannten $R_1$ und v folgen, nach §. 51, die Umgänge des Rades in 1 Minute

oder $u = 9{,}5493 \cdot \frac{v}{R_1} = 9{,}5493 \cdot \frac{6{,}933}{5} = 13{,}242...$

und ist deßhalb, nach §. 119, der größte Querschnittt einer mit Wasser gefüllten Zelle oder

$$F = \frac{60 \cdot M}{n \cdot u \cdot w} = \frac{60 \cdot 6}{28 \cdot 13{,}242 \cdot 5{,}1}$$

= 0,19... □Fuß = 27,4... □Zoll = $F_0$.

Durch fortgesetztes Eintragen dieses Profils, mit der dritten Schaufel von oben angefangen, ergiebt sich, daß die 11te Zelle von oben in ihrer ganzen Füllung, d. h., wenn der horizontale Wasserspiegel no bis an die äußerste Kante o der Schaufel reicht, 45 □Zoll und die darauf folgende zwölfte nur 24 □Zoll im Querschnitte mißt; daß also die fragliche Ausgußstelle a zwischen beiden und zwar der letzteren näher liegen muß. Durch Probiren ergiebt sich nun, daß die neue, zuerst mit Entleeren beginnende Schaufel abc unter ihrem horizontalen Wasserspiegel ad genau 27,4 □Zoll enthält und somit als erste Schaufel im Ausgußbogen am angesehen werden muß. Trägt man mit der anfänglichen Schaufeltheilung auf den Theilkreis die folgende Schaufel in fgh: so ist der Querschnitt ihres Wasserkörpers fgl = 5,5 □Zoll zugleich die letzte im Ausgußbogen. Außerdem ist HK = $h_2$ = 8 Fuß und KL = $h_3$ = 0,79 Fuß und, weil F = $F_0$ = 27,4, □Zoll $F_1$ = 5,5 □Zoll mißt, das Verhältniß

$$\frac{M_1}{M} = \varkappa = \frac{27{,}4 + 4 \cdot 5{,}5 + 2 \cdot 0}{3 \cdot 2 \cdot 27{,}4} = 0{,}3.$$

Durch die größere Fallhöhe $A_1 H$ des Strahles AB wird sowohl die Richtung der Umfangsgeschwindigkeit des Rades Bv, als auch die des Strahles oder dessen über B hinaus vorwärts verlängerten Tangente Bc verändert und der Abweichungswinkel beider, d. i. $vBc = \delta = 24^\circ\ 17'$.

Das Leistungsvermögen des Rades wird demnach sein

$$L = \left[\frac{(c \cdot \cos.\ \delta - v)\ v}{2\,g} + h_2 + \varkappa\, h_3\right] \cdot M \cdot \gamma$$

$$= \left[\frac{13{,}867 \cdot \cos.24^\circ 17' - 6{,}933)\ 6{,}933}{2 \cdot 16{,}813} + 8 + 0{,}3 \cdot 0{,}79\right] \cdot 6 \cdot 52$$

$= (0{,}30268 + 8 + 0{,}237)\ 312 = 2664$ Fußpfund.

Zur Berechnung der Zapfenreibung benutzen wir die bekannte Formel

$$R = 0{,}01047 \cdot G \cdot u \cdot r.$$

Das Totalgewicht G des Rades in der zweiten Auflösung Fig. 56 (Taf. VII) war zu 8000 Pfund angenommen; da hier eine Zelle weniger mit Wasser gefüllt ist und dessen cubischer Gehat ziemlich genau 1 Cubikfuß beträgt: so haben wir hier für G zu setzen 7950 und wird demnach

$R = 0{,}01047 \cdot 7950 \cdot 13{,}242 \cdot 0{,}125 = 138{,}...$ Fußpfund

also endlich

$L = 2664 - 138 = 2526$ Fußpfund $= 4{,}6$ Pferdekräfte pro Sec.

Die Vergleichung dieses Resultates mit dem in mehr erwähntem Beispiele liefert also den Bewets, daß die zweite Schaufel von oben die geeignetste ist für die erste Aufnahme des ankommenden Wasserstrahles, d. h. bei einer Schaufeltheilung wie sie bisher beibehalten wurde; oder, daß der Winkel BCQ, Fig. 59 (Taf. VII), um welchen der Eintrittspunct B des Wasserstrahles



Digitized by Google

vom senkrechten Durchmesser des Rades entfernt liegt, nicht viel unter oder über 18 Grad betragen müsse.

## §. 121.

Bezeichnet man mit n die Anzahl der Schaufeln eines oberschlächtigen Wasserrades, mit R dessen größten Halbmesser, mit d die Kranzhöhe, mit s die Stärke der Schaufelbretter (letzte drei Größen in Fußen ausgedrückt): so giebt Weißbach folgende Formel zur Bestimmung der Schaufelzahl an:

$$n = \frac{7{,}2 \cdot R}{d} \cdot \left[1 - \frac{2 \cdot s}{d}\right].$$

Hiernach würde für vorstehende Beispiele, mit hölzernen Schaufeln, sein

$$n = \frac{7{,}2 \cdot 5{,}3333...}{0{,}6666...} \cdot \left[1 - \frac{2 \cdot 0{,}1666...}{0{,}6666...}\right] = 29{,}6$$

wofür entweder 28 oder 32 zu setzen ist; und für eiserne, von der Stärke eines Viertelzolles $= \frac{1}{48}$ Fuß

$$n = \frac{7\frac{1}{2} \cdot 5\frac{1}{3}}{\frac{2}{3}} \cdot \left[1 - \frac{2 \cdot \frac{1}{48}}{\frac{2}{3}}\right] = 54.$$

Legt man, nach Verschiedenheit der größeren oder geringeren Stärke der hölzernen Schaufelbretter, die Theilpuncte e c oder d, Fig. 60 (Taf. VII) 9 bis 12 Zoll auseinander, giebt der zweiten Stoßschaufel von unten eine horizontale Lage, der Riegelschaufel a c oder $d e_1$ eine vom Halbmesser g c oder g d so weit zurückgelegte, daß, wenn die erste Schaufel b c a im Ausgußbogen mit Entleeren beginnt, die vorhergehende Riegelschaufel $d e_1$ nicht allein horizontal liegt; sondern auch den Wasserspiegel $b e_1$ der folgenden gerade berührt: so möchte aus der Verbindung des so sich herausstellenden Resultates mit der rein theoretischen Formel nicht mehr schwer sein, die richtige Anzahl der jedem Rade zukommenden Schaufeln zu bestimmen. Bei einem Rade mit kreisrunden

Digitized by Google

Blechschaufeln ist diejenige Stoßschaufel als horizontal liegend anzusehen, deren an den äußersten Umfang des letzten Kreiselementes gelegte Tangente sich in der vorbeschriebenen Stellung befindet.

Daß die Anzahl der Schaufeln durch die Zahl der das Rad tragenden Arme ohne Rest theilbar sein muß, ist allerdings im Allgemeinen kein unumstößliches Gesetz, jedoch gut, es so lange als thunlich zu befolgen.

## §. 122.

Das am Schlusse des §. 113 über die Nutzleistung rückenschlächtiger Wasserräder Gesagte veranlaßt uns, deren Berechnung jetzt heranzuziehen, da wir durch die vorhergehenden §§. in den Stand gesetzt sind, einen Vergleich über die geringere oder größere Zweckmäßigkeit der verschiedenen Räder anzustellen. Behalten wir wieder bei: ein Totalgefälle von 12 Fuß und ein Wasserquantum von 6 Cubikfuß pro Sec., das bisher zum Umtriebe eines oberschlächtigen Wasserrades von $10\frac{2}{3}$ Fuß größter Höhe, $5\frac{1}{10}$ Fuß lichter Weite und 8 Zoll $= \frac{2}{3}$ Fuß Kranzbreite benutzt wurde, um jetzt ein 15 Fuß hohes rückenschlächtiges Rad in Umdrehung zu sezzen. Wie groß wird dessen Nutzeffect sein; namentlich im Vergleich zu dem Rade des zweiten Beispiels in §. 119?

### Auflösung.

Ist der größte Halbmesser $R = 7\frac{1}{2}$ Fuß: so wird der Theilkreis $R_1 = 7\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 7\frac{1}{6} = 7{,}1666...$ Fuß und daher die Länge seines Umfanges $= 2 \cdot R_1 \cdot \pi = 2 \cdot 7{,}1666 \cdot 3{,}141... = 45$ Fuß sein. Machen wir nun, der Uebereinstimmung wegen, die Entfernung der Schaufeln (im Theilkreise) in beiden Rädern gleich groß, nämlich $=$ c c 13 Zoll: so erhalten wir jetzt 44 Zellen. Bleibt auch die Umfangsgeschwindigkeit v

des Theilkreises = 5 Fuß pro Sec.: so macht das Rad in 1 Minute

$$u = 9{,}5493 \cdot \frac{v}{R_1} = 9{,}5493 \cdot \frac{5}{7\frac{1}{6}} = 6\frac{2}{3} \text{ Umgänge.}$$

Nehmen wie ebenfalls an, daß die Zellen sich zum dritten Theile mit Wasser füllen: so ist, nach §. 79 II. die lichte Weite des Rades oder

$$w = 28{,}653 \cdot \frac{M}{d \cdot u \cdot R_1} = 28{,}653 \cdot \frac{6}{\frac{2}{3} \cdot 6\frac{2}{3} \cdot 7\frac{1}{6}}$$

= 5,3974... Fuß und deßhalb, nach §. 119, der Querschnitt des Wasserkörpers in einer das ganze Wasser noch haltenden Zelle, d. i.

$$F = \frac{60 \cdot M}{n \cdot u \cdot w} = \frac{60 \cdot 6}{44.6{,}6666.5{,}3974} = 0{,}22738.. \square\text{Fuß}$$

$$= cc = 33 \square\text{Zoll} = F_0.$$

Die Riegelschaufel war in Fig. 56 (Taf. VII) so gestellt, daß sie in einer senkrechten Höhe von cc . 5½ Zoll über dem Radtiefsten horizontal — also leer — war; die 2 Zoll starken Riegel- oder Stoßschaufeln waren unter einem Winkel von 140 Grad zusammengestellt; beides mag auch bei den gegenwärtigen geschehen. Construirt man, nach §. 111, eine bewegliches Coulissenschütz DAB, Fig. 61 (Taf. VIII), läßt den Oberwasserspiegel $AA_1$, wie bei jenem oberschlächtigen, 11¼ Fuß über dem Radtiefsten in stets gleicher Höhe stehen, durch die 5 Fuß weite Oeffnung A jede Sec. 6 Cubikfuß Wasser ausströmen: so erreicht der Wasserspiegel der ersten getroffenen Zelle die horizontale Höhe HE. Fährt man mit der Einzeichnung des Querschnittes $F = F_0 = 33 \square$Zoll so lange fort, bis man an die, versuchsweise aufgefundene, Schaufelstellung acb gelangt, die allerdings noch ein Profil von 33 □Zoll enthält, aber im Begriff ist, mit Entleeren zu beginnen: so ist $HK = h_2 = 8{,}6$ Fuß. Die in der anfänglichen Theilung eingezeichnete neue Schaufelstellung efg hat 11 $\square$Zoll $= F_1$, die folgende

13te von oben, liegt bereits in der Horizontallinie $F_2L$ und ist deßhalb leer und $KL = h_3 = 0{,}9333...$ Fuß.

Das Verhältniß $\frac{M_1}{M}$ ist $= \varkappa = \frac{2 \cdot 33 + 4 \cdot 11 + 2 \cdot 0}{3 \cdot 2 \cdot 33}$

$= 0{,}38889...$ und der Abweichungswinkel $MFN = \delta = 11^0\ 13'$ und deßhalb, ohne Zapfenreibung das Leistungsvermögen des Rades, oder

$$L = \left[\frac{(c \cdot \cos.\ \delta - v)\, v}{2g} + h_2 + k h_3\right] \cdot M \cdot \gamma$$

$$= \left[\frac{(10 \cdot \cos.11^0 13' - 5)}{2 \cdot 16{,}813} 5 + 8{,}6 + 0{,}3889 \cdot 0{,}9333\right] \cdot 6 \cdot 52$$

$= (0{,}71507 + 8{,}6 + 0{,}36297)\ 312 = 3019$ Fußpfund.

Berechnet sich das Gewicht des Wasserrades mit den wasserhaltenden Zellen und dem über 11 Fuß hohen Kammrade, im Innern der Mühle, oder G zu 11500 Pfund: so ist die Arbeit der Zapfenreibung, oder

$$R = 0{,}01047 \cdot G \cdot u \cdot r.$$

Die Stärke $d = 2 \cdot r$ des Wellzapfens läßt sich finden aus dem ihn belastenden Gewichte. Ist dies $= P$: so ist

1) nach Weißbach, $d = 0{,}048 \cdot \sqrt{P}$ und 2, nach Buchanan, $d = 0{,}241 \sqrt[3]{P}$.

Ist das Gewicht P von beiden Wellzapfen gleichweit entfernt: so ist für P zu setzen $\frac{G}{2}$. Hiernach würde also für vorliegenden Fall sein

nach 1) $d = 0{,}048 \cdot \sqrt{\frac{11500}{2}} = 3{,}6398...$ Zoll und

nach 2) $d = 0{,}241 \cdot \sqrt[3]{\frac{11500}{2}} = 4{,}3176...$ Zoll.

Nehmen wir von beiden das Mittel: $d = 4$ Zoll, also $r = 2$ Zoll $= \frac{1}{6} = 0{,}1666...$ Fuß: so wird

Digitized by Google

$$R = 0{,}01047 \cdot 11500 \cdot 6{,}6666... \cdot 0{,}1666... = 134 \text{ Fußpfund}$$

und deßhalb die endliche Leistung, oder

$$L = 3019 - 134 = 2885 \text{ Fußpfund} = 5{,}24 \text{ Pferdekräfte pro Secunde,}$$

und der Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{L}{H \cdot M \cdot \gamma} = \frac{2885}{12 \cdot 6 \cdot 52} = 0{,}77... = 77\%.$$

Durch Vergleichung dieses letzten Nutzeffectes mit dem des oberschlächtigen Rades Fig. 56 (Taf. VII) in der zweiten Auflösung des §. 119, von etwas über 71% und 4,849... Pferdekräften, ergiebt sich jetzt ein Mehrbetrag von 6% und 0,4 Pferdekräften, ein allerdings nicht zu vernachlässigender, aber auch nicht so großer Gewinn, als der, mit dem in §. 113 angedeuteten Vorurtheil befangener, Müller erwartet haben wird. Bei beiden Rädern ist die senkrechte Entfernung des Oberwasserspiegels im Zuflußgerinne, die Höhe des horizontalen Wasserspiegels der ersten getroffenen Zelle und die horizontale Lage der letzten Stoßschaufel über dem Radtiefsten genau sich gleich, welche Anordnung zu einem genauen Vergleich der Kraftmomente beider Räder unerläßlich nöthig war.

Der Richtung der Stoßschaufeln des letzten rückenschlächtigen Rades ließe sich sogar noch der gerechte Vorwurf machen, daß ihr Zwischenraum nicht Platz genug darbiete für den einstürzenden Wasserstrahl; ein Umstand, der, wenn man ihn berücksichtigen — also die Schaufeln mehr öffnen — wollte, ein frühzeitigeres Austreten des Wassers aus den Zellen und damit einen verminderten Effect des Rades sogleich zur Folge haben würde. Berücksichtigt man ferner den kostspieligeren Bau des größeren rückenschlächtigen Rades vor dem kleineren oberschlächtigen: so dürfte die Anlage des ersteren, da, wo noch mindestens ein 10 Fuß hohes oberschlächtiges anzulegen ist, zum Umtriebe einer Mahlmühle keinen sehr erheblichen Vortheil vor letzterem mehr gewähren. An-

Digitized by Google

ders werden allerdings die Verhältnisse sich gestalten können, wenn das Wasserrad eine Maschine in Bewegung setzen soll, welche eine langsamere oder sich mehr gleich bleibende Umfangsgeschwindigkeit erheischt.

Unsere am Ende des §. 113 aufgestellte Behauptung dürfen wir uns getrauen als bewiesen hiermit anzunehmen.

## §. 123.

Bei den bisher über die Nutzleistung oberschlächtiger Wasserräder angestellten Berechnungen sind wir stets von der Voraussetzung ausgegangen, daß die Wasserspiegel in den verschiedenen Zellen, sowohl des ersten als zweiten Ausgußbogens, horizontal seien, ein Zustand, der auch wirklich Statt findet, so lange das Rad nicht zu schnell umgeht. Werden indeß der Umgänge eines Rades pro Minute mehr: so theilt sich durch die vergrößerte Geschwindigkeit dem in den Zellen befindlichen Wasser das Bestreben mit, früher dieselben zu verlassen, als es bei horizontaler Spiegelfläche dazu gelangen könnte. Diese Centrifugalkraft läßt den bisher wagerechten Wasserspiegel jetzt geneigt erscheinen und zwar um so mehr, je mehr Umgänge das Rad vollbringt. Man hat nun gefunden, daß die Oberflächen aller auf diese Weise geneigten Wasserkörper lauter concentrische Mäntel bilden, deren gemeinschaftliche Axe in der Verlängerung des senkrechten Durchmessers DR, Fig. 62 (Taf. VIII) parallel mit der Radaxe laufen und um die Höhe

$$CO = k = 2g\left(\frac{30}{\pi \cdot u}\right)^2 = 2 \cdot 16{,}813\left(\frac{30}{3{,}141}\right)^2 \cdot \frac{1}{u^2} = \frac{3066}{u^2}$$

wo u, wie immer, die Umgänge des Rades in 1 Minute bedeuten, von der Mitte C des Rades entfernt ist.

Wenden wir diese Aeußerung der Centrifugalkraft auf das Wasserrad im zweiten Beispiel des §. 119 an: so wird

$$CO = \frac{3066}{(10{,}111\ldots)^2} = 29{,}993\ldots \text{ Fuß}$$

oder, wenn wir von CO den Halbmesser CD abziehen, k — R = 29,993 — 5,333 = 24,66... Fuß = DO, d. h., der Punct O, den wir in der Zeichnung wegen mangelnden Raumes haben herunterholen müssen, liegt, bei 10,111... Umgängen des Rades pro Minute, 24⅔ Fuß in der Verlängerung des senkrechten Durchmessers DR über dem Radscheitel D.

Beschreibt man nun aus dem Puncte O in allen mit den Wasserquerschnitten $FF_0F_1F_2$..... angefüllten Zellen, statt der bisherigen Horizontallinien, Kreisbögen und zwar so, daß das erste unter der Kreislinie entstehende Querprofil $F = F_0$ denselben Inhalt behält, welchen dasselbe zuvor unter der geraden Horizontalen hatte, nämlich = 36 □Zoll: so wird sich der durch die Einzeichnung festgestellte Punct des Ausgußbogens natürlich um so mehr hinaufziehen, je näher der Punct O dem Radscheitel D liegt, oder je schneller das Rad umläuft, damit aber zugleich die anfängliche Höhe des ersten wasserhaltenden Bogens, so wie den ganzen Nutzeffect des Rades herabziehen. In unserer Zeichnung, die in allen Radverhältnissen genau der Fig. 56 (Taf. VII) gleich ist, beginnt die 11te Schaufel, bei dem mit dem Halbmesser fO beschriebenen kreisrunden Wasserspiegel fe und einem Querschnitte von 36 □Zollen = $F_0$ ihr Wasser fahren zu lassen. Beschreibt man in der zwölften Schaufel mit dem Halbmesser gO = Oh den Bogen gh: so ist der Querschnitt dieses Wasserkörpers = 15 □Z. = $F_1$; in der 13ten endlich mit dem Halbmesser mO den Bogen mk: so sieht man sogleich, weil m in und l unter dem Bogen liegen, ml aber horizontal ist, daß die Schaufel bereits in der Höhe k geleert sein mußte, als der Punct l sich noch in k befand. Mißt man nun die senkrechte Entfernung der Puncte a, f und k: so ist HK = $h_2$ = 8 Fuß, KL = $h_3$ = 1,18... Fuß und außerdem

$\frac{M_1}{M} = k = \frac{36 + 4 \cdot 15}{3 \cdot 2 \cdot 36} = 0{,}4444\ldots$, folglich der Effect des Rades oder

$$L = \left[\frac{(c \cdot \cos.\delta - v)v}{2g} + h_2 + kh_3\right] M \cdot \gamma$$

$$= \left[\frac{(10 \cdot \cos.53^0 40' - 5{,}2941)5{,}2941}{2 \cdot 16{,}813} + 8 + 0{,}4444 \cdot 1{,}18\right] \cdot 6 \cdot 52$$

$= (0{,}0993 + 8 + 0{,}5244)\ 312 = 2691$ Fußpfund oder nach Abzug des Reibungsmomentes R,

$= 2691 - 106 = 2585$ Fußpfund $= 4{,}7$ Pferdekräfte pro Sec. und der Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{L}{H \cdot M \cdot \gamma} = \frac{2585}{3744} = 0{,}68323,$$ also reichlich 68%, während dasselbe Rad, ohne Berücksichtigung der Centrifugalkraft des Wassers in den Zellen, dort einen Effect von 4,849 Maschinenpferden und 71% der Rohkraft hervorbrachte.

Mit einer mehr und mehr vergrößerten Anzahl von Umgängen desselben Rades wird natürlich der Unterschied der mechanischen Momente auch immer bemerkbarer werden und ist dies ein beachtenswerther Fingerzeig: für jede Anlage dem Wasserrade einen möglichst langsamen Gang zu geben und wenn solche durchaus nicht herzustellen, bei der Berechnung des Nutzeffectes die Centrifugalkraft des in den Zellen befindlichen Wassers nicht unberücksichtigt zu lassen.

## §. 124.

Um die zum Umtriebe eines oberschlächtigen Mahlganges pro Sec. nöthige Wassermenge zu ermitteln, kann man die Formel des §. 92 benutzen, wo für Kropfräder

$$M = \frac{v}{H + d}$$

Digitized by Google

war. Bedeutete dort $\nu$ einen nach Verschiedenheit der Anlage aus der Tabelle des §. 67 zu wählenden Coëfficienten, H die senkrechte Entfernung der Ober- und Unterwasserspiegel, d die Höhe des wasserhaltenden Bogens: so wird, weil $H = h + d$,

$$M = \frac{\nu}{h + d + d} = \frac{\nu}{h + 2d}.$$

Um nun diese Formel für oberschlächtige Räder brauchbar zu machen, setzen wir für h die senkrechte Entfernung des Oberwasserspiegels im Zuleitungsgerinne über dem in der ersten mit Wasser gefüllten Zelle $= h_1 =$ dem Stoßgefälle und für d die beiden wasserhaltenden Bögen $h_2$ und $h_3$; so daß nun wird

$$\text{I.} \quad M = \frac{\nu}{h_1 + (h_2 + h_3)\,2}.$$

In Anwendung auf das zweite Beispiel des §. 119, wird dann, weil dort $h_1 = 1\frac{2}{3}$, $h_2 = 8{,}4$, $h_3 = 1$ Fuß war und wenn wir aus der Tabelle des §. 67 für $\nu = 120$ setzen, die jenem Rade nöthige Wassermenge, d. i.

$$M = \frac{120}{1\frac{2}{3} + 2\,(8{,}4 + 1)} = 5{,}86\ldots \text{ Cubikfuß pro Sec.},$$

wofür wir 6 Cubikfuß annehmen können.

Will man ein ander mal, bei bekanntem Gefälle und Wasserquantum, die Zahl der möglichst anzulegenden Mahlgänge wissen: so ist, nach §. 68 I. die für N Kropfräder pro Sec. nöthige Wassermenge oder

$$\text{II.} \quad W = \frac{N \cdot \nu}{h + 2d} = \frac{N \cdot \nu}{h_1 + 2(h_2 + h_3)} \text{ und daraus}$$

$$\text{III.} \quad N = \frac{W\,(h_1 + 2\,(h_2 + h_3))}{\nu}.$$

## Zweites Beispiel.

Wieviel oberschlächtige Mahlgänge wird man nach Anleitung der Pos. 2 aus der Tabelle des §. 67, an

einem Bache anlegen können, der in jeder Sec. 12 Cubikfuß Waſſer und 12 Fuß nutzbares Gefälle liefert, von welchem letztern $1\frac{2}{3}$ Fuß zum Stoß-, $9\frac{2}{3}$ Fuß zum Druckgefälle verwandt werden?

### Auflöſung.

Es iſt $W = 12$ Cubikfuß, $h_1 = 1\frac{2}{3}$ Fuß, $d = h_2 + h_3 = 9\frac{2}{3}$ Fuß, $\nu = 120$: folglich nach III.

$$N = \frac{12\,(1\frac{2}{3} + 2 \cdot 9\frac{2}{3})}{120} = 2{,}\ldots \text{ Mahlgänge.}$$

Da $h_1$, $h_2$ und $h_3$ ſich erſt aus der Zeichnung, alſo mit etwas mehr Weitläuftigkeit, finden laſſen: ſo kann man N auch noch auf folgende andere Weiſe ableiten: weil $H = h + d$, alſo $H - h = d$: ſo iſt

$$W = \frac{N \cdot \nu}{H + (H - h)} = \frac{N \cdot \nu}{2H - h} \text{ und}$$

$$N = \frac{W\,(2H - h)}{\nu}.$$

Hiernach das letzte Beiſpiel berechnet, wird

$$N = \frac{12\,(2 \cdot 12 - 1\frac{2}{3})}{120} = 2{,}\ldots \text{ Mahlgänge.}$$

### §. 125.

Eignen wir uns den aus vielfachen Verſuchen hervorgegangenen Erfahrungsſatz an, daß man das Quadrat des Durchmeſſers eines Mühlſteines, in Fußen ausgedrückt, mit dem Bruche 0,245 zu multipliciren hat, um die zu ſeinem Umtriebe nöthige Kraft in Maſchinenpferden zu bekommen: ſo verlangt eine Mühle

mit 3füßigen Steinen eine Kraft von 2,20 Maſchinenpferden = 1210 Fußpfund,

mit $3\frac{1}{4}$füßigen Steinen eine Kraft von 2,60 Maſchinenpferden = 1422 Fußpfund,

Digitized by Google

mit 3½füßigen Steinen eine Kraft von 3,00 Maschinenpferden = 1650 Fußpfund,
mit 3¾füßigen Steinen eine Kraft von 3,50 Maschinenpferden = 1895 Fußpfund,
mit 4füßigen Steinen eine Kraft von 3,92 Maschinenpferden = 2156 Fußpfund,
mit 4¼füßigen Steinen eine Kraft von 4,50 Maschinenpferden = 2485 Fußpfund,
mit 4½füßigen Steinen eine Kraft von 5,00 Maschinenpferden = 2730 Fußpfund,
mit 4¾füßigen Steinen eine Kraft von 5,53 Maschinenpferden = 3040 Fußpfund,
mit 5füßigen Steinen eine Kraft von 6,13 Maschinenpferden = 3368 Fußpfund,
mit 5¼füßigen Steinen eine Kraft von 6,75 Maschinenpferden = 3714 Fußpfund,
mit 5½füßigen Steinen eine Kraft von 7,40 Maschinenpferden = 4076 Fußpfund,
mit 5¾füßigen Steinen eine Kraft von 8,10 Maschinenpferden = 4455 Fußpfund,
mit 6füßigen Steinen eine Kraft von 8,82 Maschinenpferden = 4851 Fußpfund.

Nimmt man nun aus den am Schlusse des §. 119 in Procenten zusammengestellten Leistungen der vier verschiedenartig gebaueten Wasserräder das arithmetische Mittel: so erhält man einen Durchschnittswerth für das Leistungsvermögen eines „gewöhnlich gut" gebaueten Wasserrades =

$$\frac{0{,}59 + 0{,}71 + 0{,}72 + 0{,}74}{4} = 0{,}69 \text{ oder } 69\tfrac{3}{10},$$

wofür wir aber dreist 70% setzen dürfen. Durch Verbindung beider Annahmen kann man nun ebenfalls aus vorstehender Tabelle sowohl die Länge der Steine, die bei einem gewissen Gefälle und Wasserquantum angenommen werden können und bei der festgesetzten Anzahl der Mahlgänge, als auch umgekehrt, die Anzahl der möglichen Mahlgänge bestimmen.

Digitized by Google

### Erstes Beispiel.

Wieviel Mahlgänge mit wie großen Steinen kann man, bei einem Totalgefälle von 12 Fuß und einem Wasserquantum von 12 Cubikfuß, anlegen?

### Auflösung.

Es ist $H = 12$ Fuß, $M = 12$ Cubikfuß; also die vorhandene Rohkraft $= H \cdot M \cdot \gamma = 12 \cdot 12 \cdot 52 = 7488$ Fußpfund und die effective $= 0{,}70 \cdot 7488 = 5242$ Fußpfund pro Sec. Soll diese Kraft zum Betriebe von 3 Mahlgängen verwandt werden: so benutzt jeder einzelne $\frac{5242}{3} = 1747$ Fußpfund $= 3{,}17...$ Maschinenpferde und kann, nach vorstehender Tabelle, jedem Steinepaare ein Durchmesser von $cc \cdot 3\frac{1}{8}$ Fuß gegeben werden. Bei Anlage von zwei Mahlgängen würde jedem eine Kraft von $\frac{5242}{2} = 2621$ Fußpfunden $= 4{,}76...$ Pferdekräften und eine Steinlänge von $4\frac{3}{8}$ Fuß zu Theil werden können.

Dies letzte Verfahren zur Ermittelung des möglicherweise zu erzielenden Nutzeffectes eines oberschlächtigen Wasserrades ist so einfach, — denn man bedarf bei derartigen örtlichen Abschätzungen nichts mehr, als der gewöhnlichsten Fertigkeit im Kopfrechnen — daß es sich vorzugsweise der Beachtung aller, auch selbst der unkundigsten, Müller zu erfreuen haben sollte.

Ist nämlich die jede Sec. zu Gebote stehende Wassermenge M, wie deren größte Fallhöhe H bekannt: so braucht man nur die daraus erwachsende Rohkraft $= H \cdot M \cdot \gamma$ mit dem Bruche zu multipliciren, welcher das Verhältniß der effectiven Kraft zur rohen gerade des Rades angiebt, das man abschätzen oder erst bauen will.

Digitized by Google

## §. 126.

Auf dieselbe Weise wie bei den unter- und mittelschlächtigen Rädern mehre Mahlgänge an ein Wasserrad gelegt wurden, kann diese Anforderung auch an ein oberschlächtiges gestellt werden, wenn schon letzteres weniger Spielraum darbietet, durch die Verschiedenartigkeit der Anlage diesen Zweck zu erreichen. Ist nämlich durch eine möglichst zweckmäßige Anlage ein beliebiges Gefälle und Wasserquantum zum Umtriebe *eines* Mahlganges vollständig verwandt; so kann nur dann das Doppelte oder Mehrfache an derselben Stelle geleistet werden, wenn entweder das Gefälle oder die Wassermenge zu verdoppeln oder zu vervielfachen ist. Das Gefälle zu erhöhen, möchte indeß in den meisten Fällen eben so schwierig sein, als den Wasserzufluß zu vermehren. Für ersten Fall erhöhe man, soviel als thunlich das Rad; im zweiten gebe man ihm eine doppelte oder mehrfache lichte Breite; je nachdem dasselbe von dem Betriebe eines Mahlganges zu dem zweier oder mehrer übergehen soll. Daß aber auch da, wo bereits mehre Mahlgänge von ebensoviel einzelnen Wasserrädern in Umdrehung gesetzt werden, zur besseren Ausnutzung der vorhandenen Rohkraft es bei weitem vortheilhafter ist, mehre Gänge von *einem* Rade treiben zu lassen, dürfte gewiß Niemand mehr ernstlich bestreiten wollen, denn

1) sind die Bau- und Unterhaltungskosten mehrer Räder von einfacher Weite ungemein größer, als die eines Rades von vervielfachter Breite;

2) ist ein Rad, das mehre Gänge treibt, noch immer leichter, als mehre Räder zu je einem Gange zusammengenommen und deßhalb der durch die Reibung der Wellzapfen, wie auch der Kämme unter sich, herbeigeführte Arbeitsverlust des ersten Rades viel geringer, als der mehrer.

Digitized by Google

## §. 127.

Eine genauere Betrachtung des Zuleitungsgerinnes in der Fig. 53 (Taf. VI) des §. 119, das wir der beſſeren Vergleichung halber überall dort beibehalten haben, wo, bei einer Neigung von 10 Zoll auf 30 Fuß Länge, in deſſen Endpuncte R eine Endgeſchwindigkeit des Waſſers von $c_1 = 3{,}4$ Fuß pro Sec. erzielt wurde, muß uns ſogleich die unzweckmäßige Vertheilung des Gefälles, wie auch vorausſichtlich die falſche Conſtruction des Gerinnes ſelbſt vor Augen führen. Die aus der Geſchwindigkeit $c_1 = 3{,}4$ und der Fallhöhe $h_1 = 1\frac{1}{2}$ Fuß im erſten Beiſpiele des §. 119 berechnete Endgeſchwindigkeit des Strahles $c = 10$ Fuß müſſen wir als zweckmäßig beibehalten und deßhalb das Gerinne ſo zu verändern ſuchen, daß das demſelben entzogene Gefälle der Radhöhe zu Gute kommen kann.

Iſt die jede Sec. durch den Querſchnitt $s_1$ des Gerinnes mit der Geſchwindigkeit $c_1$ durchfließende Waſſermenge $= M$: ſo iſt, nach §. 5,

$$M = s_1 \cdot c_1 \text{ und daraus}$$

$$s_1 = \frac{M}{c_1}.$$

Der Querſchnitt s, des durch das Gerinne gehenden Waſſerſtrahles beſteht aber aus dem Producte ſeiner Breite b und Höhe e; ſo daß alſo auch iſt

$$b \cdot e = \frac{M}{c_1}.$$

Nach §. 15 giebt man einem rechtwinklichen Gerinne, oder vielmehr dem in ihm fließenden Waſſer, die zweckmäßigſte Geſtalt, wenn deſſen Breite das Doppelte ſeiner Höhe beträgt; oder wenn $b = 2 \cdot e$ iſt. Setzen wir in vorletzte Gleichung für b den eben gefundenen Werth $2 \cdot e$: ſo wird

$$2 \cdot e \cdot e = \frac{M}{c_1} \text{ oder}$$



Digitized by Google

$$2\,e^2 = \frac{M}{c_1}, \text{ woraus folgt}$$

$$e = \sqrt{\frac{M}{2\,c_1}}.$$

Setzen wir nun für $M = 6$ Cubikfuß und für $c_1 = 3{,}4$ Fuß, wie in §. 119 angenommen: so wird die Höhe des Wasserstrahles im Gerinne, d. i.

$$e = \sqrt{\frac{6}{2 \cdot 3{,}4}} = 0{,}93924\ldots \text{ Fuß}$$

$$= 11 \text{ Zoll } 3\tfrac{1}{4} \text{ Linien}$$

und daraus seine Breite, oder die des Gerinnes

$$b = 2 \cdot e = 2 \cdot 0{,}93924 = 1{,}87848 \text{ Fuß}$$

$$= 1 \text{ Fuß } 10 \text{ Zoll } 6\tfrac{1}{2} \text{ Linien.}$$

Das zu der Endgeschwindigkeit $c_1$ nöthige Gefälle des Gerinnes, bei einer Länge von $l = 30$ Fuß, einer Strahlhöhe $e = 0{,}93924$ Fuß, ist nach §. 15 III =

$$\alpha = 0{,}0002264 \cdot \frac{{c_1}^2 \cdot l}{e} = 0{,}000226 \cdot 4\,\frac{3{,}4^2 \cdot 30}{0{,}93924}$$

$= 0{,}08358\ldots$ Fuß $= 1{,}\ldots$ Zoll.

Hatte aber mehrgenanntes Gerinne auf 30 Fuß Länge eine Neigung von 10 Zoll: so sind offenbar bei demselben $10 - 1 = 9$ Zoll $= 0{,}75$ Fuß Gefälle verschwendet, welche wir dem bisher $10\frac{2}{3}$ Fuß hohen Wasserrade wollen zukommen und dasselbe jetzt $11\frac{5}{12}$ Fuß hoch werden lassen.

Setzen wir für $M = 12$ Cubikfuß: so wird die Strahlhöhe

$$e = \sqrt{\frac{12}{2 \cdot 3{,}4}} = 1{,}3284\ldots \text{ Fuß} = 1 \text{ Fuß } 3 \text{ Zoll}$$

11,4... Linien und die Strahl- oder Gerinnebreite

$$b = 2 \cdot e = 2 \cdot 1{,}3284 = 2{,}6568\ldots \text{ Fuß}$$

$$= 2 \text{ Fuß } 7 \text{ Zoll } 10{,}8 \text{ Linien}$$

und das dem Gerinne zu gebende Gefälle sogar nur

$$\alpha = 0{,}0002264 \cdot \frac{3{,}4^2 \cdot 30}{1{,}3284} = 0{,}059\ldots \text{ Fuß} = 8{,}2\ldots$$

Linien.

Digitized by Google

Die beiden Räder, sie mögen mit 6 oder 12 Cubikfuß Wasser pro Sec. gespeis't werden, nöthige Schaufelzahl ist, wenn die Kranzhöhe d = 8 Zoll = $\frac{2}{3}$ = 0,6666... Fuß beträgt, nach §. 121,

$$n = \frac{7{,}2 \cdot R}{d}\left[1 - \frac{2\,s}{d}\right]$$

oder, wenn R = $\frac{1}{2}$ ($11\frac{5}{12}$) = $5\frac{17}{24}$ = 5,7083.... Fuß, s das eine mal = 2 Zoll = $\frac{1}{6}$ = 0,1666... Fuß und das andere mal = $\frac{1}{4}$ Zoll = $\frac{1}{48}$ = 0,02083... F. mißt für den ersten Fall: $n = \frac{7{,}2 \cdot 5{,}7083}{0{,}6666} \cdot \left[1 - \frac{2.0{,}1666}{0{,}6666}\right]$ = 30,825, wofür = 32 und für den zweiten Fall: $n = \frac{7{,}2 \cdot 5{,}7083}{0{,}6666}\left[1 - \frac{2 \cdot 0{,}02083}{0{,}6666}\right]$ = 57,797 wofür = 60 Stück.

Die Umgänge u des Rades pro Minute berechnen, sich nach der Formel des §. 51, wonach

$$u = 9{,}5493 \cdot \frac{v}{R_1}$$

oder, wenn wir die Geschwindigkeiten beider Radtheilkreise sich gleich, d. i. v = 5 Fuß und danach den betreffenden Halbmesser $R_1 = 5\frac{17}{24} - \frac{1}{3} = 5\frac{3}{8} = 5{,}375$ Fuß sein lassen,

$$u = 9{,}5493 \cdot \frac{5}{5{,}375} = 8{,}8831...\ \text{Umgänge.}$$

Lassen wir endlich in beiden Fällen die Radzellen sich zum dritten Theile mit Wasser anfüllen: so ist nach §. 79:

für den ersten Fall, wenn M = 6 Cubikfuß, die Radweite

$$w = 28{,}653 \cdot \frac{M}{d \cdot u \cdot R_1} = 28{,}653 \cdot \frac{6}{\frac{2}{3} \cdot 8{,}8831 \cdot 5{,}7083}$$

= 5,0856 Fuß = 5 Fuß 1,... Zoll, und für den zweiten Fall, wenn M = 12 Cubikfuß,



Digitized by Google

$$w = 28{,}653 \cdot \frac{12}{\frac{3}{4} \cdot 8{,}8831 \cdot 5{,}7083} = 10{,}1712 \text{ Fuß}$$

= 10 Fuß 2,... Zoll.

Für das erste Rad ist die Rohkraft = H . M . γ = 12 . 6 . 52 = 3744 Fußpfund und, nach den §. 125, die effective wenigstens = 0,70 . 3744 = 2621 Fußpfund, mit welcher Kraft man entweder, nach der Tabelle des §. 125, einen Mahlgang von cc . $4\frac{3}{8}$ Fuß langen Steinen, oder zwei Mahlgänge mit 3 Fuß langen Steinen zu treiben im Stande ist.

Für das zweite Rad ist die Rohkraft = H . M . γ = 12 . 12 . 52 = 7488 Fußpfund und, nach §. 119 4, die effective reichlich = 0,74 . 7488 = 5541 Fußpfund, mit welcher Kraft zwei Mahlgänge mit $4\frac{1}{2}$ füßigen, oder
" " " drei " " $3\frac{5}{8}$ " oder
" " " vier " " $3\frac{1}{8}$ " Steinen zu betreiben sind.

Legte man statt eines reinoberschlächtigen Wasserrades ein rückenschlächtiges an: so dürften vorstehende Resultate mit noch größerer Sicherheit zu erwarten sein.

## §. 128.

Bevor wir ganz die Behandlung der verticalen Wasserräder abschließen, scheint uns nicht unpassend, die Leistungsformeln jeder besonderen Gattung von Wasserrädern in gedrängter Kürze und leicht zu überblickender Zusammenstellung nochmals vorzuführen, um dadurch zugleich eine leichtere Vergleichung ihrer größeren oder geringeren Ertragsfähigkeit zu ermöglichen. Nennen wir wieder

c die Geschwindigkeit des Wasserstrahls, im Augenblicke seiner ersten Berührung mit der Schaufel im Radtheilkreise,

v die Geschwindigkeit dieses letztern, oder die der ausweichenden Radschaufel, beide in Fußen pro Secunde ausgedrückt,

Digitized by Google

h die Höhe des ganzen wasserhaltenden Bogens, vom Eintritt bis Radtiefstes,

M die jede Sec. zu Gebote stehende Wassermenge in Cubikfußen,

dann ist, ohne Rücksicht auf jede Zapfenreibung, das mechanische Moment

I. eines unterschlächtigen Staberrades im begrenzten horizontalen Gerinne, nach §. 45,

$$L = 0{,}9124\ (c - v) \cdot v \cdot M$$

II. eines desgl. Rades im geneigten Schnurgerinne nach §. 59

$$L = 0{,}9433\ (c - v) \cdot v \cdot M;$$

III. eines Ponceletrades im geneigten Schnurgerinne, nach §. 72, je nach Verschiedenheit des Gefälles von 7,8 bis 6.8 Fuß: $L = 1{,}8557\ (c - v) \cdot v \cdot M$, von 6,8 bis 5,1 Fuß: $L = 2{,}0100\ (c - v) \cdot v \cdot M$, von weniger als 5 Fuß: $L = 2{,}1650\ (c - v) \cdot v \cdot M$;

IV. eines mittelschlächtigen Rades im Kropfgerinne, nach §. 84,

für Spannschütze: $L = [1{,}1907\ (c - v)\ v + 40{,}04 \cdot h] \cdot M$,

für Ueberfallschütze: $L = [1{,}2371\ (c - v)\ v + 41{,}6 \cdot h] \cdot M$;

V. eines rücken- und oberschlächtigen Rades

$$L = [1{,}5464\ (c - v)\ v + 41{,}6 \cdot h] \cdot M.$$

## §. 129.

Um denjenigen meiner Leser, welche nachgerade der vielen mathematischen Formeln überdrüssig geworden sein könnten, gleichsam endlich eine Erholung zu gönnen, wie auch zugleich sie zu überzeugen, daß jene auf practischer Wahrheit beruhen, wollen wir noch mit der Beschreibung einer einfachen Maschine, welche der schlichteste Müller anzufertigen und zu behandeln im Stande ist, hervortreten, vermöge der man im Stande ist, auch ohne jene viele Formeln und ohne irgend vieles zu messen, mit dem Leistungsvermögen seines Wasserrades in aller Kürze bekannt zu werden.

Digitized by Google

Man nennt eine solche Maschine einen „Bremsdynamometer“ oder auch „Kraftmesser“. Ist die in Fig. 63 (Taf. VIII) angeführte allerdings nicht die einzige ihrer Art: so haben wir aber gerade deßhalb diese gewählt, weil sie am einfachsten zu handhaben und am leichtesten anzufertigen ist.

Ist C der Querschnitt der Welle, an welcher das Wasserrad befestigt ist, dessen Leistungsvermögen man wissen will: so nehme man sich einen Balken von 10 bis 15 Fuß Länge und verhältnißmäßiger Stärke, befestige an ihm, nach dem Vorbilde der Zeichnung, zwei feste Stücke Holz E und F, die nach der Wellenrundung genau ausgeholt sein müssen, befestige diese durch zwei eiserne Schrauben SS, durch deren Muttern man die beiden Hölzer E und F beliebig anziehen und lösen kann, bringe ferner am äußersten Ende des Balkens, in A, eine Wagschale W, zur Aufnahme der nöthigen Gewichte G, an und die Maschine ist zum Gebrauch fertig.

Bringt man nun diese ganze Vorrichtung an die Welle C, die an der betreffenden Stelle ebenfalls möglichst genau abgerundet sein muß, zieht die Schrauben SS so stark wie möglich an, so wird natürlich die in der Richtung des eingezeichneten Pfeiles umgehende Welle um so mehr die Wagschale in A in die Höhe zu ziehen suchen, je stärker die Hölzer E und F durch die Schrauben S,S gegen die Welle C angepreßt werden. Um das Aufgehen der Wagschale W zu verhindern, setzt man auf dieselbe so lange Gewichte G, bis der Wagbalken AB in horizontaler Schwebe bleibt und das Rad dabei eine gleichförmige Umdrehungsgeschwindigkeit angenommen hat.

Nennen wir nun das in Pfunden ausgedrückte Gewicht auf der Wagschale W = G, die Ueberwucht des Hebels MA gegen MB = $G_1$, die Entfernung des Wellenmittels C vom Aufhängepuncte A = a, die Umgänge des Wasserrades, sobald dasselbe, bei wagerechtem Balken AB, in gleichmäßigen Beharrungszustand gekommen ist = u: so ist das Leistungsvermögen des Wasserrades

pro Sec., mit Einschluß der Reibung an den beiden Wellzapfen, d. i.

$$L = 0{,}1047 \cdot u \cdot a\,(G + G_1) \text{ Fußpfunde; oder}$$
$$= 0{,}0001904 \cdot u \cdot a(G + G_1) \text{ Pferdekräfte}$$
$$= \text{beinahe } \frac{1}{5000} \cdot u \cdot a \cdot (G + G_1) \text{ Pferdekräfte.}$$

Das Uebergewicht $G_1$ des Hebels MA gegen MB Fig. 64 (Taf. VIII) findet man aber leicht auf folgende Weise: Ehe man den ganzen Apparat auf die Welle bringt, befestige man zwischen den beiden Hölzern E und F, winkelrecht gegen AB, ein Brettstück L, bringe in dessen Mitte C einen möglichst schwachen auf beiden Seiten durchstehenden Stift s an, der auf entsprechenden Unterlagen so ruhet, daß die ganze Maschine leicht um denselben sich drehen kann. Am äußersten Ende des Balkens BA befestige man ferner eine biegsame Schnur, lege diese um eine leicht drehbare Rolle R und hänge am untern Ende dieses Fadens so lange Gewichte $G_1$ an, bis der Wagebalken BA horizontal bleibt.

Der Verfasser wandte eben beschriebene Maschine, Fig. 63 (Taf. VIII) bei dem in der ersten Aufgabe des §. 119 Fig. 53 (Taf. VI) dargestellten und berechneten Wasserrade an und fand, bei ausgerücktem Steingetriebe, bei 10 Umdrehungen $= u$ des Rades in der Minute, einer Hebellänge $MA = a = 12$ Fuß, einem Uebergewicht der Maschine $G_1 = 63$ Pfund, daß das auf die Wagschale zu setzende Gewicht $G = 105$ Pfund betragen mußte, wenn das Rad längere Zeit hindurch stets 10mal in einer Minute umgehen sollte. Hiernach wäre also das Leistungsvermögen des Rades oder

$$L = 0{,}1047 \cdot u \cdot a \cdot (G + G_1) = 0{,}1047 \cdot 12 \cdot 10(105 + 63)$$
$$= 2113{,}\ldots \text{ Fußpfund} = 3{,}84\ldots \text{ Pferdekräfte pro Sec.,}$$

also fast ganz genau dasselbe Resultat, was in §. 119 durch weitläuftige Rechnung erzielt wurde.

Digitized by Google

## B. Die horizontalen Wasserräder.

### §. 130.

Die horizontalen Wasserräder, auch Kreiselräder oder Turbinen genannt, unterscheiden sich wesentlich dadurch von den verticalen, daß die Axe, um welche die Bewegung vor sich geht, lothrecht steht — ihre Umdrehungsrichtung also in eine Horizontalebene fällt —, daß sie gewöhnlich viel kleiner sind und deßhalb schon bedeutend mehr Umgänge in einer Minute machen, als die verticalen Räder. Sowohl wegen der bedeutenden Last, die ein solch kleineres Rad zu ertragen hat, als auch wegen der großen Genauigkeit, mit welcher jeder einzelne Theil ausgeführt werden muß, wenn sonst die Maschine ihren Zweck möglichst erfüllen soll, pflegen dieselben stets nur von Eisen hergestellt zu werden.

### §. 131.

Je nachdem eine Turbine durch den Stoß, Druck oder die Reaction des in sie eintretenden Wasserstrahles in Bewegung gesetzt wird, nennt man sie selbst Stoß-, Druck- oder Reactionsturbinen.

Die Stoßräder sind mit ebenen oder ausgehöhlten Schaufeln versehen, die vom Wasser mehr oder weniger rechtwinklig getroffen werden. Sie sind die einfachsten, aber auch unvollkommensten und führt uns Fig. 65 (Taf. VIII) ein Rad mit ebenen Schaufeln vor die Augen. Man giebt ihnen ungefähr 5 Fuß Durchmesser, 16 bis 20 länglich viereckige Schaufeln A B $A_1B_1$... von je 15 Zoll Höhe und 8 bis 10 Zoll Länge (radial gemessen). Die Richtungslinie, in welcher sie auf den Radkörper aufgesetzt werden, schließt mit dem Horizont einen Winkel von ungefähr 50 bis 70 Grad ein und wird deßhalb das verschlossene Wasserzuführungsge-

Digitized by Google

rinne, EF, um die Schaufeln rechtwinklig zu treffen, unter einem Winkel von 40 bis 20 Grad geneigt werden müssen. Damit sie rasch umgehen, bedürfen sie eines Gefälles von 10 bis 20 Fuß und sind in ihrer Leistung kaum den verticalen Wasserrädern im geneigten Schnurgerinne gleich zu setzen.

Etwas zweckmäßiger werden diese Stoßräder schon construirt, wenn man die Schaufeln aus gebogenen oder ausgehöhlten Flächen, nach Löffel- oder Muschelform herstellt.

## §. 132.

Eine Turbine, bei welcher das Wasser vorzugsweise durch den Druck wirkt, indem es an gekrümmten Schaufeln niederfließt, führt uns Fig. 66 (Taf. VIII) vor die Augen. D ist das unter 45° geneigte Wasserzuführungsgerinne, C ein Theil der senkrecht stehenden Welle, AB eine Schaufel. Der größte Halbmesser des Rades beträgt $1\frac{1}{2}$ Fuß, die Schaufeln, diametral gemessen, sind 14 bis 15 Zoll lang, 18 Zoll hoch und $5\frac{3}{4}$ Zoll am äußersten Radumfange von einander entfernt. Zweckmäßig ist bei der Construction eines solchen Rades, wenn man seinen Durchmesser wie seine senkrechte Höhe möglichst groß und dagegen die radiale Länge einer Schaufel, d. i. die lichte Entfernung des äußeren und inneren Radkranzes, möglichst klein macht. Das wirkliche Leistungsvermögen dieses Rades soll beinahe 75% der vorhandenen Rohkraft betragen. Von ihrem Erfinder heißt sie die „Borda'sche" Turbine.

## §. 133.

Eins der einfachsten horizontalen Druckräder, bei welchen schon die Centrifugalkraft des Wassers von Einfluß wird, ist die Turbine von Poncelet. Sie besteht aus einer lothrechten Welle C, Fig. 67 (Taf. VIII) und zwei Radkränzen, zwischen denen die krummen Schaufeln

Digitized by Google

AB, $A_1 B_1$... zur Aufnahme des in A aus dem Rohre AD tretenden Waſſerſtrahles angebracht ſind. Die Stellung einer Schaufel findet ſich auf dieſelbe Weiſe, wie in §. 71 bei den verticalen Ponceleträdern und hat man bei der Anlage darauf zu ſehen, daß der aus AD ſtrömende Waſſerſtrahl den Schaufelkopf A möglichſt rechtwinklich, d. i. tangential den Radumfang, treffe. Nach Poncelet ſoll die Wirkung des Rades 0,65 bis 0,75 betragen.

## §. 134.

Dem vorhin beſchriebenen Rade von Poncelet ſchließt ſich zunächſt die Danaide von Burdin an, die im weſentlichen aus einer ſtehenden Welle CD, Fig. 68 (Taf. VIII) und aus zwei umgeſtürzten kegelförmigen Mänteln beſteht, zwiſchen welchen Scheidewände entweder von geraden oder ſchiefen, ſchraubenartigen Flächen, zur Aufnahme und Fortführung des aus dem Rohre A tretenden Waſſers von oben nach unten, angebracht ſind. Der Wirkungsgrad dieſes Rades, bei deſſen Umdrehung ſowohl die Schwer- als Centrifugalkraft des Waſſers von Einfluß iſt, bleibt, je nach der Geſtalt ſeiner inneren Leitcanäle, mehr oder weniger hinter dem des vorigen §. zurück.

## §. 135.

Die dritte Gattung der horizontalen Waſſerräder ſind die Reactionsturbinen*); in ihrer anfänglichen Geſtalt allerdings einfach, indeß durch den unermüdlichen Eifer der Mechaniker zu einem Grade der Voll-

*) Anmerkung. Unter Reaction des Waſſers verſteht man deſſen Beſtreben, indem es namentlich durch gewundene Röhrenleitungen geht, gegen eine Außenwand derſelben einen ſeiner Ausflußrichtung gerade entgegengeſetzten Druck auszuüben und, wo möglich, die Wand oder das Rohr in dieſer Richtung abzuſtoßen.

Digitized by Google

kommenheit gediehen, wie sie in den Grenzen der Möglichkeit kaum noch etwas zu wünschen übrig lassen. Von den vielen verschiedenen Arten wollen wir die uns am zweckmäßigsten scheinenden einer genaueren Betrachtung unterziehen und beginnen zunächst mit der einfachsten, in Fig. 69 (Taf. IX) abgezeichneten, dem s. g. Segner'schen, Wasserrade mit zwei geraden Schwungröhren. Es besteht aus einem senkrecht stehenden Rohre BC, das sich um die Zapfen A und D drehet; CG und CF sind die beiden Schwungröhren und E das Wasserzuleitungsgerinne. Das bei B in den Cylinder strömende Wasser tritt in den sich gegenüber stehenden Oeffnungen F und G aus und setzt damit die ganze Maschine in eine rotirende Bewegung, die durch ein auf dem oberen Zapfen A befestigtes Zahnrad beliebig fortgepflanzt werden kann. Der Wirkungsgrad dieser Maschine ist gering; doch wird er schon etwas bedeutender, wenn man mehre Schwungröhren oder s. g. Schwungkammern anlegt, wie in Fig. 70 (Taf. IX). Das Gefäß HR ist ein hohler Cylinderring, an dessen äußerem Umfange verschiedene kurze Rohre, wie A, B, C,..., unmittelbar über dem Boden des ganzen Gefäßes angebracht sind. Damit das Aufschlagewasser in den wasserhaltenden Ring HR ohne Stoß eintrete, legt man über ersten einen denselben gleichgeformten Wasserbehälter an, in dessen Boden sich krumme Leitschaufeln befinden, welche das Wasser möglichst tangential auf den Spiegel von HR leiten. Die Ausflußöffnungen der untern Ansatzrohre A, B, C... münden alle nach einer Richtung hinaus und müssen, mittelst einfacher Hebelvorrichtung, zugleich geöffnet oder geschlossen werden können.

## §. 136.

In neuerer Zeit hat man mit gutem Erfolge angefangen, den Reactionsrädern krumme Schwungröhren zu geben und dadurch ihren Effect bedeutend erhöhet. Man nennt sie nach ihrem Erfinder, einem Schotten;

Digitized by Google

die Whitelaw'schen oder schottischen Turbinen. Sie eignen sich vorzüglich zur Aufnahme einer geringen Wassermenge mit hohem Gefälle und liefern, bei guter Ausführung, einen Nutzeffect von c c . 60%. Fig. 71 (Taf. IX) hat drei Schwungröhren, in welche das Wasser bei E ein- und bei A austritt. OA ist eine an jedem Flügel um O drehbare Klappe, vermöge der man bei A, mittelst einfacher Hebelvorrichtung, den Ausfluß reguliren kann. Am einfachsten wird das Wasser von oben in den Cylinder C zugeleitet; zweckmäßiger indeß von unten; weil, wenn im ersten Falle das Gewicht des das Rad anfüllenden Wassers mit dem der Maschine selbst am untern Zapfen ein bedeutendes Reibungsmoment erzeugt, im zweiten Falle die Maschine vom aufsteigenden Wasser getragen und somit die Reibung fast ganz vernichtet werden kann. Eine Construction letzter Art finden wir in Fig. 72 (Taf. IX) wo A das hölzerne Wasserzuleitungsgerinne ist, FBE das eiserne Einfallrohr, E eine Drehklappe zur Regulirung des Wasserzuflusses, G ein feststehender Cylinder, sowohl mit dem Einfallrohre FBE, als mit dem Kasten N fest verbunden, M ist der in der Pfanne laufende Stift, O das denselben mit Oel tränkende Rohr, HK das eigentliche Rad und L der obere Theil der Welle, von der ab die Bewegung beliebig fortgepflanzt werden kann. Das Wasserrad HK geht unmittelbar über dem Unterwasserspiegel her.

## §. 137.

Da eine schottische Turbine gewöhnlich mit drei Schwungröhren versehen ist, so wollen wir auch vorzugsweise auf diese Construction unser Augenmerk richten und liefern dazu in Fig. 73 (Taf. IX) die nöthige Ansicht.

Bezeichnen wir den (inneren) Halbmesser des Wasserzuleitungsrohres CE = CA mit $R_1$ und die jede Secunde zu Gebote stehende Wassermenge mit M: so findet sich am leichtesten

$$R_1 = 0{,}25 \sqrt{M} \text{ Fuße}$$

d. h., wir ziehen aus der die Waſſermenge pro Secunde darſtellenden Zahl die Quadratwurzel und nehmen hiervon den vierten Theil. Der äußere Halbmeſſer $CD = R$ wird dreimal größer genommen, ſo daß

$$R = 3\,R_1 = 3 \cdot 0{,}25 \cdot \sqrt{M} = 0{,}75 \sqrt{M}.$$

Mit dieſen beiden Maßen beſchreibe man zwei Kreiſe, theile den größeren zunächſt in ſoviele Theile, als das Rad Schwungröhren bekommen ſoll und ziehe den Durchmeſſer $A_1A_2$, lege an denſelben im Mittelpuncte C den $\sphericalangle A_1CD = 150^0$: ſo iſt A der Anfangs- und D der Ausgangspunct der mittleren Schwungröhrenachſe ABD. Wiewohl letzte Linie eigentlich eine archimediſche Spirallinie ſein muß, ſo kann ſie indeß auch aus zwei Kreisbögen AB und BD zuſammengeſetzt werden, deren Conſtruction folgende iſt:

Man ziehe zuerſt an den Punct A, wo die Mittellinie den inneren Kreis ſchneidet, die Linie AS und zwar ſo, daß der $\sphericalangle A_1AS = 60$ Grade mißt und errichte in A das Loth AM; ziehe die Linie AD und halbire den ſo entſtandenen Winkel SAD durch die Linie AB, lege ferner in D an den Halbmeſſer CD einen Winkel $CDF = 80^0$ und halbire ihn durch die Linie DB: ſo wird letzte ſich mit der erſten AB in B ſchneiden, in welchem Puncte man ſowohl mit AD die Paralellinie ST legt, als auch das Loth BMO errichtet. Der Durchſchnittspunct M der Lothe BMO und AM iſt der Mittelpunct für den erſten Bogen AB.

Errichtet man weiter im Puncte D auf die vorher beſtimmte Linie DT ein Loth DO: ſo iſt deſſen Durchſchnittspunct O mit dem Lothe BMO der Mittelpunct für den zweiten Bogen BD und damit die ganze Schwungröhrenachſe vollendet. — Zum Auffinden der Richtung der Röhrenumgrenzung, oder vielmehr der inneren und äußeren Röhrenwand, macht man auf dem inneren Kreiſe $AE = AK = 2$ mal $\frac{1}{6}$ des Kreisumfanges und auf dem äußeren Kreiſe, in der Richtung DO, $DG = DH =$ der halben Weite d der Radcanäle und legt nun durch

Digitized by Google

K und H, wie auch durch E F und G die entsprechenden Bögen, so, daß die Weite F K allmälig in die G H übergeht.

Bezeichnet man den Querschnitt, der sich in der Linie F K rechtwinklig durch das oberste Ende des Schwungrohres legen läßt, mit F, die Geschwindigkeit des von der Höhe h niederfallenden Betriebswassers auf diesem Puncte mit c: so muß jedenfalls

$$M = F \cdot c$$

sein, oder, wenn wir nach den §§. 23, II. und 28, für $c = \mu \cdot \sqrt{4 \cdot gh}$ setzen,

$$M = F \cdot \mu \cdot \sqrt{4 \cdot gh}$$

und deßhalb, weil M, h, g und, aus der Gestalt der Einmündung des Rohres, $\mu$ bekannt sind,

$$F = \frac{M}{\mu \cdot \sqrt{4 \cdot g \cdot h}}.$$

Der durch die Linie FK repräsentirte größte Querschnitt F besteht aber aus seiner Breite F K = b und seiner senkrechten Höhe e. Erste legt sich durch die Zeichnung von selbst fest, indem der durch den Endpunct K des Bogens AK, als dem sechsten Theile des kleinen Kreisumfanges, gehende Halbmesser MN des Bogens AB von selbst die halbe Breite KN, also auch die ganze KF = b bestimmt: hiernach ist also

$$F = b \cdot e = \frac{M}{\mu \cdot \sqrt{4 \cdot g \cdot h}} \text{ oder}$$

$$e = \frac{M}{\mu \cdot b \cdot \sqrt{4 \cdot g \cdot h}} \text{ oder}$$

wenn wir im Mittel für $\mu = 0{,}75$ setzen, die lichte Rad- oder vielmehr Canalhöhe

$$e = \frac{M}{0{,}75 \cdot b \cdot \sqrt{4 \cdot 16{,}813 \cdot h}} = 0{,}1626\ldots \frac{M}{b \cdot \sqrt{h}}.$$

Die genauere Bestimmung der äußeren lichten Weite HG = d der Radcanäle, im Gegensatze zu der inneren b, hängt von einer so weitläuftigen Rechnung ab, daß wir uns leider genöthigt sehen müssen, um nicht die

Digitized by Google

nothwendig inne zu haltenden Grenzen der Deutlichkeit zu überschreiten, diesmal mit ihrer ungefähren Bestimmung uns zu begnügen. Je nach der Größe des Gefälles, der Wassermenge und der Anzahl der Schwungröhren macht man die Röhrenweite d zwei, drei, oder vier mal kleiner, als die Radhöhe e; so daß also

$$d = 0{,}0813.... \frac{M}{b \cdot \sqrt{h}};\ 0{,}0542... \frac{M}{b \cdot \sqrt{h}} \text{ bis}$$

$0{,}04065... \frac{M}{b \cdot \sqrt{h}}$ wird, wobei der kleinere Werth für höheres Gefälle, größere Wassermenge und mehr Schwungröhren anzunehmen ist. Der Wirkungsgrad ist $c\,c = 60\%$.

Soll die Turbine statt dreier, nur zwei Schwungröhren haben: so ist $< ACD$ (Fig. 73 Taf. IX) $180^\circ$ zu machen; d. h.: A und D fallen in eine gerade Linie. Ist der innere Halbmesser $CA = R_1 = 0{,}25\ \sqrt{M}$: so wird jetzt der äußere $CD = R = 4R_1 = 4 \cdot 0{,}25\ \sqrt{M} = \sqrt{M}$. Bekommt endlich die Turbine vier Schwungröhren: so ist $< ACD = 135^\circ$, $R_1 = 0{,}25\ \sqrt{M}$, $R = 2 \cdot R_1 = 2 \cdot 0{,}25\ \sqrt{M} = 0{,}5\ \sqrt{M}$ zu machen; übrigens aber in beiden Fällen die weitere Ausführung nach Obigem vorzunehmen.

## §. 138.

Bei der großen Umfangsgeschwindigkeit, welche einer schottischen Turbine sowohl wegen ihrer Kleinheit, als ihres gewöhnlich hohen Gefälles eigen ist, muß dem aus den Schwungröhren bei A strömenden Wasser noch immer eine mehr oder weniger große absolute Geschwindigkeit innewohnen, welche, so lange sie nicht weiter benutzt wird, dem Rade selbst einen nahmhaften Theil mechanischer Leistung entzieht. Diesen Verlust zu ermäßigen, hat man das gewöhnliche Reactionsrad AEA, Fig. 74 (Taf. X) noch mit einem zweiten Stoßrade BBBB, mit runden Schaufeln versehen, umgeben, um durch letz-

Digitized by Google

teres die dem Waſſer noch innewohnende lebendige Kraft zu benutzen. Da beide Räder in umgekehrter Richtung umlaufen: ſo ſind ſie durch beſonderes Rädertwerk in Verbindung zu ſetzen, deren Größe ſich nach den jedesmaligen Umgängen des Rades, mit welchem ſie unmittelbar verbunden ſind, zu richten hat. Bei richtiger und ſorgfältiger Ausführung kann man immer einen Nutzeffect von 70% erwarten.

## §. 139.

Eins der vollkommenſten horizontalen Waſſerräder, wenn ſie nach den Regeln der Mechanik angefertigt werden, iſt die Turbine von Forneyron einem franzöſiſchen Mathematiker.

Im Weſentlichen beſteht das eigentliche Rad A A, Fig. 75 (Taf. X) aus zwei horizontalen Kränzen von Gußeiſen, aus einem gußeiſernen Teller BB und aus einer ſtehenden Welle CD. Das bei W zufließende Waſſer tritt zunächſt in das cylindriſche Reſervoir EE und wird, damit es nicht auf den Radteller BB drücke und dadurch eine bedeutende Erhöhung der Zapfenreibung herbeiführe, eine die Radwelle vollkommen umſchließende Röhre GH eingeſetzt, an deren unterem Ende ein Bodenteller FF befeſtigt iſt, welcher den Druck des darüber ſtehenden Waſſers aufnimmt. Auf dieſen Teller werden cylindriſch gebogene Bleche, die ſ. g. Leitſchaufeln, ſo wie zwiſchen den beiden Radkränzen A A, A A die Radſchaufeln eingeſetzt. Durch die Leitſchaufeln a b, $a_1 b_1$... und die zwiſchen ihnen auf und niedergehenden, unten nach dem Strahle abgerundeten, Klötzchen k, k... erhält das durch den ringförmigen Raum am untern Ende des Reſervoirs ausfließende Waſſer eine beſtimmte Richtung, mit welcher es zu dem dieſe Mündung umſchließenden Rade A A gelangt, deſſen von b d, $b_1 d_1$... gebildete Zellen es von innen nach außen durchläuft. Hierbei reagirt das Waſſer ſo ſtark gegen die hohlen Flächen der Radſchaufeln, daß dadurch das ganze Rad

Digitized by Google

in entgegengesetzter Richtung umgedrehet wird, während der Ausfluß- und Leitschaufelapparat seinen festen Stand behält.

Um den Ausfluß des Wassers aus dem Reservoir und dadurch den Gang des Rades zu reguliren, wird ein cylindrischer, genau abgedreheter, gußeiserner Geschützring KLLK in Anwendung gebracht und mittelst einfacher Schrauben- und Räderwerke durch drei Stangen M,M... gleichmäßig gesenkt und gehoben. Damit kein Wasser zwischen der Schütze KL und dem festliegenden Cylinder NN durchgehe, wird über LL ein wasserdichter Lederstulp eingesetzt. Endlich werden auf die Innenfläche des Schützencylinders Holz- oder Metallstücke kk... aufgeschraubt, deren dem Wasser zugekehrte Vorderseiten rechtwinklig gegen dessen eintretenden Strahl abgeschnitten und unten gut und glatt abgerundet, damit das Wasser ohne Contraction und mit dem kleinsten Verluste an lebendiger Kraft unter denselben zum Ausflusse gelange. Diese Gattung der Fourneyron'schen Turbinen eignet sich in angegebener Construction vorzugsweise zur Aufnahme einer großen Wassermenge bei niedrigem Gefälle und kann immer einen Nutzeffect von 75% liefern.

Unter dem Totalgefälle versteht man, wenn die Turbine über Wasser geht, die senkrechte Entfernung des Oberwasserspiegels im Zuflußreservoir von der Mitte der Ausflußöffnung im Rade AA und, sofern sie ganz unter Wasser geht: die senkrechte Entfernung der Ober- und Unterwasserspiegel.

## §. 140.

Das wichtigste Element bei allen Turbinen, also auch den Fourneyron'schen, sind die Leit- und Radschaufeln und ihre gegenseitige Winkelstellung zu einander. Die Leitschaufeln werden gewöhnlich aus einem Kreisbogen, die Radschaufeln meist aus zweien, tangential



Digitized by Google

an einander schließenden, hergestellt und dient zu ihrer Bestimmung folgendes Verfahren:

Der innere Halbmesser des eigentlichen Wasserrades oder der äußere des Leitschaufelapparates, d. i. $CA = R_1$, Fig. 76 (Taf. X), findet sich, wenn M die pro Sec. zu Gebote stehende Wassermenge bedeutet, durch die Formel

$$R_1 = 0{,}326 \sqrt{M} \text{ Fuße und}$$

der äußeree CM oder

$$R = 0{,}4075 \sqrt{M} \text{ bis } 0{,}4890 \sqrt{M}$$

wovon der erste kleinere Werth bei einem großen und der zweite größere bei einem kleineren Rade anzuwenden ist.

Man beschreibe nun mit $CA = R_1$ und $CM = R$ zwei Kreisbogen, ziehe einen beliebigen Halbmesser CM und errichte in dem Puncte M das Loth MT, lege an dieses, in M, einen Winkel $TMS = \delta$ von der Größe zwischen 8 bis 18 Graden. Auf die so bestimmte MS errichte man in M das Loth MO und trage zu beiden Seiten von M, nach $B_1$ und D die Hälfte der nach §. 137 bestimmten Röhrenweite d, so daß also $B_1D = d$ ist. Von dem äußeren Puncte $B_1$, wo die rückwärts verlängerte MO den Umfang schneidet, ziehe man den Halbmesser $B_1C$ und lege an ihn den Winkel $B_1CB = \varphi$, der sich findet durch die Formel $\varphi = \frac{2\pi}{n} - \frac{s}{R \cdot \sin. \delta}$. (Hierbei bedeutet n die weiter unten bestimmte Schaufelzahl und s die Dicke einer derselben) und beschreibe noch aus der Mitte C durch $B_1$ und D Kreise: so giebt der erste mit $CB_1$ beschriebene den äußeren Umfang und in den Puncten B, $B_1$... die Enden der entsprechenden Radschaufeln; der zweite, mit CD beschriebene, den Vereinigungspunct der beiden Bogen AD und DB an. Zieht man nun BO so, daß $< BOD = < BCB_1 = < \varphi$ wird: so ist O der Mittelpunct und $BO = OD$ der Halbmesser des das

äußerste Schaufelstück bildenden Bogens BD. Macht man $B_1O_1 = DO$: so erhält man den Punct $O_1$ zum Mittel für den Bogen $B_1D_1$ der folgenden Zelle u. s. w.

Ehe wir im Stande sind, die Entstehung des Bogens DA nachzuweisen, müssen wir noch einige erläuternde Bemerkungen über die bereits erwähnte Winkelrichtung der Schaufeln gegeneinander vorangehen lassen:

Der Winkel $HAL = \alpha$ zeigt den Unterschied der Richtung an, welchen der aus der Leitzelle AF in das Rad eintretende Wasserstrahl mit dem inneren Radumfange einschließt und wird derselbe

bei hohem Gefälle gewöhnlich zu 25° und
„ niedrigem „ „ zu 40° angenommen.

Der Winkel $EAL = \beta$, welchen die Tangente AE, im Puncte A an den Bogen AD, mit AL der Tangente an AFC, oder welchen der in die Radzellen eintretende Wasserstrahl mit dem inneren Radumfange einschließt, wird,

bei hohem Gefälle gewöhnlich zu $2\alpha + 30$
$= 2 \cdot 25 + 30 = 80°$ und
bei niedrigem Gefälle gewöhnlich zu $2\alpha + 50$
$= 2 \cdot 40 + 50 = 130°$

festgestellt. Der Halbmesser $KD = r$ des zweiten Radschaufelbogens AD findet sich nun durch die Formel

$$r = \frac{R^2 - R_1^2 - R \cdot d \cdot \cos.\delta + \frac{d^2}{4}}{2\,(R \cdot \cos.\delta + R_1 \cdot \cos.\beta) - d}$$

Um endlich den Bogen AC der Leitschaufel zu bekommen, ziehe man von dem Puncte A, wo die Radschaufel den inneren Radumfang schneidet, nach dem Mittelpuncte C die Gerade AC, errichte in A auf AL das Loth AG: so ist der Halbmesser, mit welchem AFC zu beschreiben ist, d. i.

$$AG = r_1 = \frac{R}{2 \cdot \cos.\alpha}.$$

Alle folgenden Leit- und Radschaufeln werden natürlich auf dieselbe Weise verzeichnet. Was nun die An-



Digitized by Google

zahl beider betrifft: so sind die Ansichten der verschiedenen Turbinenconstructeurs bislang nicht ganz übereinstimmend gewesen. Während Einige die Zahl der Radschaufeln auf 42 und die der Leitschaufeln auf 28 feststellen, macht Fourneyron beider Anzahl sich gleich und constant; nämlich $n = 36$.

## §. 141.

Die von Fontaine und Jonval construirten Turbinen unterscheiden sich insofern von den Fourneyron'schen, als sich bei jenen der Leitschaufelapparat nicht neben, sondern über dem eigentlichen Rade befindet und dadurch das Wasser nicht von innen nach außen; sondern von oben nach unten zugeleitet wird; deßhalb also auch nicht am äußeren Umfange des Rades, sondern an dessen Grunde austritt. War bei den Fourneyron'schen Rädern die Centrifugalkraft des Wassers in den Radschaufeln von Einfluß: so wirkt es bei den Jonval- und Fontaine'schen mehr durch seine Schwere. Obwohl beide Constructionsmethoden ihre Vor- und Nachtheile haben: so möchte doch in vielen Fällen der von Fourneyron beobachteten der Vorzug zu geben sein. Sind Fontaine und Jonval in der Erbauung ihrer Räder selbst allerdings sich gleich: so weichen sie dennoch in deren Aufstellung von einander ab und zeigt zuerst Fig. 77 (Taf. X) die Einrichtung einer Fontaine'schen Turbine.

AA Nr. I ist das Rad, BB der mit der Welle EH fest verbundene Radteller, KK der Leitschaufelapparat. Um die stehende Welle gegen das Wasser zu schützen, ist sie mit dem Mantel ZZ umgeben, der seine Befestigung findet in dem oberen Balken DD und unten in der Büchse MM, in der Mitte des mit dem Leitschaufelapparate KK fest verbundenen Tellers KMMK, dessen Ganzes wieder auf die Lager LL aufgeschraubt ist.

Nr. II stellt den Grundriß des Leitschaufelapparates dar.

Digitized by Google

Aus Nr. III ist die Gestalt einer Leitschaufel N und einer Radschaufel O zu ersehen.

Zum Reguliren des Aufschlagewassers dient ein Schützenapparat, der aus so vielen einzelnen Schützen P, P... besteht, als das Rad Leitschaufeln NN... hat. Diese Schütze sind mit abgerundeten Holzstücken bekleidet und laufen in Nuthen, welche in den cylindrischen Mantel des Leitschaufelapparates eingelassen sind. Die Schützstangen PQ, PQ... sind durch einen eisernen Ring QQ fest miteinander verbunden, der durch drei Zugstangen QR, QR..., mittelst einfacher Schrauben- und Rädervorrichtung gehoben oder gesenkt werden kann.

Eine Ansicht einer Jonval'schen Turbine bietet uns Fig. 78 (Taf. X) I, II und III dar. AA ist das ebenfalls durch einen Teller mit der stehenden Welle CD verbundene Rad, BB der darüber stehende, in das Aufschlagerinne EE conisch einmündende Leitschaufelapparat. Das von den Trägern FF unterstützte und festgehaltene Zapfenlager ruhet in dem Gehäuse C und ist CO die Höhe des mit Wasser angefüllten cylindrischen Raumes unter demselben. Diese Höhe ist insofern willkürlich, als sie nur die Grenze von $2g = 2 \cdot 16{,}813 = 33{,}626$ Fuß nicht überschreiten darf. Um den Oberwasserspiegel ruhig zu erhalten, wird ein hölzerner Schwimmer SS aufgelegt, und um den Gang des Rades zu reguliren, eine Schütze G in Anwendung gebracht, die sich durch Kurbel und Schraube K heben und senken läßt. Je nachdem die Schütze höher oder tiefer steht, fließt natürlich mehr oder weniger Betriebswasser in das Unterwasser H ab und kann also auch das Rad mehr oder weniger Arbeit verrichten. In dem gußeisernen Rahmen LL ist die Büchse für den oberen Zapfen der Welle CD angebracht, die entweder unmittelbar, oder durch ein beliebiges Zahnrad D die zu bewegende Maschine in Umdrehung setzt. Bei kleinen Rädern kann das Reservoir, in welchem das Rad eingeschlossen ist, aus gußeisernen Röhren zusammengesetzt werden; bei größeren Rädern hingegen muß man es aus Quadern aufmauern.

Digitized by Google

## §. 142.

Um die Leit- wie Radschaufeln der vornerwähnten Turbinen zu construiren, sei der Neigungswinkel einer Leitschaufel, in Fig. 79 (Taf. XI) gegen den Horizont, oder der s. g. Eintrittswinkel $NAA_1 = \alpha$, der Winkel $c_1Av$, welchen der Radschaufelkopf A mit der Radbewegungsrichtung einschließt, $= \beta$, der Winkel $D_2D_1E_1$, unter welchem der Radschaufelfuß $D_1$ den Horizont schneidet, $= \delta$ und der mittlere Halbmesser von A nach dem Centrum $= r$: so wird gewöhnlich

$\sphericalangle D_2D_1E_1 = \delta$ zu 15 bis 20°
$\sphericalangle c_1Av = \beta$ zu 100 bis 110° angenommen;
$\sphericalangle NAA_1 = \alpha$ bestimmt sich durch die Formel
$\cot g \cdot \alpha = \cot g \cdot \beta \cdot + \cos. \delta$ oder

$$\frac{1}{tg\ \alpha} = \frac{1}{tg\ \beta} + \frac{1}{\sin. \delta}$$

und die Anzahl der Schaufeln: $n = 13$ bis 10 mal $\pi \cdot \sin. \alpha$ gesetzt.

Ist KL der mit r beschriebene Kreis, in welchem das Rad und der Leitschaufelapparat sich berühren; so findet man die Linie ANF, $A_1N_1F_1$... für die Leitschaufel, wenn man die Entfernung der beiden Schaufelköpfe A und $A_1$, d. i.

$$AA_1 = \frac{2 \cdot r \cdot \pi}{n}$$ abstickt und AN, $A_1N_1$... so

zieht, daß der Neigungswinkel $NAL = N_1A_1L = \alpha$ ausfüllt; wenn man ferner $A_1O_1$ winkelrecht gegen $A_1N_1$ fället und aus dem Durchschnittspuncte $O_1$ dieser Normale $A_1O_1$ mit einer Parallele zu KL, die mit der Höhe des Leitschaufelapparates gleichen Abstand hat, einen Kreisbogen NF und auf gleiche Weise aus einem andern Puncte o den Bogen $N_1F_1$... beschreibt. Um die Radschaufeln zu finden, ziehe man zu KL, in der Entfernung EL = der ungefähren diametral gemessenen Schaufellänge $\frac{3}{10}$ bis $\frac{4}{10}$ von r, die Parallele GE und mache

Digitized by Google

$D_2D_1 = AA_1$, lege $D_1E_1$, $D_2E_2$... so an GE, daß $< D_2D_1E_1 = < E_2D_2G = < \delta$; fälle von $D_2$ auf $D_1E_1$ das Loth $D_2E_1F$ und lege die Linie $A_1E_1$ so, daß $< A_1E_1C = \frac{\beta + \delta}{2}$ wird; errichte endlich in der Mitte M der $A_1E_1$ das Loth MC und beschreibe aus dem Durchschnittspuncte C dieses Lothes und der $D_2E_1F$ den Bogen $A_1E_1$: so ist $A_1E_1$ $A_2E_2$... der obere und $E_1D_1$, $E_2D_2$... der untere Theil der Radschaufel $A_1E_1D_1$, $AE_2D_2$... Die auf dem mittleren Radumfange gemessene Zellenweite ist gewöhnlich halb so groß, als ihre radiale Länge.

## §. 143.

Was nun die mechanische Leistung der Fontaine-Jonval'schen Turbinen anlangt: so sind sie, je nach der Anlage, den Fourneyron'schen ziemlich gleich. Erstere haben, vermöge ihrer durch die Wasserzuleitung bedingten geringeren Größe, eine größere Umfangsgeschwindigkeit und sind deßhalb den Fourneyron'schen da vorzuziehen, wo diese unmittelbar benutzt werden kann. Auf der andern Seite haben auch die Fourneyron'schen Turbinen ihre Vorzüge vor den Fontaine-Jonval'schen hinsichtlich der bedeutend geringern Zapfenreibung und der leichteren Herstellung ihres Leit- und Radschaufelapparates und der deßhalb kleineren Gefahr des Mißlingens. Während die Fourneyron'schen Zellen nur einfach nach einer Seite gerundet sind, bilden die Fontaine-Jonval'schen kreisrunde und zugleich windschiefe Flächen.

## §. 144.

An der Construction der Turbinen ohne Leitschaufelapparat und ganz unter Wasser gehend, haben verschiedene Mathematiker ihren Theil. In Fig. 80 (Taf. XI) ist ABBA das eigentliche Rad, KK der mit der Röhre

Digitized by Google

HH fest verbundene Teller, zur Abhaltung des senkrechten Wasserdruckes von der Radscheibe BB; EE ist ein fester cylindrischer Ring, nach unten so zusammengehend, daß das Wasser, mit dem möglichst kleinsten Verluste an Lebendigkeit, in die Canäle des Rades AA eintreten kann. Zur Regulirung des Wasserabflusses dient ein äußerer Geschützring FF, der nach Erforderniß gehoben oder gesenkt werden kann. Die Radschaufeln werden nach Anleitung des §. 140 construirt, nur ist hier $< a = 90°$, weil das Wasser auf dem kürzesten Wege, d. h. radial, ausfließt, anzunehmen.

Statt das Aufschlagewasser von oben zuzuleiten, kann man dasselbe auch von unten in die Radcanäle eintreten lassen; für welchen Fall indeß die Turbine über dem Unterwasser zu stehen pflegt.

## §. 145.

Eine nicht zu übersehende Schwierigkeit bei der Anlage von Turbinen jeglicher Art hat noch immer in der Art und Weise gelegen, wie man den untern Zapfen oder Stift vor dem Andringen des Wassers, in welchem er doch stets umgehen muß, schütze und zugleich ihn in hinreichender und guter Schmiere erhalte. Die verschiedenen, oft künstlichsten, Vorrichtungen zur Erreichung dieses Zweckes hier ausführlicher zu beschreiben, müssen wir aber deßhalb für ungeeignet halten, weil es uns zu weit von dem — namentlich bei den Turbinen — uns vorgesteckten Ziele „möglichster Kürze" abführen würde.

## §. 146.

Es bleibt uns am Schlusse noch übrig, die Turbinen oder horizontalen Wasserräder, hinsichtlich ihres Effectes, mit den verticalen zu vergleichen und die Vor- und Nachtheile der einen gegen die andern abzuwägen. Die Turbinen besitzen zuerst insofern einen großen Vorzug vor den verticalen Wasserrädern, als sie fast bei allen Gefällen von 1 bis 500 Fuß sich anwenden lassen; während die verticalen Wasserräder höchstens eine Was-

Digitized by Google

serkraft von 50 Fuß aufzunehmen vermögen. Jedoch sind die Wirkungsgrade der Turbinen bei verschiedenen Gefällen durchaus nicht gleich; im Gegentheil bei sehr niedrigem verhältnißmäßig größer, als bei sehr hohem. Die Erfahrung hat außerdem gelehrt:

1) daß bei einem Gefälle von weniger als 3 Fuß und mehr als 40 Fuß die Turbinen unbedingt den Vorzug vor den verticalen Wasserrädern verdienen;

2) daß bei einem Gefälle von 3 bis 20 Fuß die Effecte beider sich ziemlich gleich bleiben;

3) daß bei einem Gefälle von 20 bis 40 Fuß die verticalen Wasserräder den Turbinen vorzuziehen sind; d. h. überall unter der ausdrücklichen Bedingung, daß alle Räder stets auf die zweckmäßigste Weise construirt und zwischen zwei zu vergleichenden Rädern Gefälle und Wassermenge genau sich gleich sind.

Betrachtet man ferner die Umfangsgeschwindigkeit der verticalen und horizontalen Räder: so sind diese meist sehr von einander verschieden: denn während die der ersten gewöhnlich zwischen 4 bis 8 Fuß pro Sec. spielt, erreichen letztere mehr als 20 bis 30 Fuß pro Sec. und somit 60 bis 300 Umgänge pro Minute, je nach der Größe ihres Durchmessers und der Höhe des disponiblen Gefälles. Verlangt nun die Maschine, welche in Bewegung gesetzt werden soll, an und für sich eine große Umfangsgeschwindigkeit, wie z. B. die Mühlsteinläufer und räth auch die Höhe des vorhandenen Gefälles mit zu: so ist mit Vortheil eine Turbine anzulegen. Man kann für obengedachten Fall den Mühlstein unmittelbar auf dem Kopfe der verlängerten Turbinenwelle befestigen und somit alle sonst üblichen Räderwerke entbehren*). Fordert hingegen die in Bewegung zu setzende Maschine einen minder schnellen Gang, so ist für die Anlage ein langsam umgehendes verticales Wasserrad vorzuziehen; weil bei demselben die Nebenhindernisse, wie Reibung, ꝛc. geringer ausfallen; namentlich aber etwaige Stöße von nicht so großem Nachtheile für die ganze Maschine sind. Ist die Last einer Maschine ver-

Digitized by Google

änderlich, wie z. B. bei einem Hammer- oder Walzwerke, den gewöhnlich construirten Oel- und Schneidemühlen u. m. a.: so ist ein langsam umgehendes verticales Wasserrad vorzuziehen, weil dasselbe durch seine größere Masse als Regulator oder Schwungrad zur Ausgleichung der veränderlichen Bewegung nöthig ist.

Einen unverkennbaren Vortheil gewähren dagegen die Turbinen wieder vor den verticalen Wasserrädern dadurch, daß sie theilweise oder ganz im Unterwasser waten können, ohne wesentlich an Wirkung einzubüßen, ein Vortheil, welcher den verticalen Wasserrädern ganz abgeht.

Wenn ungeachtet der vielen besondern Vorzüge die Turbinen dennoch im Allgemeinen noch so wenig ihre richtige Würdigung und wünschenswerthe Verbreitung gefunden haben: so liegt dies wohl theils in dem den Meisten noch eigenen Widerwillen gegen alles Neue, theils in der größeren Schwierigkeit ihrer Construction, im Vergleich zu der der verticalen Wasserräder. Denn ein verticales Wasserrad wird immer noch einen ziemlich erträglichen Effect liefern, selbst wenn bei seiner Construction sich grobe Fehler eingeschlichen haben; bei einem horizontalen Rade hingegen beruhet dessen Gelingen auf strenger Anwendung mathematischer Regeln. Hierbei muß unbedingt gerechnet werden, — und zwar bedeutend mehr, als selbst die vorhergehenden §§. vermuthen lassen —, keine Erfahrung geht zur Hand, jedes Gefälle, jede Wassermenge erfordert ihre besondern Constructionen. Man muß sich also mit mehr Rechnungsarten bekannt gemacht haben, als der gewöhnliche Geschirr- oder Zeugarbeiter bislang ahnte und leider zu fassen vermöchte.

*) Anmerkung. Eine der großartigsten Anlagen dieser Art befindet sich zu St. Maur bei Paris, wo die Marne vier Turbinen jede zu 10 Mahlgängen nach englisch-amerikanischem Systeme, in Bewegung setzt. Der Durchmesser einer solchen Turbine ist 75 Zoll ihre lichte Höhe 11 Zoll, das Gefälle 12¼ Fuß und die Wassermenge 40 Cubikfuß pro Secunde.

Digitized by Google

# II. Die inneren Räderwerke.

## Erstes Capitel.

### Einfaches Geschirr.

#### A. Von Holz.

§. 147.

Von der Größe und Construction der zum Umtriebe des Mühlsteines nothigen inneren Räderwerke hängen die Umgänge dieses Steines und die Geschwindigkeit der Schaufeln des Wasserrades, oder die Umgänge des Wasserrades selbst ab. Sind letzte als bekannt vorauszusetzen und die des Steines durch Rechnung selbstständig zu finden, so läßt sich aus diesen beiden Verhältnißzahlen die nöthige Größe der zwischen dem Wasserrade und Läufersteine liegenden Räder bestimmen.

§. 148.

Sind bei einem Rade die Kämme vor seiner Stirn sämmtlich nach der Mitte desselben gerichtet: so wird

Digitized by Google

das Rad ein Stirnrad genannt: befinden sie sich an einer der Seiten, so daß jeder Kamm mehr oder weniger winkelrecht steht auf dem vom Radmittel nach ihr gezogenen Halbmesser: ein Kammrad. Fällt die Umdrehungsrichtung eines Kammrades in die Horizontalebene, so pflegt man es wohl ein Kronrad zu nennen. Besteht das Rad, in welches eins der vorgenannten eingreift, aus parallelen Scheiben, zwischen denen runde Stöcke befestigt sind: so heißt ein solches, je nachdem es größer oder kleiner ist, Drilling oder Getriebe.

Die nachfolgenden Verhältnisse und Formeln gelten für jedes der genannten Räder. Sind A und B, Fig. 81 (Taf. XII) zwei ineinander greifende Räder: so sei, um das richtige Verhältniß zwischen den Umgängen und der Anzahl der Kämme und Stöcke zu finden

u die Anzahl der Umgänge des Rades A in einer Minute
$u_1$ " " " " " " B " " "
a " " " Kämme " " A
$a_1$ " " " Stöcke " " B

dann muß sein $u : u_1 = a_1 : a$

d. h., die Anzahl der Umgänge von A müssen sich zu denen von B verhalten, wie die Anzahl der Stöcke von B zu der der Kämme von A.

Daraus folgt aber sogleich:

1) $u = u_1 \cdot \frac{a_1}{a}$ 3) $u_1 = u \cdot \frac{a}{a_1}$

2) $a = a_1 \cdot \frac{u_1}{u}$ 4) $a_1 = a \cdot \frac{u}{u_1}$

oder in Worten ausgedrückt; man findet

1) die Umgänge des Wasser- oder Kammrades A in 1 Minute, wenn man die Stockzahl von B durch die Kämmezahl von A dividirt und den Quotienten mit der Zahl der Umgänge des Getriebes B multiplicirt;

2) die Anzahl der Kämme des Rades A, wenn man die Umgänge des Getriebes B pro Minute durch

Digitized by Google

die Umgänge des Rades A dividirt und den Quotienten mit der Stockzahl des Getriebes B multiplicirt;

3) die Anzahl der Umgänge des Getriebes B pro Minute, wenn man die Kämmezahl des Rades A durch die Stockzahl des Rades B dividirt und den Quotienten mit der Anzahl der Umgänge des Rades A multiplicirt;

4) die Anzahl der Stöcke des Getriebes B, wenn man die Zahl der Umgänge des Rades A pro Minute durch die des Getriebes B dividirt und den Quotienten mit der Zahl der Kämme des Rades A multiplicirt.

### Beispiel.

Ein 11 Fuß hohes Wasserrad vollende in 1 Minute 10 Umgänge, der Mühlsteinläufer, an dessen Achse das Getriebe befestigt ist, soll in eben der Zeit 120 mal umgehen; in welchem Verhältniß werden Kammrad und Getriebe zu einander stehen?

### Auflösung.

Es ist $u = 10$, $u_1 = 120$. Um a oder $a_1$ bestimmen zu können, muß eine dieser Größen vorläufig nach Willkür angenommen werden und da $a_1$ zwischen den engsten Grenzen zu liegen pflegt. wollen wir dies zu 7 annehmen; dann ist nach 2

$$a = a_1 \cdot \frac{u_1}{u} = 7 \cdot \frac{120}{10} = 84.$$

Es ist aber in dem Verhältnisse des Raddurchmessers zu dem des Getriebes $= 84$ zu 7 oder 12 zu 1 oder 120 zu 10 der Willkür überlassen, wieviel Kämme und Stöcke man beiden Rädern geben will, wenn man nur von demselben nicht abweicht. Sollte das Getriebe z. B. 11 Stöcke bekommen, so würden dem Kammrade $12 \cdot 11 = 132$ Kammen zu Theil werden müssen.

Mit der Entwickelung dieser einfachen Verhältnisse dürfte also schon jetzt die unbegründete Aengstlichkeit so

Digitized by Google

mancher Müller gehoben sein, bei der Verfertigung der Kamm- und Stirnräder nicht über und nicht unter eine gewisse für gut gehaltene Radhöhe hinauszugehen. Ob es für die vom Wasserrade dem Kamm- oder Stirnrade übertragene Kraft gleichgiltig, ob letztere hoch oder niedrig, werden wir in der Folge Gelegenheit haben zu erfahren.

## §. 149.

Verstehen wir unter der „Höhe" eines Rades den Durchmesser eines Kreises, auf welchem die dem Rade bestimmten Zähne abgetheilt werden und der bei dem Kammrade innerhalb und bei dem Stirnrade außerhalb des Radkranzes liegt: so hängt diese Höhe von der Anzahl der Zähne und ihrer mittleren Entfernung, der Theilung, auf diesem Theilkreise ab. Die Theilung selbst besteht aber aus der Kamme, dem von ihr ergriffenen Stocke und dem zwischen beiden nöthigen Spielraume.

Die Dicke oder Stärke einer Kamme in der Richtung des Theilkreises ist wieder abhängig sowohl von der Last, welche sie aufnehmen und fortpflanzen soll, als auch von der Höhe und Geschwindigkeit des Rades. Bezeichnen wir zu diesem Zwecke

die Theilung mit t,

die Dicke einer hölzernen Kamme im Theilkreise mit d,

die Dicke des ergriffenen Stockes oder andern hölzernen Zahnes mit $d_1$,

die Zahl der Pferdekräfte, welche das Rad in jeder Secunde aufnimmt, mit L,

die Umgänge des Rades p. Minute mit u und

den (in Zollen ausgedrückten) Theilkreishalbmesser mit R:

so findet man zunächst die Stärke der hölzernen Kamme, ebenfalls in Zollen, durch die Formel

Digitized by Google

$$d = 11{,}3 \sqrt{\frac{L}{u \cdot R}}$$

d. h., man dividire die Anzahl der Pferdekräfte durch das Product der Zahlen aus den Umgängen des betreffenden Rades pro Minute und dem Halbmesser, ziehe aus dem Quotienten die Quadratwurzel und multiplicire die erhaltene Zahl mit $11\frac{8}{10}$ und man erhält die nöthige Stärke der Kamme. — Zugleich geht aus dieser Formel hervor, daß die Zahnstärke oder die Theilung eines Rades wächst mit der Zunahme der Last, die es fortpflanzen soll und abnimmt, je schneller dasselbe umgeht und je größer es ist.

Ist das treibende Rad mit dem getriebenen von gleicher Höhe: so hat man $d = d_1$ zu machen; wird aber das getriebene kleiner: so ist zweckmäßig, um das zu schnelle Abnutzen der Stöcke zu verhüten, $d_1$ verhältnißmäßig größer als d zu machen. Die Größe des Spielraumes zwischen Kamm und Stock pflegt man bei wenig accuraten zu $\frac{1}{4}$ der Kammenstärke, bei sehr genau gearbeiteten, eisernen und dergleichen, zu $\frac{1}{10}$ derselben anzunehmen. Setzen wir dafür im Mittel $\frac{1}{10}$ d: so wird die Theilung

$$t = d + d_1 + \frac{1}{10} d = 1{,}1\ d + d_1.$$

Ist nun die Größe der Theilung bestimmt; so ist daraus die Anzahl der Kämme und Stöcke zweier in einander greifenden Räder leicht zu bestimmen.

## Beispiel.

Das vorhinnige Wasserrad von 11 Fuß Höhe und 10 Umgängen in einer Minute übertrage einem Kammrade von 10 Fuß Höhe eine Kraft von $3\frac{1}{2}$ Maschinenpferden; wie groß wird die Theilung werden müssen und wieviel Kammen und Stöcke dem Kammrade und Getriebe zufallen, wenn der Läuferstein in einer Minute 120 mal umgehen soll?

Digitized by Google

## Auflösung.

Es ist $u = 10$, $R = 5$ Fuß $= 60$ Zoll, $L = 3\frac{1}{2} u_1 = 120$, mithin
die Stärke der hölzernen Kamme, d. i.

$$d = 11{,}3 \sqrt{\frac{L}{u \cdot R}}$$

$$= 11{,}3 \sqrt{\frac{3{,}5}{10 \cdot 60}}$$

$$= 11{,}3 \cdot 0{,}076376...$$

$$= 0{,}863... \text{ Zoll} = 10\tfrac{1}{3} \text{ Linien.}$$

Machen wir die Stockdicke etwas stärker, oder $d_1 = 12\frac{2}{3}$ Linien und den Spielraum zwischen beiden, d. i. $\frac{1}{10} d = 1$ Linie: so wird die Theilung

$$t = d + d_1 + \tfrac{1}{10} d = 10\tfrac{1}{3} + 12\tfrac{2}{3} + 1$$

$$= 24 \text{ Linien} = 2 \text{ Zoll.}$$

Da nun der Durchmesser des Kammrades $= 2 \cdot R = 2 \cdot 5 = 10$ Fuß $= 120$ Zoll beträgt: so ist des letztern Umfang $= 2 \cdot R \cdot \pi = 120 \cdot 3{,}141... = 377$ Zoll und deßhalb die Zahl der Theilungen oder Kämme $= \frac{2 \cdot R \cdot \pi}{t} = \frac{377}{2} = 188{,}...$ und weil $\frac{u_1}{u} = \frac{120}{10} = 12$ ist, die Anzahl der Stöcke des Getriebes $= \frac{188}{12} = 16$.

Bei der Bestimmung der Anzahl der Kämme und Stöcke zweier in einander greifenden Räder ist indeß für ihren ruhigen Gang zweckmäßig, selbige so einzurichten, daß sie keine gemeinschaftliche Factoren haben; sondern solche Zahlen zu wählen, die nur durch sich selbst und durch 1 dividirt werden können; weil dann jeder Zahn des einen Rades nach und nach mit jedem des andern zum Eingriff kommt und dadurch das stärkere und ungleichmäßigere Abführen der Zähne vermieden wird. Letzteres trifft aber allemal ein, wenn nur gewisse Zähne

Digitized by Google

des einen Rades mit gewissen (Stöcken) des andern in Berührung kommen.

Hätte z. B. vorstehendes Kammrad 188 = 4 . 47 Kammen und das Getriebe 16 = 4 . 4 Stöcke, wären also beide Zahlen durch den Factor 4 theilbar: so würde jeder Zahn des Kammrades mit 4 Stöcken des Getriebes und jeder Stock mit 47 Kammen zusammentreffen. Geben wir dagegen dem Kammrade 189 Kämme und dem Getriebe 16 Stöcke: so wird während 16 Umdrehungen des ersten oder 189 des zweiten, jeder der 189 Kämme des Rades mit jedem der 16 Stöcke des andern in Berührung kommen.

Ist, wie das meistentheils der Fall ist, die Bestimmung der Stockzahl des Getriebes mehr der eigenen Willkür überlassen: so ist deßhalb zweckmäßig, dafür (Prim-)Zahlen zu wählen, wie 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31 u. s. w

Die Breite b des Zahnes, bei Kammrädern radial, bei Stirnrädern rechtwinklig zum Halbmesser oder parallel der Radaxe, gemessen, wird

bei langsam umgehenden Rädern b = 4 d bis 5 d
bei schnell „ „ b = 6 d bis 7 d

d. h. bei erstem 4 bis 5 mal und bei letzten 6 bis 7 mal stärker als die Dicke d des Zahnes angenommen. Die Zahnhöhe oder Länge l, bei Kammrädern parallel der Radaxe und bei Stirnrädern radial gemessen, ist von der Zahnform abhängig und muß daher für jedes Rad besonders durch die Zeichnung gefunden werden; ein Verfahren, das weiter unten gezeigt werden wird.

Gewöhnlich fällt l = $1\frac{1}{2}$ d, d. h. um die Hälfte größer als d aus.

Wollte man endlich den Kammen und Stöcken der obigen Räder eine solche Stärke geben, daß sie, zum dritten Theile abgenutzt, noch die nach der Berechnung hinreichenden Maße behielten: so würde daraus eine Theilung von 3 Zoll, die Zahl der Kämme = $\frac{377}{3}$



Digitized by Google

$= 126$ und die der Stöcke $= \frac{126}{12} = 11,...$ werden; die Zahnbreite $b = 4\,5 \cdot d = 4\frac{1}{2} \cdot 10\frac{1}{3} = 46\frac{1}{2}$ Linien $= 3$ Zoll $10\frac{1}{2}$ Linien indeß in beiden Fällen sich gleich bleiben.

§. 150.

Ist die Anzahl der Kämme a und Stöcke $a_1$ zweier Räder gefunden und t deren gemeinschaftliche Theilung: so ist die Länge des Radtheilkreises $= a \cdot t$ und die des Getriebes $= a_1 \cdot t$. Da nun bekanntlich der Umfang eines jeden Kreises sich zu seinem Durchmesser verhält, wie $\pi$ zu 1 oder wie 3,1415926... zu 1: so wird der Durchmesser des Kammrades $= \frac{a \cdot t}{\pi}$ und der des Getriebes $= \frac{a_1 \cdot t}{\pi}$ sein und sich hiernach folgende Aufgaben lösen lassen.

Erstes Beispiel.

Wie groß ist der Halbmesser eines Rades von 72 Kämmen mit 3 Zoll Theilung?

Auflösung.

Es ist $a = 72$, $t = 3$ und deßhalb der Durchmesser des Theilkreises $= \frac{a \cdot t}{\pi} = \frac{72 \cdot 3}{3,141...}$ $= 68,755...$ Zoll; also der Halbmesser $= 34\,3775...$ Zoll $= 2$ Fuß 10 Zoll $4\frac{1}{2}$ Linien.

Zweites Beispiel.

Wie groß wird der Halbmesser eines dazu gehörigen sechsstöckigen Getriebes sein?

Auflösung.

Ist $a_1 = 6$, $t = 3$, also der Durchmesser $= \frac{a_1\, t}{\pi} = \frac{6 \cdot 3}{3,141...} = 5,7296...$ Zoll: so wäre danach

der Halbmesser = 2,8648... Zoll. Es ist aber bekannt, daß sich der Halbmesser eines Kreises genau 6 mal (und nicht 5,7296... mal) in seinem Umfange herumtragen läßt; daß also, wenn der Halbmesser zugleich so groß wie Theilung ist, der Durchmesser = der doppelten Theilung = 2 • t = 2 • 3 = 6 Zoll, nicht aber = 5,7296..., ist. Den Grund dieses anscheinenden Widerspruches finden wir im folgenden §. angegeben.

## §. 151.

Wenn für den ruhigen und richtigen Gang ineinander greifender Räderwerke es unerläßliche Bedingung ist, daß ihre Theilungen gleich groß sind, so heißt das so viel: daß die sich aufeinander abwälzenden Theilkreisbögen in dem einen Rade genau so groß oder lang sein müssen, als in dem andern. Es leuchtet aber ein, daß, je größer der Halbmesser eines Kreises, je flacher also die Rundung auf eine theilweise Länge ist, desto geringer auch der Unterschied zwischen diesem Bogen und seiner zugehörigen Sehne ausfallen muß und umgekehrt, je kleiner der Halbmesser, desto mehr Bogen und zugehörige Sehne, hinsichtlich ihrer Länge, von einander abweichen.

Indem man bei einem Rade die Theilung mißt, sei es vermittelst eines Zirkels oder eines andern Instrumentes, erhält man aber natürlich die Sehne des Bogens, während man eigentlich die Länge des Bogens zu wissen verlangt. Aus eben angeführten Gründen muß denn auch der Unterschied der Sehnen zweier in einander greifenden Räder, von denen das eine bedeutend größer oder kleiner ist, als das andere, so auffallend sein. Soll deßhalb obige zweite Formel für den Durchmesser des Getriebes = $\frac{a_1 \, t}{\pi}$ nicht zu sehr von der Richtigkeit abweichen: so muß dasselbe so groß sein, daß man den Theilungsbogen von gleicher Länge mit



Digitized by Google

seiner Sehne ansehen kann und deßhalb wenigstens 24 Stöcke besitzen. Sie nähert sich der Richtigkeit immer mehr, je größer das Rad wird.

Um dieser geforderten größeren Schärfe möglichst näher zu kommen, sei AB = BC (Fig. 82 Taf. XI) = r der Halbmesser eines Getriebes oder Rades, AC = t die Theilung: dann ist, nach der Anmerkung des §. 58, wenn man BD rechtwinklig auf die Mitte von AC zieht,

$\frac{CD}{CB}$ = sinus von $< CBD$, oder wenn $< CBD = \frac{1}{2} < GBA = \frac{1}{2}\varphi$,

$\frac{CD}{r}$ = sin. $\frac{1}{2}\varphi$, also $CD = r \cdot$ sin. $\frac{1}{2}\varphi$.

Wir haben aber angenommen, daß $CD = AD = \frac{1}{2}t$ und $< CBA = < \varphi = \frac{360^o}{a_1}$, also $\frac{1}{2}\varphi = \frac{180^o}{a_1}$ ist; mithin wird die Formel $CD =$ • sin. $\frac{1}{2}\varphi$ übergehen in den gleichbedeutenden Ausdruck

$$\frac{1}{2}t = r \cdot \text{sin.} \cdot \frac{180^o}{a_1} \text{ und daraus folgen}$$

$$r = \frac{\frac{1}{2} \cdot t}{\text{sin.}\frac{180^o}{a_1}} = \frac{t}{2\ \text{sin.}\frac{180^o}{a_1}} = t \cdot \frac{1}{2 \cdot \text{sin.}\frac{180^o}{a_1}}.$$

Wenden wir diese letzte Formel für r auf die Berechnung der beiden Beispiele des vorigen §. an, wo t = 3 Zoll, a 72 und $a_1 = 6$ war: so ergiebt sich zuerst die Größe des Halbmessers für das Kammrad

$$R = 3 \cdot \frac{1}{2 \cdot \text{sin}\frac{180}{72}} = 3 \cdot \frac{1}{2 \cdot \text{sin. } 2\frac{1}{2}^o}$$

$$= 3 \cdot \frac{1}{0{,}087239} = 34{,}388\ldots \text{ Zoll} = 2 \text{ Fuß } 10 \text{ Zoll } 4\frac{2}{3} \text{ Linien}$$

Digitized by Google

und zweitens die Größe des Halbmessers für das Getriebe

$$r = 3 \cdot \frac{1}{2 \cdot \sin. \frac{180^o}{6}} = 3 \cdot \frac{1}{2 \cdot \sin. 30^o}$$

$= 3 \cdot \frac{1}{2} = 3$ Zoll.

Das für den Halbmesser des Getriebes gewonnene Resultat von $r = 3$ Zoll, beweist schon allein den Vorzug dieser letzten Rechnenmethode vor der ersten im vorigen §. gezeigten und da auch der Halbmesser des Kammrades R aus letzter Rechnung, gegen erstes um

$$34{,}3880 - 34{,}3775 = 0{,}0105 = \frac{105}{10000} \text{ Zoll} =$$

$\frac{63}{500}$ Linien variirt, also noch immer nicht genau mit ersterem übereinstimmt: so ist jedenfalls und für alle Fälle rathsamer, bei der letzten Methode zu beharren; dies sogar unumgänglich nöthig, sobald schon der Halbmesser eines der beiden Räder nach ihr berechnet ist.

Zur Erleichterung des Rechnens ist folgende Tabelle zu gebrauchen, die, nach vorstehender Formel berechnet, mit 3 Zähnen beginnt und, indem sie immer nur um 1 fortschreitet, mit 300 endet; eine Grenze, innerhalb welcher gewiß die Zähnezahl der meisten Räder liegen dürfte.

Ist für ein Getriebe oder Rad die Anzahl seiner Stöcke oder Zähne bestimmt: so multiplicire man die Zahl, welche in der mit „Halbmesser in Zollen" überschriebenen Verticalcolumne hinter der betreffenden Zähnezahl steht, mit der ebenfalls bekannten Theilung (t): so giebt die producirte neue Zahl den gewünschten Halbmesser des Rades in Fußen, Zollen, Linien; je nachdem die Theilung in einem dieser Gemäße angegeben war. Der größeren Bequemlichkeit wegen pflegt man indeß die Theilung stets in Zollen anzunehmen.

Digitized by Google

| Zähne | Halbmesser in Zollen | Zähne | Halbmesser in Zollen | Zähne | Halbmesser in Zollen |
|---|---|---|---|---|---|
| 3 | 0,5774 | 38 | 6,0550 | 73 | 11,6220 |
| 4 | 0,7070 | 39 | 6,2140 | 74 | 11,7810 |
| 5 | 0,7994 | 40 | 6,3730 | 75 | 11,9400 |
| 6 | 1,0000 | 41 | 6,5320 | 76 | 12,0990 |
| 7 | 1,1524 | 42 | 6,6910 | 77 | 12,2585 |
| 8 | 1,3066 | 43 | 6,8500 | 78 | 12,4175 |
| 9 | 1,4619 | 44 | 7,0090 | 79 | 12,5765 |
| 10 | 1,6180 | 45 | 7,1680 | 80 | 12,7355 |
| 11 | 1,7745 | 46 | 7,3270 | 81 | 12,8950 |
| 12 | 1,9320 | 47 | 7,4860 | 82 | 13,0540 |
| 13 | 2,0895 | 48 | 7,6450 | 83 | 13,2130 |
| 14 | 2 2470 | 49 | 7,8040 | 84 | 13,3705 |
| 15 | 2,4050 | 50 | 7,9630 | 85 | 13,5315 |
| 16 | 2,5630 | 51 | 8,1220 | 86 | 13,6905 |
| 17 | 2,7210 | 52 | 8,2810 | 87 | 13,8495 |
| 18 | 2,8795 | 53 | 8.4400 | 88 | 14,0085 |
| 19 | 3,0380 | 54 | 8,5990 | 89 | 14,1680 |
| 20 | 3,1960 | 55 | 8,7585 | 90 | 14,3270 |
| 21 | 3,3550 | 56 | 8,9175 | 91 | 14,4860 |
| 22 | 3,5135 | 57 | 9,0765 | 92 | 14,6450 |
| 23 | 3,6720 | 58 | 9 2355 | 93 | 14,8040 |
| 24 | 3,8305 | 59 | 9,3945 | 94 | 14,9635 |
| 25 | 3,9895 | 60 | 9,5535 | 95 | 15,1225 |
| 26 | 4,1480 | 61 | 9,7125 | 96 | 15,2815 |
| 27 | 4,3070 | 62 | 9,8720 | 97 | 15,4405 |
| 28 | 4,4655 | 63 | 10,0310 | 98 | 15,6000 |
| 29 | 4,6245 | 64 | 10,1910 | 99 | 15,7590 |
| 30 | 4,7835 | 65 | 10,3490 | 100 | 15,9180 |
| 31 | 4,9425 | 66 | 10,5080 | 101 | 16,0775 |
| 32 | 5,1010 | 67 | 10,6675 | 102 | 16,2365 |
| 33 | 5,2600 | 68 | 10,8265 | 103 | 16,3955 |
| 34 | 5,4190 | 69 | 10,9855 | 104 | 16,5545 |
| 35 | 5,5780 | 70 | 11,1445 | 105 | 16,7135 |
| 36 | 5,7370 | 71 | 11,3035 | 106 | 16,8730 |
| 37 | 5,8960 | 72 | 11,4630 | 107 | 17,0320 |

Digitized by Google

| Zähne | Halbmesser in Zollen | Zähne | Halbmesser in Zollen | Zähne | Halbmesser in Zollen |
|---|---|---|---|---|---|
| 108 | 17,1910 | 143 | 22,7610 | 178 | 28,3310 |
| 109 | 17,3500 | 144 | 22 9200 | 179 | 28,4900 |
| 110 | 17,5090 | 145 | 23,0790 | 180 | 28,6495 |
| 111 | 17,6685 | 146 | 23,2385 | 181 | 28,8085 |
| 112 | 17,8275 | 147 | 23,3975 | 182 | 28,9675 |
| 113 | 17,9870 | 148 | 23,5565 | 183 | 29,1265 |
| 114 | 18,1460 | 149 | 23,7160 | 184 | 29,2860 |
| 115 | 18,3055 | 150 | 23,8750 | 185 | 29,4450 |
| 116 | 18,4645 | 151 | 24,0340 | 186 | 29,6045 |
| 117 | 18,6235 | 152 | 24,1935 | 187 | 29,7635 |
| 118 | 18,7825 | 153 | 24,3525 | 188 | 29,9225 |
| 119 | 18,9415 | 154 | 24,5115 | 189 | 30,0812 |
| 120 | 19,1010 | 155 | 24,6705 | 190 | 30,2410 |
| 121 | 19,1600 | 156 | 24,8300 | 191 | 30,4000 |
| 122 | 19,4190 | 157 | 24,9890 | 192 | 30,5590 |
| 123 | 19,5780 | 158 | 25,1480 | 193 | 30,7180 |
| 124 | 19,7375 | 159 | 25,3075 | 194 | 30,8775 |
| 125 | 19,8965 | 160 | 25,4665 | 195 | 31,0365 |
| 126 | 20,0555 | 161 | 25,6255 | 196 | 31,1960 |
| 127 | 20,2145 | 162 | 25,7842 | 197 | 31,3550 |
| 128 | 20,3740 | 163 | 25,9440 | 198 | 31,5140 |
| 129 | 20,5330 | 164 | 26,1030 | 199 | 31,6730 |
| 130 | 20,6920 | 165 | 26,2620 | 200 | 31,8325 |
| 131 | 20,8515 | 166 | 26,4215 | 201 | 31,9915 |
| 132 | 21,0120 | 167 | 26,5805 | 202 | 32,1505 |
| 133 | 21,1695 | 168 | 26,7395 | 203 | 32,3100 |
| 134 | 21,3285 | 169 | 26,8990 | 204 | 32,4690 |
| 135 | 21,4880 | 170 | 27,0580 | 205 | 32,6280 |
| 136 | 21,6470 | 171 | 27,2170 | 206 | 32,7870 |
| 137 | 21,8060 | 172 | 27,3760 | 207 | 32,9465 |
| 138 | 21,9655 | 173 | 27,5354 | 208 | 33,1055 |
| 139 | 22,1245 | 174 | 27,6945 | 209 | 33,2645 |
| 140 | 22,2835 | 175 | 27,8535 | 210 | 33,4240 |
| 141 | 22,4425 | 176 | 28,0130 | 211 | 33,5830 |
| 142 | 22,6020 | 177 | 28,1720 | 212 | 33,7420 |

Digitized by Google

| Zähne | Halbmesser in Zollen | Zähne | Halbmesser in Zollen | Zähne | Halbmesser in Zollen |
|---|---|---|---|---|---|
| 213 | 33,9015 | 243 | 38,6755 | 273 | 43,4500 |
| 214 | 34,0605 | 244 | 38,8350 | 274 | 43,6095 |
| 215 | 34,2195 | 245 | 38,9940 | 275 | 43,7685 |
| 216 | 34,3785 | 246 | 39,1530 | 276 | 43 9275 |
| 217 | 34,5375 | 247 | 39,3125 | 277 | 44 0870 |
| 218 | 34,6970 | 248 | 39,4715 | 278 | 44,2461 |
| 219 | 34,8560 | 249 | 39,6305 | 279 | 44,4050 |
| 220 | 35,0155 | 250 | 39,7900 | 280 | 44,5640 |
| 221 | 35,1745 | 251 | 39,9490 | 281 | 44,7230 |
| 222 | 35,3335 | 252 | 40,1080 | 282 | 44,8825 |
| 223 | 35,4925 | 253 | 40,2670 | 283 | 45,0422 |
| 224 | 35,6520 | 254 | 40,4265 | 284 | 45,2015 |
| 225 | 35,8110 | 255 | 40,5855 | 285 | 45,3600 |
| 226 | 35,9705 | 256 | 40,7445 | 286 | 45,5191 |
| 227 | 36,1290 | 257 | 40,9040 | 287 | 45,6780 |
| 228 | 36,2885 | 258 | 41 0631 | 288. | 45,8375 |
| 229 | 36,4475 | 259 | 41 2220 | 289 | 45,9965 |
| 230 | 36,6070 | 260 | 41,3815 | 290 | 46,1560 |
| 231 | 36,7660 | 261 | 41,5405 | 291 | 46,3150 |
| 232 | 36,9250 | 262 | 41,6995 | 292 | 46,4740 |
| 233 | 37,0840 | 263 | 41,8585 | 293 | 46,6335 |
| 234 | 37,2435 | 264 | 42 0190 | 294 | 46,7920 |
| 235 | 37,4025 | 265 | 42,1770 | 295 | 46,9511 |
| 236 | 37,5615 | 266 | 42 3365 | 296 | 47,1115 |
| 237 | 37,7205 | 267 | 42,4955 | 297 | 47,2705 |
| 238 | 37,8800 | 268 | 42 6545 | 298 | 47,4290 |
| 239 | 38,0390 | 269 | 42,8135 | 299 | 47,5882 |
| 240 | 38,1985 | 270 | 42 9730 | 300 | 47,7474 |
| 241 | 38,3575 | 271 | 43,1325 | | |
| 242 | 38,5165 | 272 | 43,2910 | | |

Digitized by Google

### Erstes Beispiel.

Wie groß wird man den Halbmesser eines Kammrades von 96 Zähnen zu machen haben, wenn die Theilung $2\frac{1}{2}$ Zoll betragen soll?

### Auflösung.

Multiplicirt man die in der Tabelle hinter 96 stehende Zahl 15,2815 mit der Theilung 2,5 Zoll: so ist der Theilkreishalbmesser des Rades oder

$$R = 15{,}2815 \cdot 2{,}5 = 38{,}20375 \text{ Zoll} = 3 \text{ Fuß } 2 \text{ Zoll } 2 \text{ und beinahe } \tfrac{1}{2} \text{ Linie.}$$

### Zweites Beispiel.

Wie groß wird der Halbmesser eines dazu gehörigen siebenstöckigen Getriebes werden?

### Auflösung.

Es ist $r = 1{,}1524 \cdot 2{,}5 = 2{,}88$ Zoll $= 2$ Zoll 10 und beinahe $\frac{3}{5}$ Linie.

### §. 152.

Um deutlicher den Unterschied zwischen der Länge eines Bogens und der zugehörigen Sehne vor die Augen zu führen, wollen wir beide für das Kammrad und Getriebe des vorigen §. berechnen.

Ist zuerst $ac = bc = R = 38{,}20375$ Zoll, Fig. 83 (Taf. XI), die Anzahl der Kämme $a = 96$: so ist, wenn $< bca$ mit $\varphi^0$ bezeichnet wird,

$$\varphi^0 : 360^0 = \text{Bogen } ab : 2\,R \cdot \pi$$

d. h., der Winkel acb, in Graden ausgedrückt, verhält sich zu der Summe der um den Punct c liegenden 4 rechten oder zu $4 \cdot 90 = 360$ Graden, wie der dem $< \varphi$ zugehörige Bogen ab zu dem ganzen Kreisumfange $2\,R \cdot \pi$ vom Halbmesser R.

Digitized by Google

Aus vorstehender Proportion folgt aber:

Bogen $ab = \frac{\varphi^0}{360^0} : 2 . R . \pi$ oder, weil $< \varphi = \frac{360^0}{a}$

$= \frac{360^0}{96} = 3\frac{3}{4}{}^0 = 3^0 75'$,

Bogen $ab = \frac{3,75^0}{360^0} . 2 . 38,20375 \cdot 3,1415926...$

$= 2,50043$ Zoll.

Um die halbe Sehne $ad = db = \frac{ab}{2} = \frac{t}{2}$ zu finden, fällen wir aus c auf ab das Loth cd, dann ist $<$ $acd = < bcd = < \frac{1}{2} \varphi = \frac{3\frac{3}{4}{}^0}{2} = 1\frac{7}{8}{}^0 = 1^0$ $52' 30''$ und $\frac{bd}{bc} = \sin. bcd$ oder $bd = bc . \sin.$ $bcd = R . \sin. \frac{1}{2} \varphi$, mithin

$bd = 38,20375 . \sin. 1^0 52' 30'' = 1,24999...$ Zoll u.

$ab = 2,49998...$ Zoll.

Zieht man den Längenwerth der Geraden ab von dem des Bogens ab: so erhält man $2,50043 - 2,49998 = 0,00045 = \frac{45}{100000} = \frac{27}{60000} =$ cc. $\frac{1}{148}$ Linie; eine so unbedeutende Differenz, daß sie mit dem schärfsten Instrumente nicht mehr gemessen werden kann.

Ist zweitens $ac = bc = r = 2,88$ Zoll, die Anzahl der Stöcke des Getriebes $a_1 = 7$; so ist $< \varphi = \frac{360^0}{7} = 51\frac{3}{7}{}^0 = 51^0 25' 42,86...''$, also $\frac{1}{2} \varphi = 25^0$ $42' 51,43...''$ und deßhalb

Bogen $ab = \frac{51\frac{3}{7}}{360} . 2 . 2,88... . 3,141.... = 2,5851...$

Zoll. Sehne $ab = 2 \cdot r \cdot \sin. \frac{1}{2} \varphi = 2 \cdot 2,88 \cdot$ $\sin. 25^0 42' 51,43'' = 2,49917$ Zoll, mithin die Differenz beider $= 2,5851... - 2,49917... = 0,08593$ Zoll $=$ cc. 1 Linie.

Mit dieser durchgeführten Rechnung wäre also das in §. 151 Gesagte bewiesen, daß nämlich mit der Ver-

Digitized by Google

kleinerung der Halbmesser die Differenzen zwischen den Bogen und der zugehörigen Sehnen wachsen.

## §. 153.

Sind, nach Anleitung der vorhergehenden §§., der Theilkreis, die Theilung und damit die Anzahl der Kämme und Stöcke bestimmt: so ist das Verfahren des Zureißens der Kammlöcher verschieden. Ist kb, Fig. 84 (Taf. XI) ein Theil eines Kammrades und ad = de = eb = .... der Theilung t: so wird entweder

1) die ganze Kamme a hinter den Halbmesser ac gelegt, oder

2) der Halbmesser dc geht durch die Mitte der Kamme und ihre vordere Griff- und hintere Fläche sind, um sie, der besseren Abnutzung wegen, umwenden zu können, parallel, also der Zahn von überall gleicher Dicke (d); oder

3) die Seitenflächen der Kamme e gehen, wie bei a, beide nach der Mitte c des Rades und können also nicht umgewandt werden.

Welche von diesen Methoden der Erbauer eines Rades wählen will, muß ihm füglich überlassen bleiben und ist deßhalb dieser Gegenstand von keiner so großen Bedeutung, bei ihm länger zu verweilen.

## §. 154.

Der Natur der Sache nach müssen allerdings die Achsen der Getriebestöcke, wie auch die Seiten selbst, centrisch nach dem gemeinschaftlichen Durchschnittspuncte c, Fig. 85 (Taf. XI) der Achse des Mühleisens mit der der Radwelle gerichtet sein; von dem Puncte c also sämmtliche Linien cfd, ceg, cb, ckh... ausgehen, auf welche letztere die Kamme b rechtwinklig eingesetzt ist. Will man aber diese, für den ruhigen Gang einer Mühle allerdings beste, Methode annehmen, so darf das Mühleisen ac und das mit ihm verbundene Getriebe defg

Digitized by Google

nicht im Geringsten gehoben oder gesenkt werden, weil die Theilung nach unten ab-, nach oben zunimmt; ein Verfahren, das, wegen der oft zu verändernden Stellung des Läufersteines andrerseits wieder nicht zulässig ist. Man muß deßhalb leider von dem sogenannten conischen (abgeleitet von conus der Kegel) Geschirr abgehen und sich dem einfacheren geraden zuwenden, bei dessen Construction man wenigstens danach trachten muß, beide Principe nach Möglichkeit zu vereinen.

Dies kann annähernd auf mehrfache Weise geschehen, je nachdem die Theillinie ac in Fig. 84 (Taf. XI) vor der Kamme her und dabei die Griffflächen parallel oder centrisch, oder mitten durch dieselbe, wie dc, geht; wobei abermals die Griffflächen parallel wie bei d, oder centrisch wie bei e, construirt werden können.

Giebt man dem Stocke ab, Fig. 86 (Taf. XI) dessen Achse ac senkrecht steht, im Theilkreise $mm_1$ seine ihm zu kommende Dicke ($d_1$) und zieht durch die Endpuncte $mm_1$ die beiden centrischen Linien cmr und $cm_1r_1$: so ist dessen Form bestimmt. Kann man, ohne daß dadurch der Stock am untern Ende b zu sehr geschwächt wird, durch m und $m_1$ mit ct und $ct_1$ Parallelen sq und $s_1q_1$ legen, so daß die anfängliche Stockform $rqq_1r_1$ übergeht in die $sqq_1s_1$: so ist auf diese Weise ein conisches Getriebe hergestellt, in welchem die Achsen ab,... sämmtlicher Stöcke parallel und lothrecht stehen, also durchweg gleiche Theilung haben. Dieses Verfahren ist um so mehr zu empfehlen, wenn die Getriebestöcke aus eisernen Zähnen bestehen.

Will man endlich den Stöcken durch eine größere Breite mehr Festigkeit geben: so construirt man sie auch wohl länglich rund, statt kreisförmig, wie dies aus Fig. 87 (Taf. XI) zu ersehen ist. Dabei ist $ac_1bd_1$ der anfänglich kreisrunde, $a_1c_1b_1d_1$ der nach der Kreisevolvente abgeplattete Querschnitt des Getriebestockes. Die Beschreibung und Construction ebengenannter Kreisevolvente folgt weiter unten.

Digitized by Google

## §. 155.

Zieht man vor, die Getriebestöcke cylindrisch zu lassen, wohl aber die Grifflächen der Kammen in der Längenrichtung des Stockes abzurunden, so kann dies in folgender Weise geschehen: in Fig. 88 (Taf. XII) sei a der Mittelpunct des Kammrades, auf dessen Theilkreise b c d $b_1$ c und d die Mittelpuncte dreier aufeinander folgenden Kämme sind. Man theile eine Theilung, z. B. cd in 14 gleiche Theile und gebe der Dicke ef der Kamme deren 7, der Breite gh, in der Richtung des Radius ha, deren 11 und der Länge oder Höhe derselben 9 solcher Theile. Durch die Puncte b, e, f und d ziehe man nach a ebensoviele Radien und durch die Theilpuncte b und d Linien, die mit dem Halbmesser ca parallel sind. Wenn man nun aus den Puncten b und d mit der halben Stärke des Kammkopfes ef, oder mit $3\frac{1}{2}$ Theilen der Theilung bc = cd, Kreise beschreibt: so werden diese sowohl die Radien a d und a b in q. als auch die Parallelen o p, o p in p und p schneiden. Die zwischen den Durchschnittspuncten je zwei dieser Linien o und q oder p und q liegenden Sehnen dieser Kreise geben das Maß, um das die Kammköpfe, der Breite nach, nach beiden Enden hin verjüngt werden müssen. Trägt man diese Länge o p und p q von s nach r und legt durch die jedesmaligen 3 Puncte rfr und rer entsprechende Kreisbögen: so geben letztere die richtige Gestalt der Kämme an.

## §. 156.

Von fast ebenso großer Wichtigkeit wie die Theilung, ist für den ruhigen Gang des Räderwerkes die Gestalt der Zähne und die richtige Lage der Werke selbst gegen einander. Was letztere anlangt, so müssen alle Räder so gelegt werden, daß die Achsen beziehungsweise vertical und horizontal liegen und die Theilkreise zweier unmittelbar in einander greifenden Räder sich genau

Digitized by Google

und scharf berühren, ohne sich indeß zu schneiden. Die verlängerte Achse des Mühleisens muß die der Wasserradswelle genau schneiden.

Die einfachste Manier, die Abrundung eines Zahnes über dem Theilkreise a b des Kammrades Fig. 89 (Taf. XII) zu finden, ist unstreitig die, daß man den Theilkreis des Getriebes c auf dieser Geraden ab abwälzt. Ein beliebiger Punct d im Theilkreise des Getriebes c wird dann die Linie a d beschreiben, die man Radlinie oder Cycloide nennt.

Man hefte zu diesem Zwecke ein Lineal ab, Fig. 89 (Taf. XII) auf ein verhältnißmäßig großes und ebenes Brett, schneide sich ein anderes Brettchen c, genau abgerundet nach dem Theilkreisumfange des fraglichen Getriebes, befestige in einem beliebigen Puncte d dieses Umfanges einen scharfen Stift und drehe nun, in der Richtung des übergezeichneten Pfeiles, die Scheibe c auf dem Lineal ab vorwärts, ohne dabei die Scheibe im geringsten gleiten zu lassen: so wird der von a ausgegangene Stift d die der Abrundung des zugehörigen Zahnes zukommende Linie, die Cycloide ad beschreiben. Errichtet man auf ab in a das Loth a g, macht ae = der Kammkopfhöhe und zieht durch e mit ab die Parallele ef: so ist die Länge dieser ef die Größe der Abweichung der Cycloide a f d von ag oder der senkrechten Griffläche der Kamme.

Ist das Getriebe, in welches ein Kammrad eingreift, nicht mit runden Stöcken, sondern, in Stirnradsform, mit Zähnen versehen: so erhält man die Abrundung dieser, wenn man auf dem Umfange der den Theilkreis darstellenden Scheibe C, Fig. 90 (Taf. XII) die gerade Linie oder den Theilkreis bc des Kammrades so abwälzt, daß z. B. der Anfangspunct a nach $a_1 a_2 a_3$... gelangt ist, wenn bc in die Lagen $b_1 c_1$, $b_2 c_2$... übergegangen ist. Die auf solche Weise durch den in a angebrachten Stift niedergezeichnete Linie $a\, a_1 a_2 a_3$... wird eine Kreisevolvente genannt. Zieht man durch den Anfangspunct a aus dem Mittel der Scheibe C die Ge-

Digitized by Google

rade Cae, macht ae = der Kammkopfshöhe und beſchreibt aus C den Bogen ef: ſo iſt durch die Puncte a und f die geneigte Lage der Evolvente aa,f gegen die Griffſläche des Zahnes oder den Halbmeſſer aC beſtimmt. Streng genommen dürfen für die Abrundungen der Kämme und des Zahnes nicht die Cycloide und Evolvente ſelbſt, ſondern Linien genommen werden, welche in der halben Dicke des Zahnes oder Stockes parallel mit jeder gezogen werden; indeß iſt der Unterſchied ſo geringg, daß wir, der Kürze wegen, das zuerſt gezeigte Verfahren beibehalten wollen.

## §. 157.

Um den ganzen Zahn eines Kammrades zu verzeichnen, ziehe man deſſen Theilkreis, d. i. die gerade Linie PQ, Fig. 91 (Taf. XII) errichte auf ihr in A ein Loth AC, auf das man von A aus die Länge des Getriebehalbmeſſers AC aufträgt: beſchreibe mit CA aus C den Theilkreisbogen MAN..., in welchen man, von A aus, vermittelſt eines ſcharfen Zirkels die berechneten Theilpuncte M... N... und zugleich durch Kreiſe die Dicke der Stöcke M, A, N... einzeichnet; lege, wenn das Kammrad in der Richtung von Q nach P umgeht, unmittelbar an den Stock A, rechtwinklich auf PQ, die Griffſläche pq des zweiten Zahnes, trage von q nach d die Theilung $\overset{\frown}{AM} = AN = t$ und errichte in d ebenfalls die Normale df, die Griffſläche des erſten Zahnes. Zieht man nun von A nach M die beide Mitten verbindende Sehne AM: ſo wird dieſe den Umfang des Stockes M in b ſchneiden und, eine Parallele bu aus dem Puncte b mit dem Theilkreiſe PQ gezogen, die Länge des Kammkopfes über dem Theilkreiſe beſtimmen. Zugleich iſt der Punct b die Stelle, an welcher der erſte Zahn den Stock M verläßt, wenn der zweite den Stock A vollkommen ergriffen hat. Der in dieſem Augenblicke aus der Mitte C des Getriebes durch die Mitte des Stockes

Digitized by Google

A gezogene Halbmesser C A muß dann winkelrecht auf dem Theilkreise P Q stehen. Durch die Puncte b und d der Kamme 1 legt man nun den Cyclordenbogen b d und ist damit deren vordere (Griff-) Seite b d f bestimmt. Trägt man nun, in der Richtung von P nach Q, die Dicke der Kamme von d nach e, so daß d e = dem berechneten d, zieht durch e mit d f die Parallele eg und legt von e nach c denselben Bogen $\overset{\frown}{e\,c} = \overset{\frown}{b\,d}$ so ist die Kamme vollendet und ihr werden alle übrigen natürlich gleich. Wird eine nicht so große Accurateſſe für die Gestaltung des Zahnes gefordert: so kann man die Cycloide auch durch einen Kreisbogen ersetzen und dann in folgender Weise verfahren:

Man suche mit einem Halbmesser $\overset{\frown}{A\,M} = t$, Fig. 91 (Taf. XII) zu den beiden Puncten b und d das Mittel x u. beschreibe aus diesem x mit x b = x d = $\overset{\frown}{A\,M} = t$ den Bogen bd, mache $\overset{\frown}{b\,d} = \overset{\frown}{c\,e}$ und verfahre wie vorhin. Wir hätten damit auch zugleich die in §. 149 unerledigt gebliebene Bestimmung der Länge b f der Kamme durch die Zeichnung gefunden. Gewöhnlich theilt man dabei die ganze Kammenhöhe oder Länge l in 9 gleiche Theile, giebt davon 4 dem Kammkopfe über und 5 dem Kammfuße unter dem Theilkreise PQ. Ist die Länge des Untertheils d f = e g durch die halbe Dicke des Stockes A gegeben und man will der Forderung Genüge leisten, daß $eg = \frac{4}{5} \cdot ec$: so wird bc um die bezeichnete Höhe weiter hinaufgerückt werden müssen. Wäre z. B. d f = e g = $1\frac{1}{2}$ Zoll: so wird das verlängerte $ec = \frac{4}{5} \cdot 1\frac{1}{2} = 1\frac{1}{5}$ Zoll und durch Addition die ganze Kammenlänge $l = 1\frac{1}{2} + 1\frac{1}{5} = 2\frac{7}{10}$ Zoll. Es ist zugleich $1\frac{1}{5} : 1\frac{1}{2} = \frac{4}{5} : \frac{5}{5} = 4 : 5$, wie verlangt wurde.

Digitized by Google

## §. 158.

Zu einem der wichtigsten Gegenstände bei der innern Anlage einer Mahlmühle ist die Bestimmung der Schwere und Größe des Läufersteines gemacht und haben sich manche schätzenswerthe Gelehrte große Mühe gegeben, beide durch Rechnung zu bestimmen. Obschon ich das Streben jener Männer auf das vollkommenste zu würdigen bereit bin: so glaube ich doch, daß die Schwere eines Steines von nicht so großem Einflusse auf das Arbeitsvermögen einer Mühle sein dürfte, daß z. B. ein 2 Fuß hoher Läufer doppelt so viel leistete, als ein 1 Fuß hoher, wie jene Herren wollen und was überall durch die Erfahrung widerlegt wird; wohl aber, daß mit mir jeder Müller der Ueberzeugung sein wird, daß der Durchmesser — die Länge — der Steine von desto entschiedenerem Einfluß auf das Arbeitsvermögen einer Mahlmühle ist.

Nach darüber von verschiedenen Mechanikern, wie auch vom Verfasser, angestellten Versuchen, kann man mit ziemlicher Sicherheit annehmen, daß die äußerste Umfangsgeschwindigkeit des Läufers zu 24 Fuß pro Sec. festgestellt werden kann. Nennen wir diese Geschwindigkeit pro Sec. = v, den Halbmesser des Mühlsteins = r, dessen Umgänge in 1 Minute = u: so sind, mit Hülfe der Formel des §. 51, wo $u = 9{,}5493... \frac{v}{r}$ für jede Mühlsteinlänge sofort dessen Umgänge pro Minute zu berechnen und in nachstehender Tabelle für die gebräuchlichsten Steinmasse die entsprechenden Umgänge zusammengestellt.



Digitized by Google

| Durchmesser des Steines in Zollen | Umgänge des Steines in 1 Minute | Durchmesser des Steines in Zollen | Umgänge des Steines in 1 Minute |
|---|---|---|---|
| 36 | 153 | 55 | 100 |
| 37 | 149 | 56 | 98 |
| 38 | 145 | 57 | 96 |
| 39 | 141 | 58 | 95 |
| 40 | 137 | 59 | 93 |
| 41 | 134 | 60 | 92 |
| 42 | 131 | 61 | 90 |
| 43 | 128 | 62 | 89 |
| 44 | 125 | 63 | 87 |
| 45 | 122 | 64 | 86 |
| 46 | 120 | 65 | 84 |
| 47 | 117 | 66 | 83 |
| 48 | 114 | 67 | 82 |
| 49 | 112 | 68 | 81 |
| 50 | 110 | 69 | 80 |
| 51 | 108 | 70 | 79 |
| 52 | 106 | 71 | 77 |
| 53 | 104 | 72 | 76 |
| 54 | 102 | | |

Daß übrigens die in jeder Gegend übliche Mahlart, die Verschiedenartigkeit der Steinmassen, wie der Getreidesorten, die mit einem Paar Mühlsteinen stets oder abwechselnd vermahlen werden, von nicht zu übersehendem Einflusse auf die Länge der Steine sind, braucht wohl kaum noch erwähnt zu werden und soll deßhalb vorstehende Tabelle nur ein nächstes Anhalten darbieten.

Wenn der Läuferstein des Beispiels in §. 148 in 1 Minute 120 mal umging: so müßte er demnach einen Durchmesser von 46 Zoll = $3\frac{5}{6}$ Fuß haben und nach der Tabelle des §. 125 eine Umtriebskraft von $3\frac{1}{2}$ bis $3\frac{9}{10}$ Maschinenpferden.

Es leuchtet also ein, daß von der einem Rade innewohnenden Kraft der Durchmesser des Läuferstetnes,

Digitized by Google

von diesen dessen Umgänge und von letzteren die Einrichtung des ganzen inneren Räderwerkes abhängt.

## §. 159.

Denkt man sich die Kreisfläche der Steinbahn vom Mittelpuncte c, Fig. 92 (Taf. XII) aus, in so viele kleine Theile zerlegt, daß man den Bogen ab eines solchen Theiles als eine gerade Linie ansehen darf, also den Ausschnitt abc als ein gleichschenkliges Dreieck: so findet man den Schwerpunct d dieses Kreissectors, wenn man aus der Mitte c nach der Mitte e der gegenüberliegenden Sehne ba das Loth ce zieht, dieses in 3 gleiche Theile theilt und den äußersten Punct d = $\frac{2}{3}$ des Halbmessers ce als solchen annimmt. Da nun die ganze Kreisfläche oder die Mahlbahn der Steine als aus lauter solchen kleinen Dreiecken zusammengesetzt gedacht werden kann: so darf man sich auch vorstellen, daß die von dem Kammrade dem Läufersteine übertragene Kraft als in dem von dem Puncte d um c beschriebenen Kreise angehäuft ist. Sind nun bei zwei verschiedenen Steinpaaren in diesen s. g. Kraftkreisen die producirten mechanischen Momente einander gleich: so sind, vom reintheoretischen Gesichtspuncte aus betrachtet, überhaupt beide Maschinen von gleichem Leistungsvermögen, selbst bei der verschiedensten Bauart ihrer Räderwerke. Ob aber diese Behauptung gegründet ist, soll uns die folgende Berechnung lehren.

### Aufgabe.

Ein im Theilkreise 10 Fuß hohes Wasserrad A, Fig. 93 (Taf. XII) habe eine Umfangsgeschwindigkeit v = 4 Fuß pro Sec. und, nach Abzug der Zapfenreibung einen reinen Nutzeffect von 4 Maschinenpferden. Die Anlage ist der Art, daß abwechselnd zu beiden Seiten des Wasserrades 2 Mahlgänge in Umgang gesetzt werden können; der eine links vom großen Kammrade B, der andere rechts von dem kleinen C; man fragt,



Digitized by Google

welcher von beiden Mahlgängen den größten Nutzeffect liefern wird, wenn übrigens die Größe und Schwere beider Läufersteine I und G genau gleich sind?

Auflösung.

Nach der Tabelle des §. 125 können, bei dem Vorhandensein einer Kraft von 4 Maschinenpferden, die Steine vollkommen 4 Fuß lang sein und nach der des §. 158 in 1 Minute 114 mal umgehen. Ist der Theilkreishalbmesser des Rades A = 5 Fuß = R und die Umfangsgeschwindigkeit v = 4 Fuß pro Sec., so macht das Rad, nach §. 51, in 1 Minute $u = 9{,}5493 \cdot \frac{v}{R}$ = 9,5493 · $\frac{4}{5}$ = 7,64... Umgänge und ist deßhalb, nach §. 148, das Verhältniß des Raddurchmessers von B, zu dem des Getriebes D, wie 114 zu 7,64 oder wie 14,922... zu 1. Ist ferner die im Theilkreise von A ausgeübte Gewalt = 4 Pferdekräften = 4.550 = 2200 Fußpfunden pro Sec., erzeugt durch die Umfangsgeschwindigkeit v = 4 Fuß: so ist, nach §. 43, das an dem Wasserradshalbmesser R = 5 Fuß wirkende Druckgewicht, $= \frac{2200}{4} = 550$ Pfund = P.

Geben wir dem ersten Kammrade B zur linken Seite einen willkürlichen Theilkreishalbmesser B K = 8 Fuß = $R_1$: so erhält das Getriebe D, nach dem Verhältnisse 14,922... zu 1, den Radius $DK = 8 \cdot \frac{1}{14{,}922...}$ = 0,53614... Fuß = 6 Zoll 5$\frac{1}{2}$ Linien = r.

Die Halbmesser der Kraftkreise sind bei beiden Steinepaaren einander gleich, nämlich IM = LG = $\frac{3}{8} \cdot 2$ = 1$\frac{1}{2}$ Fuß = $R_2$.

Ruht in dem Theilkreise des Rades A, in einer Entfernung von 5 Fuß vom Mittel, das Gewicht 550 Pfund: so muß im Theilkreise des Rades B, in einer

Digitized by Google

Entfernung von 8 Fuß vom Mittel, das Gewicht 343¾ Pfunden = P sich vorfinden; denn

$R_1 : R = P : P_1$ also $P_1 = P \cdot \frac{R}{R_1} = 550 \cdot \frac{5}{8} = 343{,}75.$

War dagegen am Ende des 5 Fuß langen Halbmessers von A eine Geschwindigkeit pro Sec. von 4 Fuß = v: so wird die am Ende des 8 Fuß hohen von B, d. i. $v_1 = 6{,}4$ Fuß sein, denn $R : R_1 = v : v_1$, also $v_1 = v \cdot \frac{R_1}{R} = 4 \cdot \frac{8}{5} = 6\frac{2}{5}$.

Dieselbe Druckwirkung $P_1$ und Geschwindigkeit $v_1$ des Rades B im Puncte K nimmt das Getriebe D an seinem Halbmesser DK = 0,53614... Fuß = r zur Weiterbeförderung auf und theilt dem Kraftkreise, vom Halbmesser IM = $1\frac{1}{3}$ Fuß = $R_2$ einen Druck von $r \cdot \frac{P_1}{R_2}$

$= 0{,}53614 \cdot \frac{343{,}75}{1{,}3333...} = 138{,}23...$ Pfunden $= P_2$

und eine Geschwindigkeit von $v_1 \cdot \frac{R_2}{r} = 6{,}4 \cdot$

$\cdot \frac{1{,}3333...}{0{,}53614...} = 15{,}916...$ Fuß pro Sec. $= v_2$ mit.

Durch Zusammenstellung aller Werthe erhält man das Kraftmoment Pv, $P_1 v_1$ und $P_2 v_2$ jedes einzelnen Rades in folgender Weise:

1) für das Wasserrad: Druck P = 550 Pfund, Geschwindigkeit v = 4 Fuß, giebt das mechanische Moment Pv = 550 · 4 = 2200 Fußpfund,

2) für das Kammrad: Druck $P_1 = 343{,}75$ Pfund, Geschwindigkeit $v_1 = 6{,}4$ Fuß; mechanisches Moment $P_1 \cdot v_1 = 343{,}75 \cdot 6{,}4 = 2200$ Fußpfund,

3) für das Getriebe: Druck $P_1 = 343{,}75$ Pfund, Geschwindigkeit $v_1 = 6{,}4$ Fuß; mechanisches Moment $P_1 \cdot v_1 = 343{,}75 \cdot 6{,}4 = 2200$ Fußpfund,

4) für den Kraftkreis: Druck $P_2 = 138{,}23$ Pfund, Geschwindigkeit $v_2 = 15{,}916...$ Fuß; mechanisches Mo-

Digitized by Google

ment $P_2 \cdot v_2 = 138{,}23 \cdot 15{,}916 = 2200$ Fußpfund pro Sec.

Wenden wir uns jetzt zu der rechten Seite unserer Zeichnung, deren Rädern und Kraftmomenten:

Das Verhältniß des Kammrades C zum Getriebe E bleibt dasselbe, wie vorhin, nämlich 14,922... zu 1. Geben wir dem Rade C den willkürlichen Halbmesser $CF = 4$ Fuß $= R_1$: so wird $FN = 4 \cdot \frac{1}{14{,}922}$ $= 0{,}26807$ Fuß $= 3$ Zoll $2\frac{3}{5}$ Linien $= r$, dem Halbmesser des Getriebes E.

Ist nun, wie vorhin, die Endgeschwindigkeit des 5 Fuß messenden Halbmessers vom Rade A $= 4$ Fuß pr. Sec. $= v$ und sein Druckgewicht in derselben Entfernung $= \frac{2200}{4} = 550$ Fußpfund $= P$: so ist die Geschwindigkeit am Ende des 4 Fuß langen Halbmessers des Rades C, d. i. $v_1 = v \cdot \frac{R_1}{R} = 4 \cdot \frac{4}{5} = 3\frac{1}{5}$ Fuß und der an demselben wirkende Druck $P_1 = P \cdot \frac{R}{R_1}$ $= 550 \cdot \frac{5}{4} = 687\frac{1}{2}$ Pfund. Beide Werthe nimmt das Getriebe E in dem Puncte F unverändert auf, um sie auf den Kraftkreis vom Halbmesser $GL = R_2 = 1\frac{1}{3}$ Fuß zu übertragen. Die Geschwindigkeit am Ende dieses Halbmessers ist daher $v_2 = v_1 \cdot \frac{R_2}{R} = 3{,}2 \cdot \frac{1{,}3333...}{0{,}26807...} = 15{,}916...$ Fuß und der an demselben wirkende Druck $P_2 = r \cdot \frac{P_1}{R_2} = 0{,}26807 \cdot \frac{687{,}5}{1{,}3333}$ $= 138{,}23$ Pfund.

Durch Zusammenstellung der berechneten Werthe ergiebt sich wieder:

1) für das Wasserrad: Druck $P = 550$ Pfund, Geschwindigkeit $v = 4$ Fuß, giebt das mechanische Moment: $Pv = 550 \cdot 4 = 2200$ Fußpfund,

Digitized by Google

2) für das Kammrad: Druck $P_1 = 687\frac{1}{2}$ Pfund, Geschwindigkeit $v_1 = 3\frac{1}{5}$ Fuß; mechanisches Moment: $P_1 v_1 = 687\frac{1}{2} \cdot 3\frac{1}{5} = 2200$ Fußpfund

3) für das Getriebe: = dem des Kammrades = $P_1 v_1 = 2200$ Fußpfund,

4) für den Kraftkreis: Druck $P_2 = 138{,}23$ Pfund, Geschwindigkeit $v_2 = 15{,}916$ Fuß; mechanisches Moment $P_2 \cdot v_2 = 138{,}23 \cdot 15{,}916 = 2200$ Fußpfund.

Die durch zwei verschiedene Richtungen erzielten gleichen Resultate beweisen also zur Genüge, daß die endliche Kraftleistung stets dieselbe bleibt, die Zwischenräder mögen groß oder klein sein.

Demungeachtet sind wir weit entfernt, in der Praxis kleine Räder, etwa aus Gründen der Räumlichkeit oder Oekonomie, großen vorzuziehen, sondern können nicht genug anrathen, soweit es der Raum und die Festigkeit der Räder erlaubt, selbige so groß wie nur immer möglich herzustellen, weil hohe Räder, vermöge ihrer größeren Schwungkraft, einen geregelteren Gang annehmen; die größere Flachheit der sich berührenden Theilkreisbogen mehr Kämmen einen gleichzeitigen Eingriff gestattet; die Reibung zwischen den Kämmen großer Räder verhältnißmäßig geringer ist, als bei niederen und dergl. mehr.

Wären wir zu einer Wahl zwischen den beiden verschiedenartigen Anlagen in Fig. 93 genöthigt: so würden wir uns unbedingt für die erste, links liegende, mit dem hohen Kammrade B entscheiden.

## B. Von Holz und Eisen.

### §. 160.

Wenn in der ersten Abhandlung über innere Räderwerke Anleitung gegeben wurde, sowohl Kammrad als Getriebe aus Holz anzufertigen: so ist die Aufgabe dieses Abschnittes, das einzuschlagende Verfahren anzugeben, wenn man entweder

Digitized by Google

das Kammrad von Holz und das Getriebe von Eisen, oder

das Kammrad von Eisen und das Getriebe von Holz herstellen will. Beides von Eisen anzufertigen, ist durchaus unzulässig.

## §. 161.

Erster Fall, wenn das Kammrad von Holz und das Getriebe von Eisen ist.

Die eisernen Getriebe können hierbei zweierlei Art sein: entweder sind sie s. g. Laternengetriebe oder massive. Erstere Gattung von Getrieben unterscheidet sich von den gewöhnlichen hölzernen lediglich darin, daß die Getriebestöcke von Gußeisen, anstatt von Holz, angefertigt; letztere aber, in Form von Stirnrädern, mit an ihrem Scheitel befindlichen Zähnen in einem Stücke gegossen sind. Da es sowohl für das Arbeiten der hölzernen Zähne, als auch für die Befestigung des Getriebes an dem Mühleisen zweckmäßiger ist, das Getriebe in Form eines Stirnrades — also massiv — herzustellen: so werden wir uns auch nur mit diesem beschäftigen.

Ist wieder die Dicke der hölzernen Kamme durch d, die des eisernen Zahnes durch $d_2$ bezeichnet: so ist die Theilung, d. i.

$$t = d + d_2 + 0{,}1\,d = 1{,}1\,d + d_2.$$

Fanden wir nach §. 149 die Stärke des hölzernen Zahnes durch den Ausdruck $d = 11{,}3\sqrt{\frac{L}{u \cdot r}}$: so darf man mit Sicherheit die des eisernen Zahnes um $\frac{1}{4}$ schwächer nehmen; so daß also wird

$$d_2 = 7{,}532\sqrt{\frac{L}{u \cdot r}}$$

wobei L, u und r dieselbe Bedeutung wie oben haben.

Behalten wir sämmtliche Zahlenwerthe des Beispiels in §. 149 bei: so war, weil die Stockzahl 16

Digitized by Google

und die Theilung 2 Zoll betrug, nach der Tabelle des §. 151, der Halbmesser des Getriebes, d. i. $r = 2{,}563 \cdot 2 = 5{,}126...$ Zoll; die Zahl

seiner Umgänge $u_1 = 120$; die Zahl der Pferdekräfte $L = 3\frac{1}{2}$, mithin die Stärke des eisernen Zahnes im Getriebe, oder

$$d_2 = \sqrt{\frac{3\frac{1}{2}}{120 \cdot 5{,}126}} \cdot 7{,}532 = 0{,}075432... \quad 7{,}532$$

$= 0{,}56815...$ Zoll $= 6{,}817...$ Linien, wofür $d_2 = 7$ Linien zu setzen ist.

Für das Kammrad ist bereits an erwähnter Stelle die nöthige Stärke der hölzernen Kamme gefunden zu $d = 10\frac{1}{3}$ Linien; dazu gerechnet den Spielraum mit $\frac{1}{10}$ $d = 1$ Linie, giebt durch Addition die nöthige Theilung

$t = d + d_2 + \frac{1}{10} d = 10\frac{1}{3} + 7 + 1 = 18\frac{1}{3}$ Linien $= 1$ Zoll $6\frac{1}{3}$ Linien $= 1{,}5277...$ Zoll; also um $5\frac{2}{3}$ Linien schwächer, als oben.

Bei 377 Zoll Umfang des Kammradtheilkreises, erhält dasselbe $\frac{377}{1{,}5277...} = 247$ hölzerne Kammen und das Getriebe $\frac{247}{12} = 21$ eiserne Zähne.

Die Höhe der Griffläche oder die Breite der hölzernen Kamme, wie des eisernen Zahnes wird sein $= b = 4{,}5 \cdot d = 4\frac{1}{2} \cdot 10\frac{1}{3} = 46\frac{1}{2}$ Linie $= 3$ Zoll $10\frac{1}{2}$ Linien.

Die Anfertigung des Getriebes, als gußeisernes Stirnrad, erfordert ein Bekanntsein mit Regeln, die wir in dem folgenden §. geben wollen.

## §. 162.

Ist PQ Fig. 94 (Taf. XII) der Theilkreis des von Q nach P umgehenden Kammrades OR, Y und Z zwei hölzerne Kammen desselben, CA der Theilkreishalbmesser

Digitized by Google

des vom Rade ergriffenen Getriebes, M, A und N drei seiner eisernen Zähne $\overset{\frown}{MA} = \overset{\frown}{NA} = ak$ deren gemeinschaftliche Theilung; so verfahre man mit der Aufzeichnung zuerst ganz nach der in §. 157 angegebenen Manier, indem man dem eisernen Stocke die berechnete Stärke $d_2 = ab$ u. die der hölzernen Kamme $d = ag = ok$ macht: ziehe nun, um den Zahn A herzustellen, von b und a nach C die Linien bc und ad, mache $Ap = \frac{5}{9}$ und $Aq = \frac{4}{9}$ der ganzen durch die Zeichnung gegebenen Zahnlänge rs, ziehe durch p aus C den Bogen DcpdE und durch q mit PQ die Parallele ef. Um den Abrundungsbogen $be = af$ des eisernen Zahnes A zu bekommen, wälze man die Gerade PQ auf dem Theilkreise $\overset{\frown}{MAN}$... des Getriebes ab, indem man damit in b oder a beginnt und zur Darstellung des Bogens $\overset{\frown}{kh} = \overset{\frown}{ma}$ der hölzernen Kamme, den Theilkreis MAN... des Getriebes auf der Geraden PQ.

Wenn es nicht auf sehr große Genauigkeit ankommt, kann man auch den Bogen $hk = am$ mit dem Halbmesser $AM = NA = ka =$ der Theilung t beschreiben.

## §. 163.

Die Bestimmung des Halbmessers für das gußeiserne Getriebe selbst würde auf dieselbe Weise geschehen können, wie wir es früher für hölzerne gelernt haben, nicht aber die des Durchmessers für das hölzerne Modell, nach welchem der Abfluß bewerkstelligt werden soll, und zwar aus dem Grunde, weil alle Materien durch die Wärme mehr oder weniger sich ausdehnen; der Durchmesser, wie sämmtliche übrige Maße des Modelles deßhalb in einem Verhältniß vergrößert werden müssen, als die Masse, aus der es gegossen, in glühendem Zustande mehr Raum einnimmt, als in erkaltetem.

Digitized by Google

Folgendes sind die vorzüglichsten Schwindmaaße

für Gußeisen = $\frac{1}{96}$ = 0,0104
„ Messing = $\frac{1}{65}$ = 0,0154
„ Glockenmetall = $\frac{1}{63}$ = 0,0159 (Zusammensetzung: 100 Theile Kupfer und 18 Theile Zinn)
„ Kanonenmetall = $\frac{1}{134}$ = 0,0075 (Zusammensetzung: 100 Theile Kupfer und 12½ Theile Zinn)
„ Zink = $\frac{1}{62}$ = 0,0161
„ Blei = $\frac{1}{92}$ = 0,0109
„ Zinn = $\frac{1}{147}$ = 0,0068
„ Wismuth = $\frac{1}{265}$ = 0,0038

Nimmt man hiernach z. B. eine gußeiserne Stange, die in erkaltetem Zustande 96 Zoll der Länge nach mißt: so wird eben dieses Stück Eisen, wenn man es (bis zum Flusse) erglühen läßt, 97 Zoll lang sein, oder: wollte man ein Zapfenlager für einen Zapfen von 1½ Zoll Durchmesser aus Zink herstellen: so muß der Halbmesser der Höhlung des dazu angefertigten Modelles

$= \frac{1\frac{1}{2}}{2} + \frac{1}{62} \cdot \frac{1\frac{1}{2}}{2} = \frac{189}{248}$ Zoll $= 9\frac{9}{62}$ Linien, also circa ¼ Linie mehr betragen.

Wenden wir diesen Erfahrungssatz auf vorliegenden Fall an: so ist klar, daß das hölzerne Getriebemodell nach einem um $\frac{1}{96}$ größeren Maßstabe, als dem den ursprünglichen Dimensionen zum Grunde liegenden, angefertigt werden muß, damit der nun ebensoviel größere glühende Abguß in erkaltetem Zustande das gewünschte Maß besitze. Der kürzeste und einfachste Weg, dies zu erreichen, ist nun der, daß man einen Fuß oder 144 Linien in 96 Theile theilt und einen dieser Theile, $= \frac{144}{96}$ $= 1\frac{1}{2}$ Linien, der anfänglichen Fußlänge von 144 Linien zusetzt, wodurch man 145½ Linie erhält und diese neue, letzte Länge wieder in 12 und 144 Theile eintheilt. Von diesem um $\frac{1}{96}$ der natürlichen Größe verlängerten Maaßstabe hat man dann alle Maße ab-

Digitized by Google

zunehmen, welche das fertige eiserne Getriebe besitzen muß, um danach das hölzerne Modell zu construiren.

Das letzte Beispiel des §. 161 lieferte uns ein Getriebe mit 21 Zähnen und 1,5277... Zoll Theilung; dasselbe müßte deßhalb in seinem fertigen Zustande, nach der Tabelle des §. 151, einen Halbmesser haben von 3,3550 · 1,5277 = 5,294... Zoll = 5 Zoll $3\frac{1}{2}$ Linien. Der Halbmesser des zu seinem Abguß angefertigten Modelles wird, nach dem neuen, um $\frac{1}{10}$ vergrößerten, Maaßstabe = $\frac{11}{10}$ · 5,294... = 5,3491... Zoll = 5 Zoll 4 und beinahe $\frac{1}{2}$ Linien messen.

Zu dem Modelle selbst wähle man eine Holzart, die, nicht zu hart ohne mürbe, alt und deßhalb sehr trocken, bei der man ein Ziehen oder Werfen nicht mehr zu fürchten hat und dessen Fasern möglichst feinwüchsig sind, wie Rothbuchen, Ellern, Birn- oder Apfelbaum, Ahorn; setze es aus möglichst vielen Stücken zusammen, die aber sehr genau in und aneinander gefügt und vor dem Leimen erwärmt sein müssen. Dabei ist zweckmäßig, den mittleren massiven Theil allein zu vollenden, denselben auf einer Drehbank abzudrehen, bevor die in einer genauen Form gehobelten Zähne warm an denselben angeleimt werden und schließlich das ganze vollendete Modell nochmals der sorgfältigsten Revision zu unterziehen, um die allenfalls sich noch vorfindenden unrichtigen Stellen sauber auszugleichen.

Damit das Modell beim Guße sich leichter aus dem Formsande heben lasse, giebt man ihm durchweg nach unten eine sehr schwache Verjüngung, vorausgesetzt, daß es nicht an sich schon conisch ist, vielleicht $\frac{1}{2}$ Linie und bezweckt dadurch zugleich einen schönern Abguß. Auch pflegt man dasselbe wohl noch mit einem Lack zu überziehen, um es gegen alle Feuchtigkeiten zu schützen.

## §. 164.

Was die Befestigung des gußeisernen Getriebes auf der Spindel anlangt: so ist dabei am zweckmäßigsten,

Digitized by Google

das Mühleisen zirkelrund zu machen und dasselbe vermittelst eines, zweier oder dreier Bolzen, die sich in entsprechenden Nuthen bewegen, zu befestigen. Die eine Hälfte dieser Spur geht der Spindel, die andere der inneren Fläche des genau ausgebohrten Getriebeloches ab. Auf diese Weise ist sowohl das Befestigen, als ein beliebiges Verrücken des Getriebes am Mühleisen auf das einfachste zu bewerkstelligen und nicht ein Sprengen zu fürchten, das man bei vierkantigen Spindeln und Getriebelöchern durch das zu starke Ankeilen leider so oft zu beklagen hat; nicht zu erwähnen, daß das Getriebe stets genau im Mittel ist. Ist z. B. Fig. 95 (Taf. XII), sowohl der Querschnitt des durch das Getriebe gehenden ausgebohrten Loches, als des nach eben so genauem Maße abgedreheten Mühleisens: so lege man, bei 3 Bolzen, diese in die Spitzen eines gleichseitigen Dreiecks $bb_1b_2$, wobei es natürlich ganz gleichgültig ist, ob diese rund, wie b und $b_2$ oder vierkantig wie $b_1$ construirt werden. Wählt man zur Befestigung zwei Bolzen: so legt man diese diametral einander gegenüber. Bei Getrieben pflegt indeß ein Bolzen hinzureichen.

Nicht unwichtig für die Erhaltung der Kämme, Zähne und Stöcke ist die Schmiere und möchte für halb hölzernes, halb eisernes Geschirr folgende zu empfehlen sein:

Man lasse Fett, am besten Rindertalg, auf dem Feuer zergehen und gebe dazu soviel gepülvertes Wasserblei und grüne Seife, daß die Masse die Consistenz einer Pomade erhält.

## §. 165.

Zweiter Fall, wenn das Kammrad von Eisen und das Getriebe von Holz ist.

Die Seltenheit eines solchen Falles schließt keineswegs seine Möglichkeit aus und dürfen wir ihn deßhalb nicht unberücksichtigt lassen. An solchen Orten, wo das Betriebswasser so starken Anschwellungen ausgesetzt ist,

Digitized by Google

daß dadurch der Umgang einer Mühle wochenlang gestört werden kann, wird eine derartige Anlage gewiß als zweckmäßig empfohlen werden können. Man macht dabei das Kammrad deßhalb vortheilhaft ganz massiv von Eisen, weil dieses durch das längere Stehen im Wasser durchaus nicht beschädigt werden kann; das hölzerne Getriebe aber leichter zu ersetzen ist, wenn ja die Fluth es erreichen oder beschädigen sollte.

Die Berechnung der einzelnen Dimensionen des Rades wie Getriebes geschieht natürlich ganz in der bekannten Weise.

Wie sowohl das Kammrad als auch das Getriebe am zweckmäßigsten baulich ausgeführt werden kann, darüber im folgenden

## §. 166.

Steigt die Höhe des Kammrades nicht über 8 bis 9 Fuß: so kann man dessen Kranz noch in eins zusammenhängend gießen lassen; indeß ist rathsam, die Arme, sofern auch diese von Eisen sein sollten, abgesondert anzufertigen; weil, wenn man sie mit dem Radkranze von Anfang an verbinden wollte, bei dem ungleichartigen Erkalten nach dem Gusse, ein Abspringen zu befürchten sein dürfte. Wird indeß das Rad höher: so ist zweckmäßig, den Kranz aus so vielen Theilen zusammenzusetzen, als Radarme vorhanden sind. Man hat dann nur nöthig, das Modell zu einem der Theile anzufertigen und dadurch, in ökonomischer Beziehung, den Vortheil größerer Billigkeit erreicht. Um das Ziehen eines solchen Kranzringes AB, Fig. 96 (Taf. XIII) sowohl vor, als nach dem Gusse zu verhüten, legt man eine 1 bis 2 Zoll starke Rippe ERE durch die Mitte der inneren Kranzfläche und läßt diese auf den Stößen $ED_1$ mit rechtwinklig umgebogenen Lappen 1,1 auslaufen, welche durch die Schrauben s,s den ganzen Radkranz zusammenhalten. Die Befestigung der Radarme ist auf beliebige Weise herzustellen.

Digitized by Google

Das hölzerne Getriebe kann, nach bekannten Regeln, entweder aus hölzernen Scheiben — wenn die Spindel vierkantig — und hölzernen Stöcken angefertigt werden, oder zweckmäßiger aus einem eisernen Ringe bestehen, in welchen hölzerne Kammen eingesetzt sind, die nach ihrer Abnutzung herausgeschlagen und leicht durch neue ersetzt werden können. Der Getriebering mit seinen 3 Armen, a,a,a, Fig. 97 (Taf. XIII) und die Mittelhülse sind von massivem Guß, wobei c den Querschnitt des Loches für das Mühleisen darstellt. Die von einem solchen Gerrieberinge nach bekannten Regeln anzufertigende Zeichnung giebt die Größe und Richtung der zur Aufnahme der Kammen k $k_1$ $k_2$ durch denselben zu führenden Kammlöcher von selbst an. Es ist dabei nicht allein zweckmäßig, die hölzernen Kämme mit ihrem vollen Querschnitte $\frac{1}{4}$ bis $\frac{3}{8}$ Zoll in den Kranz eintreten zu lassen, sondern auch zur besseren Widerlage für jede Kamme, an den Ring einen Winkelvorsprung g mit angießen zu lassen; ferner die Kamme nicht vermittelst eines durch den Stiel geschlagenen Stiftes vor dem Selbstausziehen zu schützen; sondern dessen frei durchstehendes Ende e e... schwalbenschwanzförmig zuzuschneiden und einen entsprechenden Keil zwischen beide mit Leim einzutreiben.

Zur Berechnung der Stärke der gußeisernen Radarme sei

d die Dicke eines Armes, in der Richtung seiner Umdrehungsebene,

b dessen Breite, rechtwinklig gegen letzte gemessen,

L die Leistung des betreffenden Rades in Pferdekräften,

n die Zahl der das Rad tragenden Arme,

u die Umgänge desselben in 1 Minute; dann ist

$$d = 10{,}4 \sqrt[3]{\frac{L}{n \cdot u}} \text{ und } b = \tfrac{1}{5} d = 2{,}08 \sqrt[3]{\frac{L}{n \cdot u}}.$$

Ist das Rad ganz von Eisen: so giebt man dem Kranze eine der Zahndicke ($d_2$) gleiche Stärke m n, Fig.

Digitized by Google

97 (Taf. XIII) und eine der Zahnbreite (b) gleiche Höhe $= 4\frac{1}{2} \cdot d_2$.

Ist der Kranz von Eisen, die Kämme aber von Holz: so macht man den Kranz $1\frac{1}{2}$ mal stärker, als die Zahndicke: also $mn = 1\frac{1}{2}\, d$ und die Kranzhöhe $\frac{1}{8}$ bis $\frac{1}{4}$ größer, als die Zahndicke b, also $= d + \frac{1}{8}$ bis $\frac{1}{4}\, d = 4\frac{1}{2}\, b + \frac{1}{8}$ bis $\frac{1}{4} \cdot (4\frac{1}{2}\, b)$.

## Erstes Beispiel.

Welche Stärke wird man den 3 Armen eines ganz eisernen Rades geben müssen, das, bei einer Kraft von 5 Maschinenpferden, 6 mal in 1 Minute umgeht?

## Auflösung.

Es ist $L = 5$, $n = 3$, $u = 6$, mithin $d = 10{,}4 \sqrt[3]{\frac{5}{3 \cdot 6}} = 10{,}4 \cdot 0{,}65248 = 6{,}7858$ Zoll $=$ 6 Zoll $9\frac{1}{2}$ Linien, mithin $b = \frac{1}{5}\, d = 1{,}35716...$ Zoll $=$ 1 Zoll $4\frac{3}{10}$ Linien.

## Zweites Beispiel.

Welche Dimensionen wird der Radkranz haben müssen, wenn der Halbmesser R des Rades $= 5$ Fuß $= 60$ Zoll mißt?

## Auflösung.

Die Stärke des eisernen Zahnes ist $= d_2 = 7{,}522 \sqrt{\frac{L}{u \cdot R}} = 7{,}522 \sqrt{\frac{5}{6 \cdot 60}} = 0{,}88766$ Zoll $= 10\frac{2}{3}$ Linien $=$ der Dicke ma des Radkranzes.

Die Höhe des Zahnes b ist $=$ der des Kranzes $= 4{,}5 \cdot d_2 = 4\frac{1}{2} \cdot 10\frac{2}{3} = 48$ Linien $= 4$ Zoll. Wäre anderntheils das Rad von Eisen, die Zähne aber von Holz: so würde die Stärke der hölzernen Kamme sein

$$d = 11{,}3 \sqrt{\frac{L}{u \cdot R}} = 11{,}3 \sqrt{\frac{5}{6 \cdot 60}} = 1{,}3317$$

Zoll = 16 Linien und deßhalb die Kranzdicke mn = $1\frac{1}{2} \cdot d = 1\frac{1}{2} \cdot 16 = 24$ Linien = 2 Zoll und die Kranzhöhe $\frac{1}{8}$ bis $\frac{1}{4}$ größer, als die Zahnbreite b, d. i. = $\frac{1}{8}$ bis $\frac{1}{4}$ $(4\frac{1}{2} \cdot 16) + 4\frac{1}{2} \cdot 16 = \frac{7}{8}^2$ bis $\frac{7}{4}^2 + 72 = 81$ bis 90 Linien = $6\frac{3}{4}$ bis $7\frac{1}{2}$ Zoll.

Die Kammenbreite $b = 4{,}5 \cdot d = 4\frac{1}{2} \cdot 16 = 72$ Linien = 6 Zoll kann man insofern füglich theilen, als man zwei Kämme, von denen jeder 3 Zoll breit ist, dicht aneinander schließen läßt und jedem einen besonderen Stiel und abgesondertes Loch zutheilt.

---

# Zweites Capitel.

## Zusammengesetztes Geschirr oder Vorgelege.

### §. 167.

Es tritt oftmals der Fall ein, daß bei sehr hohen Wasserrädern zwischen dem Durchmesser des Kammrades und dem des Getriebes ein so bedeutender Unterschied Statt finden würde, daß es für den ruhigen Gang des Werkes zweckmäßig erscheinen muß, durch Zwischengelege eine größere Uebereinstimmung wiederherbeizuführen. Die alsdann entstehenden Vorgelege sind zweierlei Art; entweder liegende oder stehende und obschon erste Art, wegen ihrer größeren Unzweckmäßigkeit, noch seltener in Anwendung kommt, als zweite: so darf selbige dennoch nicht übergangen werden.

---



Digitized by Google

# I. Liegendes Vorgelege.

## A. Von Holz.

### §. 168.

Bezeichnet man, nach Anleitung des §. 148, mit
a die Anzahl der Kämme des Stirnrades A, Fig. 98 (Taf. XIII)
$a_1$ „ „ „ Stöcke des Dreh linges B,
$a_2$ „ „ „ Kämme des Kammrades C,
$a_3$ „ „ „ Stöcke des Getriebes D, mit
u die Umgänge des Rades A in 1 Minute,
$u_1$ „ „ der Räder B und C in 1 Minute,
$u_2$ „ „ des Getriebes D in 1 Minute,
dann ist:

$$u : u_1 = a_1 : a \text{ , ferner}$$
$$u_1 : u_2 = a_3 : a_2 \text{, mithin}$$
$$u \cdot u_1 \cdot u_1 \cdot u_2 = a_1 \cdot a_3 : a \cdot a_2 \text{ oder}$$
$$u : u_2 = a_1 \cdot a_3 : a \cdot a_2$$

d. h., wenn mehrere Räder in einander greifen: so verhält sich das Product aus der Anzahl der Kämme oder Stöcke der Räder der Kraft, zu dem Producte aus der Anzahl der Stöcke oder Kämme der Räder der Last, wie die Zahl der Umgänge des letzteren Rades der Last zur Anzahl der Umgänge des ersten Rades der Kraft.

Bei dem gewöhnlichen Vorgelege, wie das oben bezeichnete, sind das Stirnrad A und das Kammrad C die Räder der Kraft und der Drehling B mit dem Getriebe D die Räder der Last. Deutlicher drückt sich aber obiges Verhältniß noch in folgender Weise aus:

Die Umgänge des Wasserrades verhalten sich zu denen des Getriebes, wie das Product aus der Zahl der Stöcke des Drehlings und Getriebes zu dem aus den Kämmen des Stirn- und Kammrades

Digitized by Google

## §. 169.

Aus der letzten Proportion des vorigen §. $u : u_2 = a_1 a_3 : a \cdot a_2$, folgt aber

I. $u = u_2 \cdot \frac{a_1 \cdot a_3}{a \cdot a_2}$

II. $u_2 = u \cdot \frac{a \cdot a_2}{a_1 \cdot a_3}$

III. $a = u_2 \cdot \frac{a_1 \cdot a_3}{u \cdot a_2}$

IV. $a_1 = u \cdot \frac{a \cdot a_2}{u_2 \cdot a_3}$

V. $a_2 = u_2 \cdot \frac{a_1 \cdot a_3}{u \cdot a}$

VI. $a_3 = u \cdot \frac{a \cdot a_2}{u_2 \cdot a_1}$

Aus der anfänglichen, einfachen Proportion des §. 148: $u : u_1 = a_1 : a$ folgt

VII. $u_1 = \frac{u \cdot a}{a_1}$

Sind von den 6 verschiedenen Größen 5 bekannt: so läßt sich die sechste leicht finden. Als bekannt darf man nämlich *voraussetzen*:

u die Anzahl der Umgänge des Wasserrades In 1 Minute,

$u_2$ die Anzahl der Umgänge des Getriebes oder Läufersteins für dieselbe Zeit:

als bekannt annehmen:

$a_1$ die Anzahl der Stöcke des Drehlinges,

$a_3$ " " " " " Getriebes,

vorläufig allgemein bestimmen:

a oder $a_2$ die Zähne des Stirn- oder Kammrades.



Digitized by Google

### Erstes Beispiel.

Wieviel Kammen wird man dem Stirnrade A, Fig. 98 (Taf. XII) geben müssen, wenn das Wasserrad in 1 Minute $6\frac{1}{2}$, das Getriebe D oder der Mühlstein 110 mal in 1 Minute umgehen sollen; außerdem das Kammrad C 111 Kämme, der Drehling B 59 Stöcke und das Getriebe D 15 Stöcke haben soll?

### Auflösung.

Es ist $u = 6\frac{1}{2}$, $u_2 = 110$, $a_1 = 59$, $a_2 = 111$, $a_3 = 15$, also nach III:

$$a = \frac{u_2 \cdot a_1 \cdot a_3}{u \cdot a_2} = \frac{110 \cdot 59 \cdot 15}{6\frac{1}{2} \cdot 111} = 135.$$

Will man wissen, wieviel mal der Läuferstein umgeht bei einer Drehung des Wasser- oder Stirnrades: so dividire man das Product aus den Kammen und Stöcken der Räder der Kraft, durch das Product aus den Stöcken und Kammen der Räder der Last.

Nennen wir diese Umgänge $= u_3$, so ist

$$\text{VIII. } u_3 = \frac{a \cdot a_2}{a_1 \cdot a_3}.$$

### Zweites Beispiel.

Wie oft mal wird der Läuferstein des vorhinnigen Beispiels bei 1 Drehung des Wasserrades umgelaufen sein?

### Auflösung.

Es ist $a = 135$, $a_2 = 111$, $a_1 = 59$, $a_3 = 15$, mithin nach VIII:

$$u_3 = \frac{135 \cdot 111}{59 \cdot 15} = 16{,}93\ldots \text{mal} = \frac{110}{6\frac{1}{2}} = \frac{u_2}{u}.$$

### §. 170.

Da durch die Bestimmung der Kämme und Stöcke sämmtlicher Räder deren Durchmesser gegeben sind, so-

Digitized by Google

bald man die zugehörige Theilung kennt; dieſe aber wieder, beziehungsweiſe, nur nach den Formeln der §§. 149 und 161, vermittelſt der Umgänge und des Halbmeſſers, berechnet werden können: ſo ſieht man ſogleich ein, daß, ſofern man zu einem erwünſchten Reſultate gelangen will, man die Halbmeſſer der Krafträder nach Gutdünken annehmen und den Rädern der Laſt eine Stockzahl geben muß, die zu ihren Motoren in demſelben Verhältniß ſtehen, wie z. B. die im vorhinnigen Beiſpiele berechneten.

Behalten wir, dies deutlicher zu machen, aus vorigem Beiſpiele die Zahl der Umgänge des Rades A, d. i. $u = 6\frac{1}{2}$ pro Minute bei, laſſen deſſen Halbmeſſer $R = 4{,}5$ Fuß $= 54$ Zoll und die Zahl der disponiblen Pferdekräfte $L = 4$ ſein: ſo iſt, nach §. 149, die Stärke des hölzernen Zahnes, oder

$$d = 11{,}3 \sqrt{\frac{L}{u \cdot R}} = 11{,}3 \sqrt{\frac{4}{6\frac{1}{2} \cdot 54}} = 11{,}3 \cdot 0{,}10675 = 1{,}2063\ldots \text{ Zoll} = 1 \text{ Zoll } 2 \text{ und beinahe } \tfrac{1}{2} \text{ Linie.}$$

Machen wir die Stockdicke $d_1$ im Drehlinge B, die eigentlich nach der Rechnung der Zahndicke d im Rade A gleich ſein ſoll, um $2\frac{1}{2}$ Linien ſtärker, ſo daß $d_1 = 1$ Zoll 5 Linien und laſſen den Spielraum $\frac{1}{10}\, d = 1\frac{1}{2}$ Linien meſſen: ſo iſt die den Rädern A und B gemeinſchaftliche Theilung oder

$$t = d + d_1 + 0{,}1\, d = 1 \text{ Zoll } 2\tfrac{1}{2} \text{ Linien} + 1 \text{ Zoll } 5 \text{ Linien} + 1\tfrac{1}{2} \text{ Linien} = 2 \text{ Zoll } 9 \text{ Linien} = 2\tfrac{3}{4} = 2{,}75 \text{ Zoll.}$$

Iſt der Halbmeſſer des Rades A, d. i. $R = 4{,}5$ Fuß $= 54$ Zoll, ſo iſt die Länge des damit beſchriebenen Theilkreiſes $= 2 \cdot R \cdot \pi = 2 \cdot 54 \cdot 3{,}141\ldots = 339{,}29\ldots$ Zoll und deßhalb die Anzahl der Kämme, oder

$$a = \frac{339{,}29}{2{,}75} = 123{,}\ldots$$

Digitized by Google

Um nun die Anzahl der Stöcke des Drehlinges B zu bekommen, schließen wir aus vorigem §: 135 : 123 = 59 : $a_1$, woraus folgt $a_1 = \frac{123 \cdot 59}{135} = 54$.

Der Halbmesser des Kammrades C sei $R_1 = 3{,}5$ Fuß = 42 Zoll; dessen Umgänge pro Minute ergeben sich aus VII: $u_1 = \frac{u \cdot a}{a_1} = \frac{6\frac{1}{2} \cdot 123}{54} = 14{,}8...$, mithin ist die nöthige Stärke einer hölzernen Kamme, oder

$$d = 11{,}3 \sqrt{\frac{4}{14{,}8 \cdot 42}} = 11{,}3 \cdot 0{,}08999 = 1{,}0169$$

Zoll = 1 Zoll $\frac{1}{5}$ Linie.

Nehmen wir die Stockdicke des Getriebes D, d. i. $d_1 = 1{,}2166$ Zoll = 1 Zoll $2\frac{2}{5}$ Linie u. den Spielraum $\frac{1}{10}d = 0{,}1000$ " = " $1\frac{1}{5}$ "

so ist den Rädern C u. D, durch Addition die gemeinschaftliche Theilung $t = 2\frac{1}{5}$ Z. = 2 Z. 4 L.

Aus dem Halbmesser $R_1 = 3\frac{1}{2}$ Fuß = 42 Zoll, folgt dessen Umfang = 2 R . $\pi$ = 2 · 42 · 3,141... = 263,894... Zoll; mithin die Anzahl der Kämme des Rades C, oder

$$a_2 = \frac{263{,}8940...}{2{,}3333...} = 113.$$

Aus 111 : 15 = 113 : $a_3$, folgt $a_3 = \frac{15 \cdot 113}{111}$ = 15,27, wofür wir 15 beibehalten müssen und deßhalb die Umgänge des Getriebes D oder des damit verbundenen Läufersteines, bei einem Umlauf des Wasserrades oder Stirnrades A, nach VIII:

$$u_3 = \frac{a \cdot a_2}{a_1 \cdot a_3} = \frac{123 \cdot 113}{54 \cdot 15} = 17{,}159...$$ Umgänge,

welche kleine Differenz mit dem anfänglichen 17,159 — 16,930 = 0,229 nicht zu berücksichtigen ist.

Digitized by Google

Die genaueren Halbmeſſer zu den verſchiedenen Rädern, werden, nach der Tabelle des §. 151, ſein:

1) für das Stirnrad **A**, bei a = 123, = 19,5780 } mal
2) für den Drehling B, bei $a_1$ = 54, = 8,5990 } 2,75 Z
= { 53,840 Zoll = 4 Fuß 5 Zoll 10 Linien
{ 23,647 Zoll = 1 Fuß 11 Zoll 7¼ Linien
3) für das Kammrad C, bei $a_2$ = 113, = 17,9870 } mal 2,3333
4) für das Getriebe D, bei $a_3$ = 15, = 2,4050 } Zoll
= { 41,97 Zoll = 3 Fuß 5 Zoll 11¾ Linien.
{ 5,617 Zoll = 5 Zoll 7½ Linien.

Die Länge l des hölzernen Zahnes im Kammrade C findet ſich aus der, nach Anleitung des §. 167, zu entwerfenden Zeichnung; die Breite b nach §. 149 und die Länge des hölzernen Zahnes im Stirnrade A, nach der im folgenden §. gezeigten Methode.

## §. 171.

Die Abrundung des über dem Theilkreiſe liegenden Zahnes eines jeden Stirnrades findet ſich wieder am leichteſten durch gegenſeitige Abwälzung in folgender, von der in §. 156 gezeigten jedoch etwas verſchiedenen, Weiſe;

1) Iſt RAR, Fig. 99 (Taf. XIII) der Theilkreis und C der Mittelpunct eines beliebigen Stirnrades, rAr der Theilkreis und c der Mittelpunct eines mit Stöcken verſehenen Getriebes, in welches jenes eingreift: ſo beſchreibe man, um die Abrundung des Kammkopfes im Stirnrade zu finden, mit einem Halbmeſſer mA = mc, halb ſo groß als der cA des Getriebes, einen neuen Kreis und wälze dieſen auf dem Theilkreiſe RAR des Stirnrades ab: ſo iſt die dadurch entſtehende Curve AopqB... die verlangte Epicycloide. Iſt nun An die Höhe des über dem Theilkreiſe RAR des Stirnrades abgerundeten Kammkopfes und man beſchreibt aus C mit nC den Bogen no: ſo iſt Ao die Länge der Abrundung und no die Entfernung des Punctes o vom Halbmeſſer nC.

Digitized by Google

2) Ist das Getriebe nicht mit kreisrunden Stöcken, sondern ebenfalls, als Stirnrad, mit Zähnen versehen: so ist das Verfahren, deren Abrundung zu finden, ein dem vorhinnigen ähnliches.

Sind wieder $R_1 A_1 R_1$ und $r_1 A_1 r_1$, Fig. 100 (Taf. XIII) die Theilkreise, sowie $C_1$ und $c_1$ die Mittelpuncte der beiden in einander greifenden Räder: so beschreibe man mit einem Halbmesser $A_1 m_1 = m_1 C_1$, halb so groß als der Radius $A_1 C_1$ des Stirnrades, einen zweiten Kreis und wälze diesen auf dem Theilkreise $r_1 A_1 r_1$ des kleineren Stirnrades ab: so ist die dadurch entstehende Linie $A_1 o_1 p_1 q_1 B_1 \ldots$ die dem Kammkopfe des letzteren Rades entsprechende Abrundung und, wenn deren Höhe $= A_1 n_1$ ist, $A_1 o_1$ ihre Länge und $o_1 n_1$ die Entfernung des Punctes $o_1$ vom Halbmesser $n_1 c_1$.

## §. 172.

Um für ein Stirnrad, das in ein Getriebe mit Stöcken greift, den ganzen Zahn herzustellen, ziehe man eine gerade Linie CB Fig. 101 (Taf. XIII), die wenigstens so lang sein muß, als die Halbmesser der beiden Theilkreise zusammengenommen, für welche der Zahn construirt werden soll, beschreibe aus B mit dem Theilkreishalbmesser BP = BQ des großen Rades den Bogen PQ, trage aus dem Puncte A, in welchem der Theilkreisbogen von der Geraden geschnitten wird, die Länge des Theilkreishalbmessers CA vom Getriebe nach C und beschreibe mit CA den Theilbogen MAN... so werden sich beide im Puncte A scharf berühren. Aus dem Puncte A trage man ferner links und rechts die Theilung $\overset{\frown}{Aa} = \overset{\frown}{Aa_1}$, beschreibe um a, A und $a_1$ der Stockdicke gleiche Kreise, trage, sofern das Stirnrad von Q nach P umgeht, von dem Puncte q aus, in welchem der Umkreis des Stockes A den Theilkreis PQ schneidet, auf letzteren links und rechts die Theilung $qb = \overset{\frown}{qd_1}$

$= \widehat{Aa} = \widehat{Aa_1}$. Vereinigt man nun die Stockmitten A und a durch eine gerade Linie, die den Kreis M in b ſcheidet: ſo iſt durch die beiden Puncte b und d die Lage des durch die Abwälzung der betreffenden Theilkreiſe erzeugten Epicycloïdenbogens beſtimmt.

Kommt es nicht auf ſo große Genauigkeit an: ſo kann man den Zahn auch nach einem Kreisbogen abrunden; indem man für die beiden Puncte b und d, mit einem Halbmeſſer $\widehat{aA} = \widehat{Aa_1} = t$, das Mittel x ſucht und von hierab den Bogen db beſchreibt.

Beſchreibt man endlich aus B mit Bb den Bogen $bb_1$: ſo beſtimmt dieſer die Länge des Zahnkopfes, die $\frac{1}{4}$ mal genommen und in der Richtung des Halbmeſſers nach df getragen, zugleich auch den Bogen RS, den Scheitel des Rades, oder die ganze Länge l des Zahnes beſtimmt. Die Hinterfläche der Kamme 1 iſt genau der vordern gleich zu machen. Indem der Zahn 1 in dem Puncte b den Stock M verlaſſen will, hat der Kamm 2 den Stock A in q vollſtändig gefaßt und die Mitte des letztern liegt genau in den zu einer geraden Linie BC vereinigten beiden Halbmeſſern B A und A C: Erforderniß zum ruhigen Gang beider Räder.

Soll auch das Getriebe mit Zähnen verſehen werden: ſo ziehe man an den aus $a_1$ beſchriebenen Kreis, von C aus, die beiden Halbmeſſer Cm und Cn, mache ms = nr = eg und beſchreibe durch r oder s aus C den Bogen rs: ſo iſt dieſe die innere Begrenzung; macht man ferner $a_1o$ = ec und beſchreibt wieder aus C durch o den Bogen pq: ſo iſt letzter die äußere Begrenzung des Zahnes. Schließlich hat man, nach Anleitung des vorigen §, an die Halbmeſſer mC und nC die Epicycloïdenbogen np und mq zu legen.

Dieſelbe Bemerkung hinſichtlich der „Curvenparallele" wie am Schluſſe des §. 156, gilt auch hier.

Digitized by Google

## §. 173.

Von den verschiedenen Methoden, die Zähne der Stirnräder nach Kreisbögen abzurunden, ist eine der einfachsten und practisch am meisten empfehlenswerthe die von Willis. Sie ist folgende:

Es sei $CA = CB_1$ Fig. 102 (Taf. XIII) der Theilkreishalbmesser R eines Rades, zu welchem man die Form eines Zahnes finden will, und $AB = AB_1 =$ der Hälfte der Theilung t. Man ziehe CB und $CB_1$ und lege in B und $B_1$ an ihre entsprechenden Halbmesser beziehungsweise den Winkel CBE und $CB_1E_1$, beide $= 75°$, trage von B aus, rechts das Stück $BM = x = \frac{3{,}1056 \cdot R}{n - 12}$ sowie von $B_1$ aus, links das Stück $B_1M_1 = x_1 = \frac{3{,}1056 \cdot R}{n + 12}$ auf, wobei n die Anzahl der Zähne des Rades bedeutet.

Aus den so festgelegten Puncten M und $M_1$ lassen sich nun die Bogen AK und LA, oder die eine vollständige Zahncurve LAK bildenden Kreisbögen LA und AK beschreiben.

### Beispiel.

Ein Stirnrad habe 151 Zähne und einen Halbmesser von 4½ Fuß; wie groß werden die Halbmesser BM und $B_1M_1$ werden.

### Auflösung.

Es ist $R = 4{,}5$, $n = 151$, mithin $BM = x = \frac{3{,}1056 \cdot 4{,}5}{151 - 12} = 0{,}1$ Fuß $= 1$ Zoll 2½ Linien und

$B_1M_1 = x_1 = \frac{3{,}1056 \cdot 4{,}5}{151 + 12} = 0{,}0857\ldots$ Fuß $= 1$ Zoll und reichlich ½ Linie.

Digitized by Google

## §. 174.

Wir haben aus dem Vorhergehenden gesehen, daß die Form der Abrundung (nach der Cycloide oder Epicycloide) der Zähne zweier in einander greifenden Räder genau von dem Durchmesser derselben abhängt und daß auf diese Weise, wenn ein großes Rad mehrere kleinere zugleich treiben soll, letzte nothwendig alle von einerlei Größe sein müssen, so lange die Abrundung eine richtige bleiben soll. Es kann indeß der Fall eintreten, daß ein derartiges Triebrad in mehre kleine Räder von verschiedener Größe eingreifen und doch allen eine richtige Zahnwölbung gegeben werden muß. Es in dann weder die Cycloide noch Epicycloide mehr anzuwenden: sondern man muß zu der bereits früher erwähnten Evolvente zurückgehen, die allein und vollkommen den verschiedenartigsten Forderungen entspricht.

Die Construction der Zähne zweier oder mehrer, ungleich hoher, in einander greifenden Räder nach der Evolvente ist folgende:

Ist CM die beide Radmittel verbindende Centrallinie, CA der Halbmesser des einen und MA der des andern Rades: so errichte man im Berührungspuncte A beider Theilkreise ein Loth AB und mache dessen Länge der Theilung, oder, nach Befinden, nur $\frac{3}{4}$ Theil derselben gleich. Von B ziehe man nach dem Mittel C eine Gerade BC, fälle auf diese aus A das Loth AD, das man so weit rückwärts verlängert, bis DL von einem aus dem Mittel M des andern Rades auf DL gezogenen Lothe ML in L geschnitten wird. Man beschreibe nun aus C durch D mit CD den Bogen DG und aus M durch L mit ML den Bogen LE; mache $\overline{AD} = \overline{AF}$: so ist durch D und F die beiderseitige Zahnlänge bestimmt und, wenn das eine Rad TE in der Richtung des eingezeichneten Pfeiles umgeht, zugleich F der Punct, in welchem beide Räder zum Eingriff gelangen und D der, in welchem sie sich wieder verlassen. Wälzt man

Digitized by Google

schließlich die Gerade D F auf dem Bogen DG und $\overline{LD}$ auf dem Bogen L E ab: so erhält man in den Evolventenbögen $FG_1$ und $DE_1$ die gesuchte Zahnform für beide Räder.

Greift das Triebrad TE außerdem noch in verschiedene andere Räder von ungleicher Höhe: so ist für jedes besonders die Abrundung ihrer Zähne zu bewerkstelligen, während die für das erste Stirnrad stets dieselbe bleibt.

## §. 175.

So lange die Bestimmung der Anzahl der Kammen der drei Räder des liegenden Vorgeleges, in Fig. 98 (Taf. XIII), B, C und D, oder A, C und D, oder A, B und D, oder A, B und C der Willkür überlassen ist, ist zu empfehlen, selbige so zu wählen, daß der Durchmesser von A zwischen 2 bis 3 mal von B; der Durchmesser von C zwischen $1\frac{1}{2}$ bis $2\frac{1}{2}$ mal von B liege und dabei D so groß wie möglich, zum mindesten 1 Fuß, ausfalle; daß überhaupt die Durchmesser der in einander oder an einer Welle befindlichen Räder möglichst in nicht zu großem Mißverhältnisse stehen.

## §. 176.

Durch die zu überwältigende Reibung zwischen den sich ergreifenden Zähnen zweier Räder muß nothwendig eine gewisse Portion der disponiblen Kraft verloren gehen, die zunächst um so größer ausfällt, je unrichtiger dieselben geformt sind.

Die Größe dieser Reibung bei zwei Stirnrädern zu ermitteln, sei f der Reibungscoëfficient, verschieden nach den sich reibenden Materien, a die Anzahl der Zähne des einen und $a_1$ die der Zähne des andern Rades, L die Zahl der durch die Zähne fortgepflanzten Pferdekräfte in Fußpfunden: dann ist, wenn 2 Paar Zähne

Digitized by Google

in Arbeit sind, das mechanische Moment der Reibung pro Secunde, oder

$$R_1 = \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{a_1}\right) \pi \cdot f \cdot L$$

oder, wenn man bei Eisen auf Holz, für $f = 0{,}11$ setzt, also $\pi \cdot f = 3{,}141 \ldots 0{,}11 = 0{,}34558 \ldots$ ist,

$$R_1 = \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{a_1}\right) \cdot 0{,}34558 \cdot L = \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{a_1}\right) \frac{L}{2{,}8937};$$

wenn die Räder groß sind, so daß mehr — allgemein $\nu$ — Paar Zähne zugleich in Arbeit sind

$$R_1 = \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{a_1}\right) 0{,}17279 \cdot \nu \cdot L = \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{a_1}\right) \frac{\nu \cdot L}{5{,}7874.}$$

und geht aus diesen beiden Formeln zunächst der sehr wichtige Schluß hervor, daß „die Reibung zwischen zwei sich ergreifenden Rädern um so geringer ausfällt, je größer diese oder je mehr Zähne in ihnen sind und je kleiner die Theilung ist." — Ein abermaliger Beweis für die Zweckmäßigkeit großer Räder mit schwacher Theilung; wenigstens nicht stärkerer, als sie, vermöge bekannter Rechnung, sein muß —.

## Beispiel.

Wie groß wird die Reibung zwischen den 123 Zähnen eines Stirnrades und den 54 Kammen eines Drehlinges sein, wenn 2 Paar Zähne sich fassen und 4 Pferdekräfte von den Rädern aufgenommen werden?

## Auflösung.

Ist $a = 123$, $a_1 = 54$, $L = 4 \cdot 550 = 2200$ und bei guter Schmiere $f = 0{,}11$ beizubehalten: so ist die Reibung nach der ersten Formel, oder $R_1 = (\frac{1}{123} + \frac{1}{54})\ 0{,}34558 \cdot 2200 = 20{,}26 \ldots$ Fußpfund pro Sec. $= \frac{1}{108} = \frac{96}{100}$ Procent des ganzen Leistungsvermögens.

Digitized by Google

### B. Von Holz und Eisen.

§. 177.

Mit Benutzung des für einfaches Geschirr über diesen Gegenstand in den §§. 160 bis 164 Gesagten, in Verbindung mit den §§. 168 und 175, bleibt eigentlich wenig oder gar nichts übrig, was noch einer besondern Erwähnung verdiente. Man kann den Drehling B und das Getriebe D, Fig. 98 (Taf. XIII), in gußeiserne Stirnräder verwandeln und selbige mittelst Bolzen an ihre abgedreheten, schmiedeeisernen Wellen befestigen; auch das Stirn- und Kammrad A und C in der Weise von Gußeisen herstellen, daß man ihnen hölzerne Kämme giebt; die zugehörigen Kammstärken und Theilungen aber nach früher gegebenen Lehren bestimmen.

Jedoch ist die ganze Bauart liegender Vorgelege, wegen ihrer vielen und erheblichen Nachtheile gegen stehende, so veraltet — wenigstens bei Mahlmühlen, daß sie mit ihren bedeutenden Herstellungskosten in keinem auch nur annähernd richtigen Nutzverhältnisse stehen. Wir dürfen uns deßhalb von ihnen abwenden und zu dem andern Theile der Vorgelege schreiten.

---

## II. Stehendes Vorgelege.

### A. Von Holz.

§. 178.

Die besonderen Vorzüge des stehenden Vorgeleges vor dem liegenden sind hauptsächlich in der verminderten Zapfenreibung, in der Raumersparung und in der Möglichkeit, nach Verhältniß der zu Gebote stehenden Wasserkraft, mehre Mahlgänge zugleich von ein u. demselben

Digitized by Google

Stirnrade treiben zu lassen; Vorzüge, welche dem liegenden Vorgelege in der Art abgehen. Hinsichtlich der verschiedenen Radverhältnisse gegen einander gelten indeß dieselben Regeln, wie bei dem liegenden Vorgelege und behalten namentlich die Proportionen des §. 169 ihre volle Gültigkeit.

## §. 179.

Soll das stehende Vorgelege richtig construirt werden: so ist unerläßliche Bedingung, daß in dem gemeinschaftlichen Durchschnittspuncte E, Fig. 104 (Taf. XIV), der horizontalen Wellachse $AA_1$ mit der senkrechten Mittellinie CE des Drehlinges B und Stirnrades C sich alle Radien der Räder und Kämme treffen.

Wegen der Aehnlichkeit des gegenwärtigen Textes mit dem früheren, wollen wir, um nicht zu wiederholen, sogleich zu der Lösung einer Aufgabe übergehen.

### Erstes Beispiel.

Welche Höhe wird man dem Theilkreise des Rades A geben müssen, wenn der Theilkreisdurchmesser des Drehlinges B = $3\frac{1}{2}$ Fuß, der des Stirnrades C = 8 Fuß und der des Getriebes D = 2 Fuß werden soll; der Läuferstein einen Durchmesser von $3\frac{5}{6}$ Fuß = 46 Zoll hat; also nach der Tabelle des §. 158 in 1 Minute 120 mal umgeht und das Wasserrad in derselben Zeit sich 10mal um sich selbst dreht?

### Auflösung.

Wir finden bekanntlich die Umgänge des Läufersteines oder des Getriebes D gegen einen des Wasserrades, wenn wir das Product aus den Kammen der Räder der Kraft dividiren durch das Product aus den Stöcken der Räder der Last. Da wir aber für den Umfang oder die in jedem Theilkreise liegenden Kämme und Stöcke auch den Durchmesser des Rades annehmen können; so er-

Digitized by Google

halten wir, nach Maßgabe jenes zweiten Beispiels in §. 169,

die Umgänge des Läufersteines bei einem des Wasser- oder Kammrades sind

$$= \frac{\text{dem Durchmesser v. A, mal Durchmesser von C, divid. durch}}{\text{den Durchmesser von B, mal Durchmesser von D}}$$

oder, wenn wir die Umgänge des Getriebes oder Läufers bei einem des Wasserrades $= u_3$

den Durchmesser von A $= D$

" " " B $= D_1$

" " " C $= D_2$

" " " D $= D_3$

nennen: so ist $u_3 = \frac{D \cdot D_2}{D_1 \cdot D_3}$; mithin der Durchmesser des Kammrades A, oder $D = u_3 \cdot \frac{D_1 \cdot D_3}{D_2}$

$= u_3 \cdot \frac{3{,}5 \cdot 2}{8} = u_3 \cdot \frac{7}{8}$.

Da nun das Wasserrad in 1 Minute 10 mal, der Mühlstein oder das Getriebe 120 mal umgeht, also letzteres $\frac{120}{10} = 12$ mal mehr als ersteres: so ist $u_3 = 12$ und deßhalb

$$D = 12 \cdot \tfrac{7}{8} = 10\tfrac{1}{2} \text{ Fuß} = 126 \text{ Zoll.}$$

Legen wir, um die Zahnstärke und daraus die Theilung für die verschiedenen Räder zu finden, nach der Tabelle des §. 125, dem Wasserrade die der Steinlänge von $3\frac{5}{6}$ Fuß $= 46$ Zoll zukommende Gewalt von 3,7 Maschinenpferden bei: so ist, nach §. 149,

1. für das Kammrad A

die Stärke des hölzernen Zahnes oder $d = 11{,}3 \sqrt{\frac{L}{u \cdot \frac{D}{2}}} = 11{,}3 \sqrt{\frac{3{,}7}{10 \cdot 63}} = 11{,}3 \cdot 0{,}076636 =$

0,86598 Zoll $= 10\frac{3}{8}$ Linien.

Digitized by Google

Machen wir die Stockdicke des Drehlinges B etwas stärker, vielleicht $d_1 = 12\frac{3}{5}$ Linien und lassen für den Spielraum zwischen beiden, $\frac{1}{10} d = 1$ Linie: so wird die Theilung

$$t = d + d_1 + \frac{1}{10} d = 10\frac{2}{5} + 12\frac{3}{5} + 1 = 24 \text{ Linien} = 2 \text{ Zoll.}$$

Da nun der Durchmesser des Kammrades A, nämlich $D = 10\frac{1}{2}$ Fuß $= 126$ Zoll, also dessen Umfang $= D \cdot \pi = 126 \cdot 3{,}141... = 395{,}84...$ Zoll mißt: so ist die Anzahl seiner Kämme, d. i.

$$a = \frac{D \cdot \pi}{t} = \frac{395{,}84}{2} = 197.$$

2. für den Drehling B.

Ist dessen Durchmesser $D_1 = 3\frac{1}{2}$ Fuß $= 42$ Zoll, also sein Umfang $= D_1 \cdot \pi = 42 \cdot 3{,}141... = 131{,}95...$ Zoll; so ist die Anzahl seiner Stöcke, oder

$$a_1 = \frac{131{,}95}{2} = 66.$$

3. für das Stirnrad C.

Da das Kammrad A in 1 Minute 10 mal umgeht, so wird das Stirnrad C in derselben Zeit $10 \cdot \frac{197}{66} = 29{,}848...$ mal sich drehen und deßhalb, bei einem Durchmesser $D_2 = 8$ Fuß $= 96$ Zoll, eine Zahnstärke bekommen von

$$d = 11{,}3 \sqrt{\frac{3{,}7}{29{,}848 \cdot 48}} = 11{,}3 \cdot 0{,}05083... = 0{,}5744... \text{ Zoll} = 6{,}89... \text{ Linien},$$

wofür wir $d = 7$ Linien annehmen wollen. Machen wir die Dicke des Getriebestockes etwa $d_1 = 9\frac{1}{4}$ Linien und den Spielraum zwischen beiden $\frac{1}{10} d = \frac{3}{4}$ Linien: so wird die Theilung $t = d + d_1 + \frac{1}{10} d = 7 + 9\frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 17$ Linien $= 1\frac{5}{12} = 1{,}41666...$ Zoll, also die Anzahl der Kämme des Stirnrades, d. i.



Digitized by Google

$$a_2 = \frac{D_2 \cdot \pi}{t} = \frac{96.3,141...}{1,41666...} = 213.$$

4. für das Getriebe D.

Der Durchmesser $D_3 = 2$ Fuß $= 24$ Zoll giebt einen Umfang von $D_3 \cdot \pi = 24 \cdot 3,141... = 75,399...$ Zoll und die Stockzahl

$$a_3 = \frac{75,399...}{1,4166...} = 53.$$

Die Breite einer Kamme im Kammrade wird sein $b = 4,5 \cdot d = 4\frac{1}{2} \cdot 10\frac{2}{5} = 46\frac{4}{5}$ Linie $= 3$ Zoll $10\frac{4}{5}$ Linien $= 4$ Zoll.

Die Breite einer Kamme im Stirnrade $= 4\frac{1}{2} \cdot 7 = 31\frac{1}{2}$ Linie $= 2$ Zoll $7\frac{1}{2}$ Linien $= 2\frac{3}{4}$ Zoll.

Mit Zuratheziehung der Tabelle des §. 151 sind die genaueren Halbmesser der verschiedenen Räder folgende:

1) für das Kammrad A, bei $a = 197, = 31,355$ } mal 2
2) für den Drehling B, bei $a_1 = 66, = 10,508$ } Zoll

$=$ { 62,710 Zoll $=$ 5 Fuß 2 Zoll $8\frac{1}{2}$ Linie.
21,016 Zoll $=$ 1 Fuß 9 Zoll $\frac{1}{5}$ Linie.

3) für das Stirnrad C, bei $a_2 = 213, = 33,9015$ } m. 1,4166..
4) für das Getriebe D, bei $a_3 = 53, = 8,4400$ } Zoll

$=$ { 48,025 Zoll $=$ 4 Fuß $\frac{8}{10}$ Linien.
11,956 Zoll $=$ 11 Zoll $11\frac{1}{2}$ Linien.

## Zweites Beispiel.

Wenn sämmtliche Zahlengrößen des vorhinnigen Beispiels beibehalten werden, wieviel Umgänge wird erstens der Stein bei einem des Wasserrades und zweitens wieviel in 1 Minute machen.

## Auflösung.

Erstens. Nach §. 169 VIII ist $u_3 = \frac{a \cdot a_2}{a_1 \cdot a_3}$

Digitized by Google

$= \frac{197.213}{66 \cdot 53} = 12,...$ und zweitens, nach II. $u_2 = u \cdot \frac{a \cdot a_2}{a_1 \cdot a_3} = 10 \cdot 12,... = 120,...$ also genau wie vorhin.

## §. 180.

Obwohl es nicht in unserem Plane liegt, nach vollzogener Berechnung der Räder, zu deren eigentlicher Construction selbst überzugehen: so scheint uns dennoch eine Erwähnung der Bauart des verjüngten oder conischen Geschirres nicht ganz überflüssig. Sind mittelst der Rechnung die Theilkreisdurchmesser D und $D_1$ des Kammrades A und des Drehlinges B, Fig. 104 (Taf. XV) mit der Breite (b) der Kammen und Stöcke gefunden: so ergiebt sich der äußere und innere Halbmesser des Radkranzes, durch willkürlichen Zusatz auf beiden Seiten des Theilrisses, natürlich von selbst.

Man zeichne, wenn die Räder groß sind, nach einem willkürlich gewählten, verjüngten Maßstabe auf einen, über ein gutes Reißbrett gespannten, Bogen Papier zuerst eine gerade Linie XY, Fig. 105 (Taf. XIV), winkelrecht auf sie eine zweite VW und nehme den Durchschnittspunct C als denjenigen Punct an, nach welchem sämmtliche Kammen des Kammrades wie Stöcke des Drehlinges gerichtet sein müssen. Trägt man nun auf der Linie VW von C bis $c_1$ den Theilkreishalbmesser des Kammrades, legt durch $c_1$ eine Parallele $cc_1c_2$ mit XY, bringt ferner auf YX von C nach $c_3$ den Theilkreishalbmesser des Drehlinges, errichtet in $c_3$ ebenfalls eine Parallele $c_2c_3c_4$ mit VW: so werden sich die Linien $cc_1c_2$ und $c_2c_3c_4$ in dem Puncte $c_2$ durchschneiden. Macht man nun für das Kammrad $c_3c_2 = c_4c_3$ und für den Drehling $c_1c_2 = cc_1$ und zieht dann von C aus die Linien $Cc_4$, $Cc_2$ und Cc: so bezeichnen diese

drei Geraden die Richtung der Kammen des Kammrades und Drehlinges.

Umzuerſt die Conſtruction des Kammrades (Fig. A) zu vollenden, tragen wir zu beiden Seiten des Punctes $c_3$, am unteren Zahne, nach d und $d_1$ die berechnete halbe Zahnbreite $\frac{1}{2}$ b und errichten in d und $d_1$ auf $Cc_4$ die Normalen fe und hg, machen wieder von $c_4$ aus, $c_4m = \frac{1}{2}$ l und $c_4n = \frac{1}{2}$ l und ziehen durch m und n die Radien emgC und fnhC: ſo iſt der Zahn efgh vollendet. Verlängert man nun auf beiden Seiten des Zahnes in der Richtung nach C deſſen Grundlinie fh bis a und b, ſo weit die Stirn des Kammrades die Breite der Kämme überragen ſoll, errichtet in a und b die Lothe $ap_1$ und $bo_1$ und zieht $o_1p_1$ parallel mit ab: ſo iſt der Durchſchnitt des Radkranzes hergeſtellt. Da dieſer indeß gegen die Linie VW verſchoben liegt: ſo ziehe man, um das gerade Profil desjenigen Kranzes zu finden, aus welchem der verſchobene $abo_1p_1$ geſchnitten werden kann, durch a und $o_1$ mit VW zwei Parallelen rt und qs, auf dieſe durch b und $p_1$ zwei Normalen st und qr: ſo ſind $t_2t$ und $t_2r$ die beiden Halbmeſſer des erſten Radkranzes, aus dem der verſchobene geſchnitten werden kann; rq = st deſſen Dicke.

Um aus der Seitenanſicht des Kammrades (Fig. A) den Grundriß (Fig. B) zu bekommen, beſchreibe man aus $C_3$ mit dem Halbmeſſer $t_2t = C_3b$ den Bogen bXb, mit $\gamma_1 f = C_3f$ denen Bogen fff, mit $\beta_1 n = C_3n$ den Bogen nnn, mit $\alpha_1 h = C_3h$ den Bogen hhh, mit $t_2a = C_3a$ den Bogen aa, mit $t_2r = t_2q = C_3p_1$ den Bogen $p_1p_1p_1$: ſo iſt der mit $\beta_1 n = C_3n$ beſchriebene Bogen nnn der Theilkreis auf der Stirn des Rades ſelbſt und die mit $\alpha_1 h = C_3h$ und $\gamma_1 f = C_3f$ beſchriebenen Bogen hhh und fff die beiden Grenzen der Zahnbreite.

Da hiernach ein coniſches Kammrad als Uebergangsrad zum Stirnrade anzuſehen iſt, deſſen wirkliche

Theilung größer, als die Entfernung der Zähne an der Stirn des Rades: so ist klar, daß auch hier dieselbe Aufzeichnungsmethode der Theilung wie der Kammlöcher in Anwendung kommen muß. Um nun die an der Stirn des Rades kleinere Theilung, als die im eigentlichen berechneten Theilkreise zu finden, wollen wir wieder den unteren Querschnitt des verschobenen Radkranzes $abo_1p_1$ benutzen. Man errichte dieserhalb in dem Puncte $c_4$ (Fig, A) auf $c_4C$ ein Loth, verlängere dies rückwärts, bis es in $C_1$ die XY schneidet, trage in der Richtung nach C zu beiden Seiten von $c_4$ die halbe Theilung ($\frac{1}{2}$ t) nach x und y, so daß $xy = t$, ziehe von diesen beiden Puncten nach $C_1$ die Linien $yC_1$ und $xC_1$: so schneiden diese die Stirnfläche ab des Kammrades in $x_1$ und $y_1$, deren Entfernung $x_1\,y_1$ die Weite der Theilung auf der Stirn des Rades ist. Macht man nun in beiden Fig. A und B $ny_1 = ny_1$ und $nx_1 = nx_1$ und zieht in Fig. B durch $x_1$ und $y_1$ die Radien $y_1C_3$ und $x_1C_3$: so ist $x_1y_1$ die richtige auf das Rad selbst zu tragende Theilung.

Zieht man von dieser auf die Stirn des Kammrades aufgetragenen Theilung $x_1y_1$ die auf dieselbe Weise zu findende Dicke des Zahnes $nx_1$ oder $ny_1$ ab: so bleibt natürlich die Größe des Kammloches $fhx_1$ oder $fhy_1$ übrig.

Auf dieselbe Weise verfährt man mit dem Zureißen eines Zahnes. Man denke sich die Kamme hgef, in Fig. A, aus der linken Lage in die rechte, nach Fig. G, gebracht: so ziehe man aus C mit den Halbmesser $Cd_1$, Cd und $Cc_4$ drei Bogen $hh_1$, $ff_1$ und $nn_1$ durch diese die Gerade Cd, mache auf $nn_1$, von $c_4$ aus, $nc_4 = c_4n_1$ = der halben berechneten Kammenstärke (d) und ziehe durch n und $n_1$ die Radien Cf und $Cf_1$: so ist $hff_1h$ der größte Querschnitt des Kammes, im Theilkreise des Kammrades.

Um dessen Maaße in der Richtung nach $C_1$ zu bekommen, ziehe man aus $C_1$, Fig. B und H, sechs Kreise mit $C_1f$, $C_1d$ und $C_1e$, als die äußeren Grenzen

Digitized by Google

des Kammkopfes und mit $C_1h$, $C_1d_1$ und $C_1g$ die inneren; durchschneide alle mit der Geraden $C_1g$, stecke zu beiden Seiten von $d_1$ aus Fig. G die halbe Maaße $hh_1$ und zu beiden Seiten von d die halbe Maaße $ff_1$ und von den einzelnen Puncten $hh_1$ und $ff_1$, Fig. H die entsprechenden Halbmesser $hC_1$, $h_1C_1$, $fC_1$ u. $f_1C_1$: so ist durch diese beiden gleichsam in einander liegenden Querschnitte die auf beiden Seiten des Theilkreises liegende geradflächige Kamme hergestellt. Zur richtigen Verzeichnung des oberen abgerundeten Kammkopfes wollen wir unten weitere Anweisung geben. Um den Winkel bat, Fig. A und D, oder die Neigung der Fläche ba gegen $t_2a$ zu finden, messe man bt und trage diese Maaße von t nach b. Der Behuf des Zureißens der Kammlöcher nöthige Radzirkel muß genau nach der Neigung der Stirnfläche des Rades construirt werden und geben die Fig. E und F dessen Gestalt in vollkommener Deutlichkeit an.

Die Construction des mit Kammen versehenen Drehlinges geschieht genau in gleicher Weise mit der des Kammrades und bedarf deßhalb keiner Wiederholung.

## §. 181.

Sind A und B, Fig. 106 (Taf .XIV) I, zwei ineinander greifende conische Räder, beide mit Kammen versehen und C der Durchschnittspunct der beiderseitigen, senkrecht auf einander stehenden, Achsen; ab der Theilkreis von A. und bc der Theilkreis von B: so errichte man in b, auf der Linie Cb, die Lothe bf und bg, beschreibe einmal aus f mit fb den Bogen be; das andere mal aus g mit gb den Bogen bd und sehe endlich bf und bg als die Durchmesser zweier neuen Kreise blf und bmg an. Um nun die Zähnewölbung für das Rad A (im Theilkreise) zu bekommen, hat man den Kreis bmg auf dem Bogen be abzuwälzen und für das Rad B: den Kreis blf auf dem Bogen bd.

Digitized by Google

Man erhält dann z. B. für das Rad A die in I. gezeigte Wölbung $\alpha\beta$ des Kammkopfes im Theilkreise ab, während in II, indem sich der Kegel CB um die gemeinschaftliche Spitze C auf dem Kegel CA abwälzt, die ganze epicycloidische Abrundungsfläche $s\beta u t a r$ desselben vor Augen geführt wird. Greift das Rad A in mehre Räder von verschiedenen Durchmessern: so ist auch hier die Abrundung der Radzähne nicht mehr nach der eben gezeigten Epicycloidenform zu bewerkstelligen; sondern genau in der in §. 174 gezeigten Weise.

## §. 182.

Da zur Durcharbeitung der Kammlöcher zuerst ein starker Löffelbohr gebraucht wird: so ist, namentlich bei der Construction eines conischen Rades, unbedingt nöthig, daß dem Bohre vermittelst eines Bohrstuhles eine solche Lage gegeben werde, daß derselbe nicht allein nach keiner Seite schwanken kann, sondern auch allenthalben lothrecht auf der Ebene steht, die von dem Kammloche gebildet wird. Einen Bohrstuhl herzustellen und zu richten, ist Sache des Geschirrbauers und zu einfach, hier einer weiteren Erörterung zu bedürfen. Schwieriger ist die Herstellung der Kammen, die keine Fläche haben, die rechtwinklig mit einer anstoßenden, oder parallel mit einer gegenüberliegenden wäre; sofern man nicht das bei Fig. 86 (Taf. XI) beschriebene und empfohlene Verfahren beibehalten will, die (hölzerne) Kamme von überall gleicher Dicke und den von ihr ergriffenen (eisernen) Zahn am inneren Ende um so viel schwächer zu machen. Hierbei wird am zweckmäßigsten sein, aus hartem Holze sich eine s. g. Probekamme mit größtmöglichster Genauigkeit anzufertigen und nach dieser wieder eine von allen Seiten genau anschließende Form, in welcher sämmtliche übrige Kammen, der ersten gleich, vollendet werden. Um auch sämmtliche Kammlöcher gleich groß zu haben, schlägt man die Probekamme, der Reihe nach, in jedes Loch und hilft selbigen so lange nach, bis die

Digitized by Google

Kamme bei gleicher Tiefe überall gleich fest sitzt. Das Loch selbst, also auch der Kammstiel sind viereckig zu machen, weil letztere in quadratischer Form sich stets fester halten, als in runder.

Je nach Verschiedenheit der Dicke des Radkranzes ist die Kamme mit ihrem ganzen Kopfprofile $\frac{1}{2}$ bis $\frac{5}{8}$ Zoll in denselben einzulassen, ehe der um etwas kleinere Stiel beginnt.

## §. 183.

Sind in vorgeschriebenee Weise die Kammlöcher vollendet, die Zähne eingesetzt, oder das Rad verkämmt: so müssen die Kammen einer Revision unterzogen, d. h., es muß untersucht werden, ob ihre Entfernung — namentlich im Theilkreise — überall gleich groß ist. Man benutzt hierzu die sogenannten Feldmaaßen, die stets mit dem Neubau des Rades am sichersten angefertigt werden.

Ist A Fig. 107 (Taf. XV) ein in seinem Theilkreise m n zugerissenes Getriebe, a und b zwei seiner Stöcke: so muß die Feldmaaße B die in der Zeichnung angegebene Form haben, wenn man gewiß sein will, daß jede Unebenheit des Stockes, welche dem Geschirre Erschütterungen verursachen würde, entfernt werde.

Bezeichnet ebenfalls $A_1$, Fig. 108 (Taf. XV) einen Theil des Kammrades, $m_1 n_1$ den Theilkreis, $a_1$ und $b_1$ zwei seiner Kammen: so ist $B_1$ die allein richtige Gestalt der Kammmaaße, die bei ihrem Gebrauche stets nur an die Zähne gelegt werden darf, wo der Theilkreis durchgeht.

Ist endlich $A_2$ Fig. 109 (Taf. XV) ein Theil eines Stirnrades, $m_2 n_2$ der Theilkreis und $a_2 b_2$ zwei seiner Zähne: so ist $B_2$ die der Feldmaaße zu gebende, allein richtige Gestalt, wobei es indeß mehr gleichgültig ist, ob man selbige, bei dem Nachsehen der Kämme, an eins ihrer Enden, oder in der Mitte anlege.

Digitized by Google

Jede der drei beschriebene, Feldmaaßen sind mit möglichster Sorgfalt anzufertigen so dünn wie möglich und deßhalb am besten von dünnem Eisenblech herzustellen.

## B. Von Holz und Eisen.

### §. 184.

Diese Bauart unterscheidet sich von der vorhinnigen einfach dadurch, daß hier die kleineren Räder, wegen ihrer schnelleren Abnutzung oder schwierigeren Construction, ganz massiv aus Eisen hergestellt, die großen ebenfalls aus Eisen, aber mit hölzernen Kämmen versehen werden, während dort alles aus Holz erbaut wurde.

Die Behandlung derartiger Räderwerke wird uns am besten aus Beispielen klar werden.

### Erstes Beispiel.

Wie groß werden die Räderwerke zu einem stehenden Vorgelege werden müssen, das durch ein Wasserrad der zweiten Construction des §. 127 in Bewegung gesetzt wird; wenn letzteres bei $10\frac{1}{4}$ Fuß Theilkreishöhe u. 5 Fuß Umfangsgeschwindigkeit eine Kraft von 10 Maschinenpferden entwickelt und damit 3 Paar Läufersteine, je $3\frac{5}{8}$ Fuß lang, in Arbeit setzen soll?

### Auflösung.

Legen wir die Zeichnung Fig. 104 (Taf. XV) des §. 179 zum Grunde und lassen das Kammrad A von Eisen, dessen Kämme von Holz, den Drehling B von massivem Guß, das Stirnrad C von Eisen mit hölzernen Kämmen und das Getriebe D wieder massiv sein; nennen den Theilkreisdurchmesser des Wasserrades $= D_0$, dessen Umgänge pro Minute $= u$, den Theilkreisdurchmesser des Kammrades A $= D$, den Theilkreisdurchmes-

ser des Drehlinges B = $D_1$, dessen Umgänge pro Minute = $u_1$, den Theilkreisdurchmesser des Stirnrades C = $D_2$, den Theilkreisdurchmesser des Getriebes D = $D_3$, dessen Umgänge pro Minute = $u_2$, dann macht das Wasserrad in 1 Minute $u = 9{,}5493 \cdot \frac{v}{\frac{D_0}{2}}$

$= 9{,}5493 \cdot \frac{5}{5{,}375} = 8{,}8831\ldots$ Umgänge.

Nach der Tabelle des §. 158 erfordern Steine von $3\frac{5}{8}$ Fuß = $43\frac{1}{2}$ Zoll Durchmesser cc. 126 Umgänge pro Minute und es wird deßhalb das Getriebe D = $u_3 = \frac{126}{8{,}8831} = 14{,}184$ Umgänge bei einem des Kammrades A vollendet haben müssen.

Machen wir nun den Durchmesser des Drehlinges B, d. i. $D_1 = 3\frac{1}{4}$ Fuß = 39 Zoll

den Durchmesser des Stirnrades C, d. i. $D_2$ = 8 F. = 96 Z.

den Durchmesser des Getriebes D, d. i. $D_3 = 1\frac{1}{2}$ F. = 18 Z.:

so ist, nach §. 169 VIII und §. 179, $u_3 = 14{,}184 = \frac{D\,D_2}{D_1 \cdot D_3}$ und daraus

$D = u_3 \cdot \frac{D_1 \cdot D_3}{D_2} = 14{,}184 \cdot \frac{3{,}25 \cdot 1{,}5}{8} = 8{,}6432\ldots$

Fuß, wofür wir, der Abrundung wegen, setzen wollen: D = 8,66 = $8\frac{2}{3}$ Fuß = 104 Zoll.

Gehen wir zu der Berechnung der Zahnstärken und resp. Theilungen über: so ist

1) für das Kammrad A

die Stärke des hölzernen Zahnes, d. i. d = 11,3

$\sqrt{\frac{L}{u \cdot R}} = 11{,}3\sqrt{\frac{10}{8{,}8831 \cdot 1\frac{1}{2}^4}} = 11{,}3 \cdot 0{,}14713$

= 1,6626 Zoll = 1 Zoll 8 Linien = 20 Linien.

Geht das $8\frac{2}{3}$ Fuß hohe Kammrad in 1 Minute 8,8831... mal um: so wird der $3\frac{1}{4}$ Fuß große Drehling

Digitized by Google

$= 8{,}8831 . \frac{8\frac{7}{8}}{3\frac{1}{4}} = 23{,}688 = u_1$ Umgänge in derselben Zeit vollenden und ist deßhalb

2) für den Drehling B

die Stärke des eisernen Zahnes, d. i. $d_2 = 7{,}532 \sqrt{\frac{L}{u_1 \cdot R_1}} = 7{,}532 \sqrt{\frac{10}{23{,}688 \cdot \frac{9}{2}}} = 7{,}532 \cdot 0{,}14713$ $= 1{,}1082$ Zoll $= 1$ Zoll $1\frac{1}{8}$ Linie $= 13\frac{1}{8}$ Linien.

Ist der Spielraum $\frac{1}{10}\, d = 2$ Linien: so ist die Größe der beiden Rädern gemeinschaftlichen Theilung, d. i.

$t = d + d_2 + \frac{1}{10}\, d = 20 + 13\frac{1}{8} + 2 = 35\frac{1}{8}$ Linien: wofür wir indeß $= 36$ Linien $= 3$ Zoll setzen können, indem wir die noch zugegebenen $\frac{2}{3}$ Linien der Kammenstärke d zukommen lassen und deßhalb die Anzahl der Kämme des Kammrades A, d. i. $a = \frac{D \cdot \pi}{t}$ $= \frac{104 \cdot 3{,}141...}{3} = 109$ und die Anzahl der Zähne des Drehlings B, d. i. $a_1 = \frac{D_1 \cdot \pi}{t} = \frac{39 \cdot 3{,}141}{3}$ $= 41$.

Weil ferner das Stirnrad mit dem Drehlinge gleiche Umgänge $u_1 = 23{,}688...$ pro Minute hat: so ist

3) für das Stirnrad C

die Stärke des hölzernen Zahnes, d. i. $d = 11{,}3 \sqrt{\frac{10}{23{,}688 \cdot \frac{9}{2}}} = 11{,}3 \cdot 0{,}09378 = 1{,}0597$ Zoll $= 1$ Zoll $\frac{7}{10}$ Linien $= 12\frac{7}{10}$ Linien.

Geht das 8 Fuß hohe Stirnrad in 1 Minute 23,688... mal um: so wird das $1\frac{1}{2}$ Fuß große Getriebe in derselben Zeit $u_2 = 23{,}688 \cdot \frac{8}{1{,}5} = 126$ Umgänge vollenden und deßhalb sein

Digitized by Google

4) für das Getriebe D

die Stärke des eisernen Zahnes, d. i. $d_2 = 7{,}532 \sqrt{\frac{L}{u_2 \cdot \frac{1}{2} D_3}} = 7{,}532 \sqrt{\frac{10}{126 \cdot \frac{18}{2}}} = 7{,}532 \cdot 0{,}09378 = 0{,}70636$ Zoll $= 8\frac{1}{2}$ Linien.

Beträgt der Spielraum zwischen den Zähnen $\frac{1}{10}$ d $= 1\frac{3}{10}$ Linien: so ist die beiden gemeinschaftliche Theilung

$t = d + d_2 + \frac{1}{10} d = 12{,}7 + 8{,}5 + 1{,}3 =$ 22,5 Linien $= 1$ Zoll $10\frac{1}{2}$ Linien $= 1\frac{7}{8} = 1{,}875$ Zoll und deßhalb

die Anzahl der Kämme des Stirnrades C, d. i. $a_2 = \frac{D_2 \cdot \pi}{t} = \frac{96 \cdot 3{,}141...}{1{,}875} = 161$ u. die Anzahl der Zähne des Getriebes D, d. i. $a_3 = \frac{D_3 : \pi}{t} = \frac{18 \cdot 3{,}141...}{1{,}875} = 30$.

Die Breite einer Kamme im Kammrade A wie eines Zahnes im Drehlinge B, wird sein: $b = 4{,}5 \cdot d = 4\frac{1}{2} \cdot 20 = 90$ Linien $= 7\frac{1}{2}$ Zoll,

die einer Kamme von C und eines Zahnes von D, d. i. $b = 4\frac{1}{2} \cdot 12\frac{7}{10} = 57$ Linien $= 4\frac{3}{4}$ Zoll.

Nach der Tabelle des §. 151 sind die genaueren Halbmesser der verschiedenen Räder:

1) für das Kammrad A, bei $a = 109$, $= 17{,}3500$ } mal
2) für den Drehling B, bei $a_1 = 41$, $= 6{,}5320$ } 3 Zoll
$=$ { 52,05 Zoll $= 4$ Fuß 4 Zoll $\frac{3}{5}$ Linien
{ 19,596 „ $= 1$ „ 7 „ $7\frac{3}{20}$ „

3) für das Stirnrad C, bei $a_2 = 161$, $= 25{,}6255$ } mal
4) für das Getriebe D, bei $a_3 = 30$, $= 4{,}7835$ } 1,875 Zoll
$=$ { 48,048 Zoll $= 4$ Fuß $—$ Zoll $\frac{29}{50}$ Linien.
{ 8,969 „ $=—$ „ 8 „ $11\frac{3}{5}$ „

und, mit Benutzung, der in §. 166 erhaltenen Lehren,

1) für das Kammrad A,

die Dicke des gußeisernen Radkranzes $= 1\frac{1}{2} \cdot d = 1\frac{1}{2} \cdot 20 = 30$ Linien $= 2\frac{1}{2}$ Zoll; dessen Breite oder Höhe $\frac{1}{8}$ bis $\frac{1}{4}$ größer, als die Zahnbreite; also $= \frac{1}{8}$ bis $\frac{1}{4}$ von $b + b = \frac{1}{8}$ bis $\frac{1}{4}$ $(4\frac{1}{2} \cdot d) + 4\frac{1}{2} d = \frac{1}{8}$ bis $\frac{1}{4}$ $(4\frac{1}{2} \cdot 20) + 4\frac{1}{2} \cdot 20 = \frac{90}{8}$ bis $\frac{90}{4} + 90 = 101$ bis $112$ Linien $= 8\frac{5}{12}$ bis $9\frac{1}{3}$ Zoll.

Sind auch dessen Arme von Gußeisen und deren Zahl $= 6$: so ist die Breite eines derselben $= 10{,}4 \sqrt[3]{\frac{10}{6 \cdot 8{,}8831}} = 6$ Zoll und dessen Dicke $\frac{1}{5} \cdot 6 = 1\frac{1}{5}$ Zoll.

2) für den Drehling B.

Die Dicke des gußeisernen Ringes ist $=$ der Zahndicke $d_2 = 13\frac{1}{3}$ Linien, seine Breite $=$ der der Zähne $= 4\frac{1}{2} \cdot 20 = 90$ Linien $= 7\frac{1}{2}$ Zoll. Jeder der vier gußeisernen Arme hat eine Dicke von $2{,}08 \sqrt[3]{\frac{10}{4 \cdot 23{,}688}} = 1$ Zoll und eine Breite von $5 \cdot 1 = 5$ Zoll.

3) für das Stirnrad C.

Die Dicke des gußeisernen Radkranzes ist $= 1\frac{1}{2} \cdot d = 1\frac{1}{2} \cdot 12\frac{7}{10} = 19$ Linien und seine Höhe $\frac{1}{8}$ bis $\frac{1}{4}$ größer, als die Zahnbreite $b = 57$ Linien; also $= \frac{57}{8}$ bis $\frac{57}{4} + 57 = 64$ bis $71$ Linien $= 5\frac{1}{3}$ bis $5\frac{11}{12}$ Zoll.

Die Dicke eines der 6 gußeisernen Arme ist $= 2{,}05 \sqrt[3]{\frac{10}{6 \cdot 23{,}688}} = 0{,}85869$ Zoll $= 10\frac{3}{10}$ Linien und seine Breite $= 5 \cdot 10\frac{3}{10} = 51\frac{1}{2}$ Linien $= 4$ Zoll $3\frac{1}{2}$ Linien.

Digitized by Google

4) für das Getriebe D.

Die Dicke des gußeisernen Ringes ist = der Zahnstärke $d_2 = 8\frac{1}{2}$ Linien und seine Höhe = der Breite eines Zahnes $= 4\frac{1}{2} \cdot 12\frac{7}{10} = 57$ Linien $= 4\frac{3}{4}$ Zoll. Die Dicke eines der vier gußeisernen Arme $= 2{,}08 \sqrt[3]{\frac{10}{4 \cdot 126}} = 0{,}5631$ Zoll $= 6\frac{3}{4}$ Linien und seine Breite $= 5 \cdot 6\frac{3}{4} = 33\frac{3}{4}$ Linien $= 2$ Zoll $9\frac{3}{4}$ Linie.

## Zweites Beispiel.

Wenn sämmtliche Werthe des vorigen Beispiels beibehalten werden, wieviel Umgänge wird erstens der Mühlstein bei einem des Wasserrades und zweitens, wieviel in 1 Minute machen?

## Auflösung.

Nach §. 179 VIII ist $u_3 = \frac{a \cdot a_2}{a_1 \cdot a_3} = \frac{109 \cdot 161}{41 \cdot 30}$ $= 14{,}2$ und nach §. 169 II ist $u_2 = u \cdot \frac{a \cdot a_2}{a_1 \cdot a_3}$ $= 8{,}8831 \cdot 14{,}2 = 126{,}...$ also genau dieselben Resultate wie oben.

## §. 185.

Zu den nicht zu verkennenden Annehmlichkeiten einer Mühle gehört unstreitig ein nicht zu hohes Mühlengerüst. Mit der Erniedrigung dieses ist aber fast immer eine Verminderung der Kammradshöhe verbunden, ein Nachtheil, gegen den wir bislang mit aller Macht haben anzukämpfen gesucht und den man sich deßungeachtet nur gefallen lassen sollte, wenn die Räumlichkeit des Mühlengebäudes es erheischt. Um diesen beiden sich widerstreitenden Forderungen so viel als möglich zu ge-

Digitized by Google

nügen, kann man den Drehling B, Fig. 110 (Taf. XV) statt wie früher über das Kammrad A, jetzt unter dasselbe und unter diesen das Stirnrad C legen, was in das Getriebe D eingreift. Diese Anlage gewährt den Vortheil eines niedrigeren Mühlengerüstes und langer Spindeln; allein auch den Nachtheil einer lästigen Beengung des Raumes unter dem Stirnrade C und dem Getriebe D; sowie einer größeren Belastung in horizontaler Richtung an den untern Zapfen dieser beiden.

Die Eintheilung und Construction der Räderwerke bleibt natürlich der vorhin gezeigten ganz gleich.

## §. 186.

Haben wir in §. 176 das Reibungsmoment zwischen den Zähnen zwei in einander greifenden Räder zu berechnen gelernt: so ist, mit Beibehalt der dortigen Bezeichnung, dasselbe Moment in den Zähnen conischer Räder,

wenn 2 Paar Zähne in Arbeit sind,

$$R_2 = 0{,}34558 \cdot L \cdot \sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{a_1^2}} = \frac{L}{2{,}8937} \cdot \sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{a_1^2}}$$

und, wenn $\nu$ Paar Zähne sich zugleich fassen,

$$R_2 = 0{,}17279 \cdot \nu \cdot L \cdot \sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{a_1^2}} = \frac{\nu \cdot L}{5{,}7874} \cdot \sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{a_1^2}}$$

### Beispiel.

Wie groß wird jede Sec. das Reibungsmoment zwischen den Kammen und Zähnen des Kammrades A und Drehlinges B, aus dem Beispiele des vorigen §. sein, wenn $a = 109$, $a_1 = 41$ und $L = 10 \cdot 550 = 5500$ Fußpfund ist?

### Auflösung.

Nach der ersten Formel ist $R_2 = 0{,}34558 \cdot 5500 \sqrt{\frac{1}{109^2} + \frac{1}{41^2}} = 1900{,}7 \cdot 0{,}02606 = 49{,}53\ldots$ Fußpfund.

Digitized by Google

Ein Stirnrad von $a = 109$ Kämmen und ein Drehling von $a_1 = 41$ Zähnen würde, bei einer Kraft von $L = 10$ Maschinenpferden $= 5500$ Fußpfunden nach §. 176 ein Reibungsmoment haben von

$$R_1 = \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{a_1}\right) 0{,}34558 \cdot L = \left(\frac{1}{109} + \frac{1}{41}\right)$$

$0{,}34558 \cdot 5500 = 0{,}03356... \quad 1900{,}7 = 63{,}795...$ Fußpfund

und geht hieraus hervor, daß die Zähnereibung zweier Stirnräder, unter übrigens gleichen Umständen, größer ist, als die zweier conischen.

Die Bestimmung der Reibung zwischen den Zähnen eines Kammrades und den Stöcken eines geraden Getriebes, hängt so sehr namentlich von der Construction des letztern und dessen mehr oder weniger ruhigem Gange ab, daß selbige füglich der jedesmaligen Beurtheilung überlassen bleiben muß.

## §. 187.

Die Gestalt der Zapfen an stehenden Wellen und Mühleisen ist durchaus nicht gleichgültig und wollen wir dabei auf solche unser Augenmerk richten, deren unterste Fläche entweder gerade, abgerundet oder zugespitzt ist und, indem wir für jede der genannten Formen das entsprechende Reibungsmoment berechnen, damit zugleich nach der Größe derselben die Zweckmäßigkeit der Form bestimmen.

### Mit geraden Zapfen.

### Erstes Beispiel.

Welche Reibung wird eine 700 Pfund schwere gußeiserne Welle pro Secunde verzehren, die 28 mal in 1 Minute umgeht und eine Dicke ab, Fig. 111 (Taf. XV) von $2\frac{1}{2}$ Zoll hat?

Digitized by Google

### Auflösung.

Ist $ac = cb = r$ der Halbmesser des Zapfens $= 1\frac{1}{4}$ Zoll $= \frac{5}{48} = 0{,}10416...$ Fuß, das Gewicht der Welle $G = 700$ Pfund, deren Umgänge pro Minute $= u = 28$, $f = 0{,}075$ ein durch die Erfahrung bestimmter Reibungscoefficient für glatt polirte Zapfen: so ist das mechanische Moment der Zapfenreibung, oder

$R_3 = \frac{2}{3} \cdot 0{,}1047 \cdot u \,.\, f \cdot G \,.\, r = 0{,}005235 \,.\, u \,.\, G \,.\, r$
$= 0{,}005235 \cdot 28 \cdot 700 \cdot 0{,}10416 = 10{,}688$ Fußpfund pro Sec.

### Mit abgerundeten Zapfen.

### Zweites Beispiel.

Wie groß wird die Arbeit der Zapfenreibung sein, wenn der Abrundungshalbmesser ad, Fig. 112 (Taf. XV) $= 4$ Zoll ist; alles Uebrige aber so bleibt?

### Auflösung

Ist $ad = db = R = 4$ Zoll $= 0{,}3333...$ Fuß: so ist das statische Moment der Reibung $= f \,.\, C = 0{,}075 \,.\, 700 = 52{,}5$ Pfund. Der Reibungshalbmesser

$$= \tfrac{2}{3}\left[1 + 0{,}3\left(\frac{r}{R}\right)^2\right] r =$$

$$= \tfrac{2}{3}\left[1 + 0{,}3\left(\frac{0{,}10416}{0{,}33333}\right)^2\right] 0{,}10416$$

$= 0{,}071475$ Fuß

folglich die Geschwindigkeit der Reibung $= v = 0{,}1047 \cdot 28 \cdot 0{,}071475 = 0{,}20953$ Fuß und deßhalb das mechanische Moment der Reibung, oder

$R_1 = 52{,}5 \,.\, 0{,}20953 = 11{,}...$ Fußpfund pro Sec.

### Mit zugespitzten Zapfen.

### Drittes Beispiel.

Wie groß wird die Arbeit der Zapfenreibung sein, wenn der Zuspitzungswinkel adc, Fig. 113 (Taf. XV) $=$ cdb $= 50$ Grad mißt?



Digitized by Google

### Auflösung.

Nennen wir den $< adc = cdb = \alpha$: so ist das erste Moment für gerade Zapfen durch den sinus des $< \alpha$ zu dividiren, um das für den zugespitzten zu bekommen und deßhalb

$$R_3 = \frac{0{,}005235 \cdot u \cdot G \cdot r}{\sin.\ \alpha} = \frac{10{,}688}{\sin.50^0} = \frac{10{,}688}{0{,}766}$$

$= 13{,}952$ Fußpfund pro Sec.

Hiernach ist einleuchtend, daß die stehenden Zapfen, deren untere Fläche gerade ist, die vortheilhaftesten sind, diesen die abgerundeten folgen, die zugeschärften aber die nachtheiligsten bleiben und zwar um so mehr, je spitzer sie sind.

### Viertes Beispiel.

Welche Reibung wird ein unten gerades, 2 Zoll starkes und 131 mal in einer Minute umgehendes Mühleisen jede Sec. erzeugen, wenn der auf ihm befestigte Läuferstein $3\frac{1}{2}$ Fuß lang, 2 Fuß hoch und sein Auge 8 Zoll Durchmesser hat; die beiden schmiedeeisernen Bände, die Haue mit Mühleisen und Getriebe ꝛc. cc. 180 Pfund wiegen?

### Auflösung.

Ist der Halbmesser des Mühlsteines $= R = 1\frac{3}{4}$ Fuß $= 21$ Zoll, der des Auges $= R_1 = \frac{1}{3}$ Fuß $= 4$ Zoll, dessen Höhe $= h = 2$ Fuß $= 24$ Zoll: so ist sein Cubikgehalt $= (R^2 - R_1{}^2)\ \pi \cdot h = (21^2 - 4^2)\ 3{,}141\ldots\ 24 = 32044$ Cubikzoll $= \frac{32044}{1728}$ $= 18{,}544$ Cubikfuß. Rechnen wir das Gewicht eines Cubikfuß Mühlsteins zu 110 Pfund: so wiegt der Stein $= 18{,}544 \cdot 110 = 2040$ Pfund und mit seinem Zubehör wird $G = 180 + 2040 = 2220$ Pfund. Der Halbmesser des Mühleisens in der Pfanne ist $= r = 1$ Zoll

$= \frac{1}{12} = 0{,}08333...$ Fuß; mithin das mechanische Moment der Reibung pro Sec., oder

$R_3 = 0{,}005235 \cdot u \cdot G \cdot r = 0{,}005235 \cdot 131 \cdot 2220 \cdot 0{,}08333.. = 127$ Fußpfund.

---

# Drittes Capitel.

## Von der Fortpflanzung des dynamischen Effectes eines Wasserrades mittelst lederner Riemen.

### §. 188.

Das sicherste Mittel, die von einem Wasserrade producirte Kraft fortzupflanzen, bleiben allerdings immer gezahnte Räder; es können indeß Fälle eintreten, wo theils der Wohlfeilheit, theils der Richtung wegen, in welcher die Kräfte fortgepflanzt werden sollen, den ledernen Riemen der Vorzug zu geben ist. Nimmt man die Dicke der Riemen als constant an: so ist, nach Verhältniß der zu übertragenden Kraft und ihrer Geschwindigkeit, deren nöthige Breite zu bestimmen.

Ein französischer Mathematiker Laborde hat uns hierzu Tabellen geliefert, welche, um sie für uns brauchbarer zu machen, von dem Verfasser auf hannoversches Maaß reducirt sind und weiter unten nachfolgen.

Laborde führt über die Riemen folgende Erfahrungssätze an:

1) Der zu überwindende Widerstand muß geringer sein, als die Kraft, welche den Riemen zum Rutschen oder Gleiten auf den Scheiben, über die er gelegt ist, veranlassen kann.

2) Die Spannung des Riemens darf nicht zu einem Puncte getrieben werden, von woaus derselbe in seinem Gefüge eine nachtheilige Veränderung erfährt: d. h., er darf nicht über $\frac{1}{20}$ seiner natürlichen Länge ausgedehnt



Digitized by Google

werden. Demnach darf ein Riemen von z. B. 20 Fuß Länge bei seiner größten Anspannung nicht mehr als 21 Fuß messen.

3) Die Spannung darf nicht größer gemacht werden, als die Bedingung es erfordert, weil sonst die Zapfenreibung, an sich schon bedeutender, als bei Zahnrädern, unverhältnißmäßig vergrößert wird.

4) Der Riemen muß die gehörige Biegsamkeit besitzen. Die nöthige Fettigkeit giebt man ihm durch eine Schmiere von Talg, oder Talg mit Schweinefett.

5) Die Umfänge der Bahnen müssen völlig glatt — also nicht geriffelt — sein, weil dadurch eine viel größere Berührungsfläche dargeboten wird, Riffeln sich bald vollschmieren und den Riemen von der Bahn herunterschieben würden, sobald eine nur geringe Schwankung der Scheibe eintritt.

Bei glatten Bahnen, mit einer Wölbung von ungefähr $\frac{1}{10}$ der Breite, wird, bei sonstiger guter Anordnung, selten ein Abschlagen des Riemens erfolgen, d. h., wäre z. B. eine Riemenscheibe 5 Zoll breit: so würde ihre Wölbung auf der Mitte der Stirn $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ höher sein müssen, als an den Kanten und dabei der gewöhnlichen Leitleisten oder Ohren nicht bedürfen.

## §. 189.

Die Principien, auf welche Laborde die Berechnung der Riemenbreiten basirt, sind folgende:

1) Die Riemenbreiten stehen, bei gleichbleibender Geschwindigkeit, im geraden Verhältnisse der zu übertragenden Kräfte; d. h., hat ein Riemen eine Kraft von z. B. 4 Maschinenpferden mit einer Geschwindigkeit von 10 Fuß pro Sec. fortzupflanzen und bedürfte es dazu einer Breite von 12 Zoll: so würde derselbe, bei 2 Pferdekräften und 10 Fuß Geschwindigkeit, 6 Zoll, bei 8 Pferdekräften und 10 Fuß Geschwindigkeit, 24 Zoll Breite haben müssen u. s. w.

2) Die Riemenbreiten stehen in umgekehrtem Verhältniß zu den Geschwindigkeiten, mit denen ihre Bewe-

Digitized by Google

gung erfolgt; d. h., je langsamer ein Riemen geht, desto breiter muß er sein. Müßte z. B. ein Riemen zur Ueberwältigung einer Last von 2 Pferdekräften, bei einer Geschwindigkeit von 10 Fuß, 6 Zoll breit sein: so würde, bei derselben Arbeit, aber nur 5 Fuß Geschwindigkeit, eine Breite von 12 Zoll haben müssen u. s. w.

Aus der Zusammenstellung dieser Erfahrungssätze und Principien mit gemachten Versuchen ist folgende, bereits im vorigen §. erwähnte, Tabelle*) entstanden:

Der Gebrauch dieser Tabelle wird sich am deutlichsten in nachfolgenden Beispielen zeigen lassen.

### Erstes Beispiel.

Wie breit muß ein Riemen sein, der, bei einer Geschwindigkeit von 5,7 Fuß pro Sec., eine Kraft von 4 Maschinenpferden fortpflanzen soll?

### Auflösung.

Unter Voraussetzung gleich großer Scheiben, wobei also der Riemen bei beiden deren halbe Peripherie umspannt, ist in der ersten Verticalspalte die Zahl 5,7 aufzusuchen und diejenige Zahl, welche in derselben Horizontallinie in der mit 4 Pferdekräften überschriebenen Verticalcolumne sich befindet, als die geforderte anzusehen: nämlich 21,684 Zoll.

### Zweites Beispiel.

Wie breit wird der Riemen sein müssen, wenn dessen Geschwindigkeit doppelt so groß, also = 11,4 Fuß pro Sec. ist?

### Auflösung.

In der mit 4 überschriebenen 22ten horizontalen Spalte von oben, findet sich hinter 11,4 die Riemenbreite = 10,842 Zoll angegeben.

### §. 190.

Erwähnte Tabelle gilt indeß nur so lange, als die beiden Scheiben, um welche der Riemen gespannt ist, von gleicher Höhe sind; der Riemen also beide zur Hälfte belegt.

*) Siehe die Tabelle VI. am Ende dieses Werkes.

Digitized by Google

Tritt hingegen der Fall ein, daß die eine Scheibe größer oder kleiner als die andere ist, daß also der Riemen auf der größeren Scheibe mehr und auf der kleineren Scheibe weniger, als die halbe Peripherie umschließt; oder, daß der Riemen gekreuzt, von beiden Umfängen mehr als die Hälfte bedeckt: dann muß die anfängliche, aus voriger Tabelle entlehnte, Riemenbreite noch mit einer Zahl multiplicirt werden, die sich in nachfolgender Tabelle für jeden besondern Fall vorfindet. Diese von Heilmann berechnete Tabelle ist in fast unveränderter Form beibehalten.

| Berührungsbogen in Graden | Berührungsbogen als Theil vom Umfange der Scheibe | Multiplicator mit der entsprechenden Zahl 1. Tabelle |
|---|---|---|
| 22° 30° | $\frac{1}{16} = 0{,}0625$ | 9,511 |
| 30° | $\frac{1}{12} = 0{,}0833$ | 7,075 |
| 45° | $\frac{1}{8} = 0{,}1250$ | 4,646 |
| 60° | $\frac{1}{6} = 0{,}1667$ | 3,426 |
| 67° 30′ | $\frac{3}{16} = 0{,}1875$ | 3,023 |
| 90° | $\frac{1}{4} = 0{,}2500$ | 2,211 |
| 112° 30′ | $\frac{5}{16} = 0{,}3125$ | 1,725 |
| 120° | $\frac{1}{3} = 0{,}3333$ | 1,604 |
| 135° | $\frac{3}{8} = 0{,}3750$ | 1,402 |
| 150° | $\frac{5}{12} = 0{,}4166$ | 1,241 |
| 157° 30′ | $\frac{7}{16} = 0{,}4375$ | 1,172 |
| 180° | $\frac{1}{2} = 0{,}5000$ | 1,000 |
| 202° 30′ | $\frac{9}{16} = 0{,}5625$ | 0,866 |
| 210° | $\frac{7}{12} = 0{,}5833$ | 0,823 |
| 225° | $\frac{5}{8} = 0{,}6250$ | 0,760 |
| 240° | $\frac{2}{3} = 0{,}6666$ | 0,700 |
| 247° 30′ | $\frac{11}{16} = 0{,}6875$ | 0,673 |
| 270° | $\frac{3}{4} = 0{,}7500$ | 0,601 |
| 292° 30′ | $\frac{13}{16} = 0{,}8125$ | 0,540 |
| 300° | $\frac{5}{6} = 0{,}8333$ | 0,522 |
| 315° | $\frac{7}{8} = 0{,}8750$ | 0,489 |
| 330° | $\frac{11}{12} = 0{,}9163$ | 0,458 |
| 337° 30′ | $\frac{15}{16} = 0{,}9375$ | 0,444 |
| 360° | $1 = 1{,}0000$ | 0,405 |

Digitized by Google

Der Gebrauch dieser Tabelle ist folgender:

Man mißt auf der kleinen Scheibe die Größe des Berührungsbogens, was bei schon im Gang befindlichen am einfachsten dadurch geschieht, daß man mit einem möglichst wenig dehnbaren Faden zuerst den ganzen Umfang der Scheibe und danach die Länge des Bogens auf derselben mißt, der von dem aufliegenden Riemen bedeckt wird; den Zahlenwerth des letztern zum Zähler, den des ersten zum Nenner eines Bruches macht und diesen oder den nächstliegenden Werth in der zweiten Verticalspalte vorstehender Tabelle aufsucht, die Zahl, welche unmittelbar hinter dieser, in der letzten Spalte sich vorfindet, mit der Riemenbreite multiplicirt, welche nach der Tabelle des vorigen §., für halbe Scheibenumspannung, mit der gegebenen Geschwindigkeit und der Zahl der Pferdekräfte correspondirt.

Einige Beispiele werden das Gesagte vollständig erläutern.

## Erstes Beispiel.

Wie breit muß ein Riemen sein, der mittelst zweier ungleich hohen Scheiben eine Kraft von 2 Maschinenpferden fortpflanzen soll, wenn der Umfang der kleineren nur zum dritten Theile umspannt ist; die Scheiben — also auch der Riemen — eine Geschwindigkeit von $18\frac{1}{4}$ Fuß pro Secunde haben?

## Auflösung.

Wären beide Scheiben von gleicher Höhe: so verlangen, nach der Tabelle des vorigen §., 2 Maschinenpferde, bei $18\frac{1}{4}$ Fuß Riemengeschwindigkeit, eine Breite von $3\frac{36}{100}$ Zoll. Da aber die kleinere Scheibe nur zum dritten Theile umspannt ist: so hat man letzte Breite mit der hinter $120^{0} = \frac{1}{3}$ des Umfanges in vorstehender Tabelle sich vorfindenden Zahl 1,604 zu multipliciren und erhält dann $3{,}36 \cdot 1{,}604 = 5{,}4$ Zoll als die richtige Breite des Riemens.

Digitized by Google

## Zweites Beispiel

Von einer 8 Fuß Durchmesser haltenden Scheibe C, Fig. 114 (Taf. XV) soll ein Riemen nach der Rolle I von 8 Zoll Durchmesser geleitet und die Kraft von 4 Maschinenpferden dadurch fortgepflanzt werden. Die Umfangsgeschwindigkeit der großen Scheibe C, also auch die der kleinen Rolle I und des Riemens ist $= v = 4$ Fuß pro Sec.; die Mittelpuncte beider Scheiben C und c acht Fuß von einander entfernt. Wie breit wird der Riemen sein müssen und wieviel Quadratfuße derselbe enthalten?

## Auflösung

Um die Länge des Berührungsbogens aa auf der Rolle I durch Rechnung zu finden, ziehe man zuvörderst zu beiden Seiten der Scheiben C und I die Berührungslinien aA, Aa und auf diese, nach den Mitten C und c, die Normalen AC, AC und ac, ac: so ist der Berührungsbogen aa $= 180° - 2$ mal $< \mathrm{aca_1} = \frac{1}{2}$ Umfang $- 2$ Bogen $\mathrm{aa_1}$. Um die Länge des Bogens $\mathrm{aa_1}$, das Maaß des $< \mathrm{aca_1}$, zu finden, fälle man aus a auf $\mathrm{ca_1}$ das Loth $\mathrm{aa_2}$: so ist dessen Länge, nach dem der Zeichnung zum Grunde gelegten Maaßstabe, $= 2$ Zoll und deßhalb $\frac{\mathrm{aa_2}}{\mathrm{ac}} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} =$ sinus $\mathrm{aca_1}$, oder $< \mathrm{aca_1} = 30°$. Nun aber verhält sich der Bogen $\mathrm{aa_1}$ zum ganzen Umfange der Rolle, wie der zu $\mathrm{aa_1}$ gehörige Winkel zu 4 rechten; oder $\overset{\frown}{\mathrm{aa_1}} : \mathrm{d} \cdot \pi = 30° : 360°$; daraus folgt aber sogleich

$$\overset{\frown}{\mathrm{aa_1}} = \mathrm{d} \cdot \pi \cdot \frac{30}{360} = 8 \cdot 3{,}141\ldots \cdot \tfrac{1}{12} = 2{,}0944$$

Zoll und ebenso $2\ \overset{\frown}{\mathrm{aa_1}} = 4{,}1888$ Zoll.

Die Länge des Berührungsbogens aa auf der Rolle I ist deßhalb $= \frac{\mathrm{d} \cdot \pi}{2} - 2 \cdot \overset{\frown}{\mathrm{aa_1}} = 12{,}5665 -$

4,1888 = 8,3777 Zoll = 0,69814 Fuß und der zu dieser Bogenlänge gehörige Centriwinkel a c a = 180° — 2 . 30° = 120° = ⅓ des Umfanges.

Wären nun beide Scheiben C und I gleich groß, oder beider Berührungsbogen = 180°: so würde nach der Tabelle des vorigen §., bei der Geschwindigkeit v = 4 Fuß (statt 3,993) und 4 Pferdekräften, die nöthige Riemenbreite = 30,92 Zoll sein müssen. Da aber der Berührungsbogen a a der Rolle I nur 120° mißt: so hat man die eben gefundene Breite noch mit der hinter 120° = ⅓ Umfang in der dritten Columne letzter Tabelle stehenden Zahl 1,604 zu multipliciren und man erhält dann 30,92 . 1,604 = 49,6 Zoll, als die wirklich nöthige Breite des Riemens.

Wir werden weiter unten sehen, wie diese übermäßig große, unausführbare Breite auf eine sehr bequeme herabzuführen ist, ohne dem Kraftmoment etwas zu vergeben.

Um die Länge und damit den, zuzweit geforderten, Flächengehalt des Riemens zu bekommen, ist zuerst die Länge des Berührungsbogens A F A der großen, 8 Fuß hohen Scheibe C zu bestimmen. Diese ist = dem halben Umfange + 2 mal der Bogenlänge AL = ½ . D . π + 2 . $\widehat{AL}$.

Der Bogen AL findet sich ebenso wie $aa_1$ und stellt sich heraus auf 1,90448... Fuß; mithin ist die Länge des Berührungsbogens A F A = ½ . 8 . 3,141... + 2 . 1,90448... = 16,3755 Fuß,

die Länge einer Tangente Aa ist = 7,1 Fuß; mithin die beider = 14,2000 =

dazu obige, bereits gefundene, Länge des Berührungsbogens a a der Rolle I = 0,6981 .

Giebt die Gesammtlänge des um beide Scheiben gehenden Riemens = 31,2736 Fuß

und daraus seinen Quadratgehalt = $\frac{49,6}{12}$ . 31,2736 = 132,275 □Fuß.

### Drittes Beispiel.

Es bleibe Alles wie vorhin, mit der alleinigen Abänderung, daß die 8 Zoll Durchmesser haltende Rolle I um 4 Fuß weiter gerückt wird; also in die Lage II geräth; so daß die Entfernung beider Rollen C und II von Mitte zu Mitte $= Cc_1 = 12$ Fuß beträgt; wie breit wird der Riemen sein müssen?

### Auflösung.

Ziehen wir wieder die beiden Tangenten Bb und Bbb, nach den Mitten C und $c_1$ die Normalen BC, BC und $bc_1$, $bc_1$: so findet man, ganz wie vorhin die Länge des Berührungsbogens BFB $= 15{,}1091...$ Fuß und die des Bogens $bb = 0{,}7859$ Fuß; außerdem den $< bc_1b = 135^0\ 5'\ 6'' = 0{,}37524 = \frac{3}{8}$ des ganzen Umfanges. Multipliciren wir mit der, nach der ersten Tabelle anfänglich schon bestimmten, Riemenbreite $= 30{,}92$ Zoll die hinter $135^0$ in der dritten Columne der zweiten Tabelle stehende Zahl 1,402; so erhalten wir die jetzt nöthige Riemenbreite $= 1{,}402 \cdot 30{,}92 = 43{,}3498...$ Zoll. Bei der Länge des ganzen Riemens $= 38{,}8166$ Fuß ist somit dessen Quadratgehalt $= \frac{43{,}3498}{12} \cdot 38{,}8166 = 140{,}224...$ □Fuß

### Viertes Beispiel.

Wie breit wird der Riemen werden müssen, wenn dieselbe Rolle in III gelegt wird, so daß $Cc_2 = 16$ Fuß ist?

### Auflösung.

Nach vorgenommener Zeichnung und Berechnung findet sich für die Scheibe C die Länge des Berührungsbogens DFD $= 14{,}4734$ Fuß; für die Scheibe III der

Digitized by Google

Bogen dd = 0,91296 Fuß, oder der $< dc_2d = 156^0$ 55′ 34″ = 0,4359 = beinahe $\frac{7}{16}$ des ganzen Umfanges. Multiplicirt man wieder die anfängliche Riemenbreite 30,92 Zoll mit der hinter 157° 30′ in der dritten Verticalspalte der letzten Tabelle befindlichen Zahl 1,172: so erhält man die nöthige Breite = 30,92 · 1,172 = 36,24 Zoll und daraus den Quadratgehalt des Riemens bei einer Totallänge von 46,6 Fuß, $= \frac{36,24}{12} \cdot 46,6 = 140,7$ □Fuß.

### Fünftes Beispiel.

Legen wir endlich die Rolle IV so weit zurück, daß ihre Entfernung $Cc_3 = 20$ Fuß ist: so wird die Länge des Berührungsbogens EFE = 14,1094 Fuß und die des Bogens e e = 0,93557 Fuß, der zugehörige Centriwinkel $ec_3e = 160^0$ 48′ 46″ = 0,4467 = fast $\frac{13}{29}$ des ganzen Umfanges. Multipliciren wir die erste Riemenbreite 30,92 Zoll, statt mit der hinter 157° 13′ stehenden Zahl 1,172 mit der für 160° 48′ 46″ angenommenen 1,16: so erhält man die nöthige Breite = 30,92 . 1,16 = 35,867 Zoll und, bei einer Länge von 54,378 Fuß, den Quadratgehalt des Riemens $= \frac{35,867}{12}$ . 54,378 = 162,53 □Fuß.

### §. 191

Die aus den Berechnungen der letzten vier Beispiele des vorigen §. hervorgegangenen ungewöhnlich großen, ja unausführbaren Breiten der ledernen Riemen, im Verhältniß zu den noch geringen fortgepflanzten Kräften, muß es sehr wünschenswerth erscheinen lassen, diese Breite auf ein geringeres Maaß herabzuführen, wenn dieselbenüberhaupt noch als solche sollen benutzt werden können. Dies kann nun in zweierlei Weise geschehen; entweder

Digitized by Google

1) man gebe den Riemenscheiben eine größere Umfangsgeschwindigkeit von etwa 10 bis 15 Fuß pro Secunde, oder

2) man lege den Riemen kreuzweise um beide Scheiben, diese aber so fern, daß derselbe, ohne sich zu schaben, ungehindert neben einander hergehen kann.

Was die erste Forderung anlangt: so leuchtet ein, weil wir unseren Wasserrädern, so lange es in unserer Gewalt stand, gewöhnlich eine Geschwindigkeit von nur 4 bis 5 Fuß pro Sec. gegeben haben, daß zuvor gezahnte Vorgelege zu construiren sind, durch deren Hülfe man eine Scheibe mit der verlangten Umfangsgeschwindigkeit herzustellen vermag und daß hierzu die stehenden Vorgelege allein sich eignen. Das Stirnrad, das bisher in das Steingetriebe griff, wird dann in eine Scheibe umzuwandeln sein, die ihren Riemen über die an der Spindel (statt des Getriebes) befindliche ähnliche Scheibe sendet.

Im Allgemeinen ist indeß eine derartige Construction nur dann zu empfehlen, wenn diese Treibscheibe zwei, drei oder mehre, gleichmäßig vertheilte, Spindelscheiben oder Mühlsteine zugleich in Bewegung setzen kann, damit die Reibung namentlich an dem oberen Zapfen der Scheibenwelle und die bei nur einem Mühleisen bedeutend sein würde, aufgehoben wird.

## Erstes Beispiel.

Ein im Theilkreise 14 Fuß hohes Wasserrad habe, bei 4 Fuß Umfangsgeschwindigkeit, eine disponible Kraft von 3,7 Maschinenpferden. Man wünscht den 46 Zoll langen Läuferstein durch einen Riemen, von 12 Fuß Geschwindigkeit, ziehen zu lassen; man fragt nach dessen Breite

einmal, wenn er in gerader Richtung, von Scheibe zu Scheibe,

das andere mal, wenn er kreuzweise geht,

sowie nach der Einrichtung der beiden Zahnräder.

Digitized by Google

## Auflösung.

Ist der Durchmesser des Wasserrades $D_0 = 14$ Fuß, dessen Umfangsgeschwindigkeit $v_0 = 4$ Fuß pro Sec.: so geht dasselbe, nach §. 51, in 1 Minute

$$u = 9{,}5493 \frac{v_0}{\frac{1}{2} D_0} = 9{,}5493 \cdot \frac{4}{7} = 5{,}45674\ldots \text{ mal um.}$$

Dem Läufersteine von 46 Zoll Durchmesser kommen, nach der Tabelle des §. 158, in 1 Minute $u_2 = 120$ Umgänge zu, es wird also der Stein in derselben Zeit $u_3 = \frac{120}{5{,}456\ldots} = 21{,}991\ldots$ mal mehr umgehen, als das Wasserrad.

Nennen wir den Theilkreisdurchmesser des Kammrades A, Fig. 115 (Taf. XVI) = D, den Theilkreisdurchmesser des Drehlinges B = $D_1$, den Durchmesser der großen Treibscheibe C = $D_2$, den Durchmesser der kleinen Spindelscheibe D = $D_3$ und außerdem die Umfangsgeschwindigkeit des Kammrades A wie des Drehlinges B = v, die der Treibscheibe C wie der Spindelscheibe D = $v_1$ und machen willkürlich den Durchmesser des Rades A = 13 Fuß = D und den des Drehlinges B = $5\frac{1}{2}$ Fuß = $D_1$: so wird die Umfangsgeschwindigkeit von A und B, d. i. $v = v_0 \cdot \frac{D}{D_0}$ $= 4 \cdot \frac{13}{14} = 3\frac{5}{7}$ Fuß. Damit aber aus dieser Umfangsgeschwindigkeit des Drehlinges B für die große Riemenscheibe C eine $v_1 = 12$ Fuß werde, muß sich der Durchmesser von B zum Durchmesser von C verhalten, wie die Umfangsgeschwindigkeit des Drehlinges zu der geforderten der Scheibe, oder

$D_1 : D_2 = v : v_1$. Daraus folgt $D_2 = D_1 \cdot \frac{v_1}{v} = 5\frac{1}{2} \cdot \frac{12}{3\frac{5}{7}} = 17\frac{10}{13} = 17{,}7692\ldots$ Fuß.

Aus der Formel des §. 179 $u_3 = \frac{D \cdot D_2}{D_1 \cdot D_3}$

folgt der Durchmesser der Spindelscheibe D, d. i. $D_3 = \frac{D \cdot D_2}{D_1 \cdot u_3} = \frac{13 \cdot 17{,}7692}{5{,}5 \cdot 21{,}991} = 1{,}9099$ Fuß = 1 Fuß 10 Zoll 11,... Linien.

Wären nun beide Scheiben C und D gleich groß, also die Länge des umspannten Bogens auf beiden = dem halben Umfange = 180°: so würde nach der Tabelle des §. 189 bei einer Geschwindigkeit von 12 Fuß pro Sec. und einer Kraft von 3,7 Maschinenpferden, der Riemen cc. 9,6 Zoll breit sein müssen, Da aber der Berührungsbogen $a_2 f a_2$ der kleineren Scheibe nicht 180°, sondern 117° 6′ einschließt und nach der Tabelle des §. 190 zu 112° 30′ die Zahl 1,725, zu 120° die Zahl 1,604 gehört: so wollen wir für 117° 6′ die Zahl 1,66 nehmen und mit ihr die obige Breite von 9,6 Zoll multipliciren und erhalten dadurch die erforderliche Riemenbreiie

$$9{,}6 \cdot 1{,}66 = 15{,}936 \text{ Zoll.}$$

Die Länge des um beide Scheiben C und D laufenden Riemens beträgt 66,817 Fuß; folglich sein Quadratgehalt

$$\frac{15{,}936}{12} \cdot 66{,}817 = 88{,}866... \square\text{Fuß.}$$

Legt man, nach der zweiten Forderung, die Riemen kreuzweise um beide Scheiben C und D: so wird der Berührungsbogen OMFMO der großen Scheibe = dem halben Umfange + 2 mal die Bogenlänge MO und der auf der kleinen Scheibe belegte Bogen $a_1 f a_1$ = dem halben Umfange + 2 mal die Bogenlänge $a_3 a_2$ $= \frac{1{,}9099}{2} \cdot 3{,}141... + 2 \cdot 0{,}69087 = 4{,}38174...$ Fuß; welcher Länge der convexe Centriwinkel $a_1 c a_1$ = 262° 54′ entspricht.

Lassen wir aus der Tabelle des §. 190 diesen 262° 54′ die Zahl 0,62 passend sein: so ist die erforderliche Breite des gekreuzten Riemens = 9,6 · 0,62 = 5,952... oder = 6 Zoll.

Digitized by Google

Die Länge des gekreuzten Riemens beträgt cc. 69 Fuß; mithin sein Flächengehalt $= \frac{5}{12} \cdot 69 = 34\frac{1}{2}$ □Fuß.

In beiden Fällen liegen die Mittel der großen und kleinen Scheibe 16 Fuß auseinander. Es ist mit dieser Rechnung zugleich bewiesen, wie man sowohl durch eine den Riemen gegebene größere Schnelligkeit, als auch namentlich durch ihr kreuzweises Ueberlegen eine anfanglich sehr unbequeme — ja unausführbare — Breite auf eine passende herabziehen und zugleich auch öconomischen Rücksichten genügen kann.

Sollte die große Riemenscheibe C zwei oder drei Mahlgänge zugleich treiben: so lasse man ebensoviel gesonderte Riemen, jeden 6 Zoll breit, von der 12 bis 18 Zoll breiten Scheibe nach den betreffenden Spindeln laufen. Während die Durchmesser der Zahn- und Scheibenräder unverändert bleiben, hat man nur bei erstern die Zahnstärken und Theilungen, nach bekannten Regeln, für eine zwei- oder dreifache Kraft anzuordnen.

Zur Vollendung der ganzeu Anlage ist noch die Anzahl der Stärke der hölzernen Kämme des Rades A und der eisernen Zähne des Drehlings B zu bestimmen.

Der Durchmesser des Rades A war $= D = 13$ Fuß $= 156$ Zoll und der von B, d. i. $D_1 = 5\frac{1}{2}$ Fuß $= 66$ Zoll,

ersteres geht in 1 Minute $u = 5{,}4567...$ mal um, letzteres $u_1 = u \cdot \frac{D}{D_1} = 5{,}4567 \cdot \frac{13}{5{,}5} = 12{,}898...$ mal, mithin ist die Stärke einer hölzernen Kamme im Rade A, d. i.

$$d = 11{,}3 \sqrt{\frac{L}{u \cdot \frac{1}{2} \cdot D}} = 11{,}3 \sqrt{\frac{3{,}7}{5{,}4567 \cdot \frac{1}{2}}}$$

$= 11{,}3 \cdot 0{,}093236 = 1{,}0536$ Zoll $= 12{,}643...$ Linien und die eines eisernen Zahnes im Drehlinge B, $\frac{2}{3}$ so stark als die hölzerne, d. i. $d_2 = \frac{2}{3} \cdot d = \frac{2}{3} \cdot 12{,}643 = 8{,}429$ Linien.

Digitized by Google

Ist der Spielraum $\frac{1}{10}$ d = 1,2643... Linien: so ist endlich die Theilung

t = d + $d_2$ + $\frac{1}{10}$ d = 12,643 + 8,429 + 1,264 = 22,336 Linien, wofür wir 22 Linien = $1\frac{5}{6}$ = 1,8333... Zoll annehmen können.

Bei der Länge des Kammradtheilkreises D . π = 156 . 3,141... = 490,09... Zoll, ist bei dieser Theilung, die Anzahl der Kämme, d. i.

$$a = \frac{D \cdot \pi}{t} = \frac{490{,}09}{1{,}8333} = 267$$ und die Anzahl der Zähne des Drehlings, $$a_1 = \frac{D_1 \cdot \pi}{t} = \frac{66 \cdot 3{,}141}{1{,}8333} = \frac{207{,}34}{1{,}8333}$$ = 113.

## Zweites Beispiel.

Wievielmal wird, bei der Größe des Räderwerkes im letzten Beispiele, erstens der Mühlstein bei einem Umgange des Wasserrades und zweitens wievielmal in 1 Minute umgehen?

## Auflösung.

Weil D = 13 Fuß, $D_1$ = 5,5 Fuß, $D_2$ = 17,7926 Fuß und $D_3$ = 1,9099 Fuß: so ist nach §. 179 zuerst

$$u_3 = \frac{D \cdot D_2}{D_1 \cdot D_3} = \frac{13 \cdot 17{,}7926}{5{,}5 \cdot 1{,}9099} = 22$$ Umgänge

oder nach §. 169 VIII.

$$u_3 = \frac{a \cdot D_2}{a_1 \cdot D_3} = \frac{267 \cdot 17{,}7926}{113 \cdot 1{,}9099} = 22{,}...$$ Umgänge und zweitens, weil u = 5,45674, nach §. 169 II.

$$u_2 = \frac{u \cdot a \cdot a_2}{a_1 \cdot a_3} = u \cdot \frac{a}{a_1} \cdot \frac{D_2}{D_3} = 5{,}45674 \cdot 22 = 220$$ Umgänge, also dieselben Resultate wie oben.

Digitized by Google

# Viertes Capitel.

## Von der Construction der Hauschärfen.

### §. 192.

Ueber die zweckmäßigste Art und Weise, wie die Mühlsteine, zur leichteren Zerkleinerung des Getreides, auf ihren Mahlflächen scharf gemacht oder behauen werden müssen, ist man noch so wenig im Reinen, daß die Belehrungen, welche darüber von verschiedenen Seiten mitgetheilt werden, sich mitunter geradezu widersprechen. Kann auch der Verfasser sich nicht anmaßen, volle Gewißheit über diesen so wichtigen Gegenstand zu geben: so hält er sich doch verpflichtet, dasjenige mitzutheilen, worüber er zu gebieten hat. Indem wir von dem, unserer Ansicht nach, einfachsten Hauschärfensysteme zu dem zweckmäßigeren allmählig übergehen, müssen wir natürlich dem eignen Ermessen eines jeden Müllers überlassen, für die in seiner Gegend übliche Mahlart und die Maaße seiner geführten Steine sich dasjenige auszuwählen, das ihm das vortheilhafteste zu sein scheint. Die zweckmäßigste Schärfe wird aber immer nur diejenige sein, welche das Getreide nicht zerstampft oder zermalmt, sondern es in möglichst fein geriebenem Zustande schneller und ohne es zu erhitzen, vom Mittelpuncte gegen den Umfang der Steine hinausschiebt. Man kann zweierlei Arten von Hauschärfen annehmen:

1) die gerade und 2) die gewundene.

### §. 193.

Bei der geraden Hauschärfe wird die Mahlfläche, nach Verhältniß der Größe der Steine, in 10, 12 bis 16 gleiche Theile oder Felder eingetheilt und die Rinnen, welche zwischen je zwei solchen Feldern liegen,



Digitized by Google

Luftreifen genannt, entweder nach der Mitte c des Steines gelegt, wie a c und b c, Fig 116 (Taf. XVI), oder beſſer: mit ihrem inneren Ende $c_1$ oder $c_2$ außerhalb und zwar 1 bis 2 Zoll vor daſſelbe gelegt, um damit ein leichteres Abmahlen zu erzielen. In ebenerwähnter Zeichnung ſtellen die ausgezogenen Linien den Bodenſtein rechts mit der centriſchen abc und links mit der excentriſchen Lage ſeiner Felder $a_1 b_1 c_1$ vor; die punctirten Linien, ein Feld $a_1 b_1 c_2$ des nach der Richtung des beigezeichneten Pfeiles umgehenden Läufers. Je nach der Härte der Steine und der mit ihnen zu verarbeitenden Getreideſorten legt man in jedem Felde die eigentlichen Riffeln $\frac{1}{4}$ bis $\frac{1}{2}$ Zoll auseinander; auf dem Bodenſteine parallel mit b c oder $b_1 c_1$ und auf dem Läufer parallel mit ac oder $a_1 c_2$.

## §. 194.

Zweckmäßiger iſt die Hauſchärfe, die man bei den neueren engliſchen, amerikaniſchen und franzöſiſchen Mühlen anwendet und die in folgender Weiſe conſtruirt wird: Man theilt den Kreis der Mahlfläche in 10 gleiche Theile ab = bd = ..., Fig. 117 (Taf. XVI), zieht die Radien ac, bc, dc..., fället z. B. aus $b_1$ auf ac das Loth $b_1 f$, theilt dieſes in 8 gleiche Theile und zieht durch jeden Theilpunct eine Parallele mit ac, wie $a_1 e_1$..., ſo geben, in abwechſelnder Ordnung, 4 dieſer Theile die geſenkten Furchen und 4 die hervorragenden Schneiden. Die Furchen läßt man, nach der im Grundriß veranſchaulichten Weiſe, etwas gekrümmt auslaufen, macht ſie $1\frac{1}{2}$ bis 2 Zoll breit, am Steinloche von bis $\frac{3}{4}$ und am Umfange von $\frac{1}{12}$ Zoll ſenkrechter Tiefe. Die zwiſchen je zwei ſolcher Furchen hervorragende, ebenſo breite Oberfläche der Schneide wird ſehr fein, meiſt centriſch geriffelt.

## §. 195.

Vollſtändiger als durch gerade Hauſchläge wird der Zweck eines regelmäßigen Zerſchneidens der Körner, wie

Digitized by Google

auch des Kühlmahlens, durch gewundene erreicht. Stellen CT und DT, Fig. 118 (Taf. XVI) zwei gerade um T drehbare Schneiden vor, zwischen welchen sich irgend ein z. B. cylindrischer Körper c befindet: so wird bei der Bewegung der einen, gesetzt der Schneide DT, gegen die andere CT (um den Punct T) auf den Körper im Puncte m ein gewisser Druck p in der Richtung mp, senkrecht auf DT, ausgeübt, welcher sich in zwei andere q und r zerlegen läßt und wovon erstere auf C T normal, letztere mit C T parallel ist. Setzt man den in diesem Augenblicke stattfindenden Winkel beider Schneiden, d. i. C T D $= \alpha$: so folgt nach der Zerlegung der Kräfte

$$\frac{qc}{pc} = \text{cosinus pcq oder } qc = pc \cdot \text{cos. pcq oder}$$

weil $qc = q$, $pc = p$, $< pcq = < \alpha$

$$q = p \cdot \text{cos. } \alpha$$

und ebenso

$$\frac{cr}{cp} = \text{cos. } 90^0 - \alpha \text{ oder } cr = cp \cdot \text{cos. } 90^0 - \alpha \text{ oder,}$$

weil $cr = r$, $cp = p$ und cos. $90^0 - \alpha =$ sinus $\alpha$,

$$r = p \cdot \text{sin. } \alpha.$$

Ist $< \alpha = 90^0$: so ist dessen cosinus $= 0$ und dessen sinus $= 1$; folglich für diesen Fall

$$q = p \cdot 0 = 0 \text{ und}$$
$$r = p \cdot 1 = p;$$

ist $< \alpha = 45^0$: so ist dessen cosinus $=$ seinem sinus und deßhalb

$$q = r;$$

ist endlich $< \alpha = 0$: so ist dessen cosinus $= 1$ und dessen sinus $= 0$, mithin

$$q = p \cdot \text{cos. } \alpha = p \cdot 1 = p \text{ und}$$
$$r = p \cdot \text{sin. } \alpha = p \cdot 0 = 0$$

es wird also der Körper m mit der Kraft q normal gegen die Schneide CT gedrückt, während er zugleich auch mit der Kraft r ausweicht oder längs dieser Schneide hingleitet.



Digitized by Google

Bilden alſo für den erſten Fall die beiden Schneiden CT und DT einen rechten Winkel $\alpha = 90°$: ſo iſt die ſchneidende Kraft $q = 0$ und es wird der ganze Druck p zum Fortſchieben r verwandt;

bilden für den zweiten Fall die beiden Schneiden einen Winkel von $\alpha = 45$, ſo iſt die ſchneidende Kraft $q =$ der fortſchiebenden r;

nimmt endlich der Winkel $\alpha$ bis 0 ab: ſo wird die ganze Kraft q zum Schneiden p verwandt, während der Körper m nun gar nicht mehr fortgeſchoben wird oder $r = 0$ iſt.

Hieraus folgt nun unmittelbar, daß 1) mit dem abnehmenden $< \alpha$ die ſchneidende Kraft wächſt, die fortſchiebende abnimmt,

2) daß geradlinigte Schneiden, bei denen der ſchneidende $< \alpha$ ſtetig abnimmt, durchaus keine gleichförmige Wirkung hervorbringen können und

3) daß, wenn dieſer Winkel $< \alpha$ während der ganzen Wirkungsdauer conſtant oder unverändert bleiben ſoll, wenigſtens eine dieſer Schneiden nach einer Curve und zwar nach der ſ. g. logarithmiſchen Spirallinie... $CF_1D_1B_1ABD$... gekrümmt ſein müſſe; weil von dieſer Curve bekannt iſt, daß ſie mit allen aus dem Centrum C auslaufenden geraden Linien CD, CB, CA, $CB_1$... (die auf einander folgenden Bogen der geraden Schneide) gleiche Winkel $CDT = CBG =$ ꝛc. bildet wo (DT und BG Tangenten dieſer Curve in den Puncten D und B vorſtellen). Dieſelbe Bewandtniß hat es auch, wenn beide Schneiden nach derſelben Spirallinie gekrümmt und ſo angeordnet werden, daß ſie mit ihren convexen Theilen gegen einander arbeiten; nur iſt alsdann der ſchneidende Winkel doppelt ſo groß, als im vorigen. Der erſte dieſer beiden Fälle tritt ein, wenn man den einen der beiden Steine nach dieſer Spirale, den andern aber nach radialen Linien oder Strahlen behauet; der letzte Fall findet Statt, wenn man beide Mahlflächen und zwar, wenn beide nach aufwärts liegen, nach einerlei Richtung, mit dieſen ſpiralförmigen Hauſchlägen ver-

Digitized by Google

sieht, weil bei'm Umkehren des Läufers seine Hauschläge die des Bodensteines symmetrisch durchkreuzen.

Wenn man sich nun aber auch für diese krumme Linie entscheidet: so muß dennoch erst der vortheilhafteste Winkel CDT des Radiusvector CD mit der Tangente DT bestimmt werden, um die diesem Winkel entsprechende Spirale angeben zu können. Mit Rücksicht darauf, daß dieser Winkel, unter übrigens gleichen Umständen, um so kleiner sein soll, je schneller der Stein umläuft, weil dann auch die Centrifugalkraft, welche das Getreide gegen den Umfang treibt, zunimmt und somit durch die vorhin s. g. fortschiebende Kraft r weniger Nachhülfe bedarf; das Umgekehrte aber bei einer langsameren Bewegung des Läufers Statt findet: so kann man im Mittel $< CDT$ zu 60 Grad annehmen und ist die in Fig. 118 (Taf. XVI) gezeichnete Spirallinie gleich für diesen Winkel construirt worden.

Ihre Construction ist kurz folgende:

Mit einem beliebigen Halbmesser CA, den man zur Einheit nehmen, also $AC = 1$ setzen kann, beschreibe man aus C einen Kreis, mache den Bogen $Aa = \overline{AC} = 1$, ziehe den Halbmesser Ca, den man unbestimmt verlängert und schneidet darauf, nach einem hundertheiligen Maaßstabe, $CD = 1{,}78$ ab: so ist außer A auch D ein Punct dieser Curve. Um nun noch andere Puncte derselben zu bekommen, theile man den Bogen Aa in eine beliebige Anzahl, z. B. wie hier im Puncte 1, in zwei gleiche Theile und trage einen solchen Theil A 1 von A aus sowohl auf- als abwärts, ziehe durch diese Theilpuncte die Halbmesser $C_1$, Cb, $C_2$, $C_3$, $C_4$... von unbestimmter Länge und schneide diese in den Puncten E, B, $B_1$, $D_1$, $E_1$... so ab, daß diese Radienvectoren die geometrische Reihe bilden.

$CE : CD : CB : CA : CB_1 : ...$, wodurch $CE = 2{,}38$, $CD = 1{,}78$ (wie schon erwähnt), $CB = 1{,}33$, $CA = 1$, $CB_1 = 0{,}74$, $CD_1 = 0{,}56$ ꝛc wird: so sind diese Puncte EDB.... lauter Puncte dieser Spirale.

Digitized by Google

Ist diese Curve einmal gezeichnet: so kann man danach eine Lehre oder Chablone schneiden und sich dieser letzteren zum Vorreißen der Spirale auf den Steinen bedienen.

Obwohl es zweckmäßiger ist, bei der gewundenen Schärfe alle Feldereintheilung wegzulassen und dabei, damit die Hauschläge am Mittel nicht zu enge und am Umfange des Steines nicht zu breit ausfallen, abwechselnd eine ganz durch und die andere bis auf die Mitte der Bahn treten zu lassen: so pflegen doch Manche auch bei dieser Schärfe den Stein in 10 bis 16 Felder einzutheilen, dabei die eigentlichen Luftrejfen nach der Chablone und die folgenden, bis zur Spitze des Feldes, denselben parallel zu legen. Ein Verfahren, das aber jedenfalls gegen das erste seine Nachtheile haben dürfte.

## §. 196.

Dem im vorigen §. gezeigten Verfahren, die Krümmung der Hauschärfen zu finden, schließt sich ein ähnliches von Neumann an, das für die Größe des Winkels, unter welchem die Hauschärfencurve eines Steines vom betreffenden Halbmesser geschnitten wird, verschiedene Werthe annimmt, je nachdem dieselbe schwach oder stark gekrümmt werden soll.

Während bei der Lösung der folgenden Aufgaben angenommen wird, daß ein Stein gewundene, der andere gerade, radiale Schärfe besitze, wird natürlich der Winkel doppelt so groß, wenn beiden Steinen spiralförmige Hauschläge gegeben werden.

### Erste Aufgabe.

Man soll zu einer flachen Schärfe $\alpha\delta$ oder $\gamma\varepsilon$, Fig. 119 (Taf. XVI) welche den Halbmesser sr unter einem Winkel $\alpha\beta r = \gamma\beta r = 15°$ schneidet, die Curve verzeichnen und danach eine Chablone anfertigen.

Digitized by Google

## Auflösung.

Man zeichne auf ein abgehobeltes, hinlänglich großes Brett mit einem Halbmesser cw, Fig. 120 (Taf. XVII), der etwas größer ist, als der Halbmesser des Mühlsteines, einen Bogen w 18 u. mit einem Halbmesser c $b_1$ der etwas kleiner ist, als der Radius des Steinloches, den Bogen $b_1$v, ziehe die Linie c18 und errichte auf ihr in c das Loth ca: so ist $\overset{\frown}{a18}$ = dem vierten Theile des ganzen Umfanges. Ferner theile man den Bogen a 18 in achtzehn gleiche Theile, ziehe von c aus die Linien c1, c2, c3, c4,... halbire den Theil 4 — 5 in z, trage die Weite az rückwärts aus a nach w; so daß also wa = az = $4\frac{1}{2}$ mal so groß ist, als $\frac{1}{18}$ des Viertelkreises und ziehe cw. Nun trage man die Weite $\overset{\frown}{mb_1}$ aus m nach n und ziehe aus c den Bogen nd; den Bogen $nd_1$ aus n nach p und ziehe $\overset{\frown}{pe}$; den Bogen $pe_1$ von p nach q und ziehe $\overset{\frown}{qf}$; die Weite $\overset{\frown}{qf}$ von q nach r und ziehe rg; die Weite $\overset{\frown}{rg_1}$ von r nach s und ziehe $\overset{\frown}{sh}$ u. s. f. so kann man durch die Durchschnittspuncte mit den betreffenden Halbmessern, d. i. durch $b_1$ defghik... die verlangte Linie ziehen und danach die der Fig. 120 (Taf. XVII) nebenstehende Chablone ausarbeiten. Auf der rechten Seite der Fig. 119 (Taf. XVI) bedeuten die ausgezogenen Linien die Hauschläge des Bodensteines, die punctirten die des in der Richtung des beigezeichneten Pfeiles umgehenden Läufers.

## Zweite Aufgabe.

Man soll eine mittelmäßig gekrümmte Curve $\alpha\beta\delta = \gamma\beta\varepsilon$, Fig. 121 (Taf. XVII) zu einer Hauschärfe construiren, die den Halbmesser sr unter einem Winkel $\alpha\beta r = \gamma\beta r = 30^\circ$ schneidet.

Digitized by Google

### Auflösung.

Man mache die Zulage ganz wie vorhin, theile den Theil 1 — 2, Fig. 122 (Taf. XVII) in zehn gleiche Theile, nehme von diesen neun = 1 z zu 1 a und trage diese ganze Länge az = $1\frac{9}{10}$ vom achtzehnten Theile des Quadranten a 18 rückwärts von a nach w und ziehe cw. Macht man nun wieder $\overset{\frown}{mb}_1 = mn$, $\overset{\frown}{nd} = np$, $\overset{\frown}{pe} = pq$, $\overset{\frown}{qf} = qr$, $\overset{\frown}{rg} = rs$ u. s. f. und verbindet die mit den betreffenden Halbmessern entstandenen Durchschnittspuncte: so ist die Linie $b_1 d_1 e_1 f_1 g_1 h_1$ ... die verlangte.

### Dritte Aufgabe.

Man soll eine stark gekrümmte Curve $\alpha\beta\delta = \gamma\beta\varepsilon$, Fig. 123 (Taf. XVII) construiren, welche den Halbmesser rs unter dem Winkel $\alpha\beta r = \gamma\beta r = 45°$ schneidet.

### Auflösung.

Wir nehmen wieder die nöthige Zulage als vorhanden an und machen zuerst $\overset{\frown}{a \cdot w} = \overset{\frown}{a \cdot 1} = \frac{1}{18}$ des Umfanges vom Viertelkreise a 18 und ziehen die Gerade cw. Man mache ebenfalls $\overset{\frown}{mb} = mn$ und beschreibe aus c den Bogen nd, Fig. 124 (Taf. XVII), ferner $\overset{\frown}{nd_1} = np$ und ziehe $\overset{\frown}{pe}$, $\overset{\frown}{pe_1} = pq$ und ziehe $\overset{\frown}{qf}$, $\overset{\frown}{q_1 f_1} = qr$ und ziehe $\overset{\frown}{rg}$ u. s. f., so legt sich durch die Puncte $b_1$ defgh... die verlangte Curve von selbst fest.

### §. 197.

Es ist vorhin bemerkt worden, daß die logarithmische Spirallinie diejenige Curve sei, welche mit allen Radienvectoren gleiche Winkel bildet; es werden deßhalb, wenn der eine Stein radial, der andere nach der Spi-

Digitized by Google

rale behauen wird, die Getreidekörner vom Mittelpuncte der Steine anfangen und bis an die Peripherie hinaus, immer unter dem nämlichen Winkel von den Schneiden ergriffen. Sollen aber diese Schneiden die Körner nicht bloß zerschneiden, sondern auch so fortschieben, daß nirgend eine Anhäufung derselben Statt findet: so müßte, mit Rücksicht darauf, daß die Centrifugalkraft (welche dem Quadrat der Geschwindigkeit, also auch dem Quadrate der Entfernung des im Kreise umlaufenden Punctes vom Centrum proportional ist) der Getreidekörner gegen den Umfang der Steine zunimmt, dieser Winkel im Anfange — also am Mittelpuncte des Steines — größer sein und gegen den Umfang hin allmälig abnehmen. Eine Curve nun, welche dieses leistet, wäre offenbar von der genannten Spirallinie verschieden. Gleichwohl aber würde man bei der Anwendung einer nach den Gesetzen der Centrifugalkraft gebildeten Curve, seinen Zweck ebenfalls nicht ganz erreichen, weil wieder, unter übrigens gleichen Umständen, die noch ungeriebenen oder wenig zerkleinerten Körner eine größere Centrifugalkraft haben, oder von dem Läufer weit schneller fortgetrieben werden, als dies mit den kleineren oder feineren Theilen der Fall ist. Aus diesem Grunde ist Olivier Evans der Meinung, daß sich die Furchen am Mittel unter kleineren; am Umfange der Steine aber unter größeren Winkeln kreuzen sollen, als der reinen Theorie nach der Fall sein müßte. Er ändert deßhalb die in §. 195 beschriebene Construction der Furchen ab und giebt dafür folgende Regel:

Für einen Stein von 5 Fuß Durchmesser beschreibe man aus seinem Mittelpuncte C, Fig. 125 (Taf. XVII) zwei Kreise 1 und 5 mit 3 und 6 Zoll Halbmesser und zwischen diesen beiden noch drei andere 2, 3 und 4, welche sämmtlich gleich weit von einander abstehen. Ferner ziehe man zwischen dem äußersten Kreise 5 und der Peripherie des Steines aus C vier andere wieder gleich weit von einander abstehende Kreise a, b, c und d und theile die äußere Peripherie des Steines in 18 gleiche

Digitized by Google

Theile. Hierauf lege man das eine Ende eines Lineals an einen dieser Theilpuncte e, das andere an den äußersten Kreis 5 als Tangente und ziehe die Gerade ed; ferner lege man das Lineal einerseits an den Punct d, anderseits an den Kreis 4 als Tangente und ziehe die Gerade dc; hierauf an c und den Kreis 3 und ziehe cb und so fort bis ans Auge des Steines: so erhält man eine Curve $a_1$ a b c d e, nach welcher nur eine Chablone ausgearbeitet zu werden braucht, um nach ihr alle Hauschläge aufzureißen.

Von den auf diese Weise auf beiden Steinen ausgeführten Furchen kreuzen sich sodann die Hauptschläge, wenn sie beide gleich gewunden sind, unter folgenden Winkeln: am Kreise 5 oder in $a_1$, als Rand des Auges unter 75°, bei a unter 45°, bei b unter 35°, bei c unter 31°, bei d unter 27° und endlich bei c, oder am Umfange des Steines, unter 23 Graden.

## §. 198.

Statt der eigentlichen Spirallinie nehmen manche Müller einen Kreisbogen, den sie aus dem Umfange des Steines mit seinem Halbmesser beschreiben. Noch andere nehmen die im Umfange des Steines eingeschriebene regelmäßige Fünfecksseite für den Halbmesser dieses Bogens.

Im ersten Falle zeigt die linke Seite des in Fig. 126 (Taf. XVIII) dargestellten Mühlsteines in cf, cg, ch... die mit dem Steinhalbmesser c 3 aus 4 und den in der Richtung nach 5 folgenden Puncten, beschriebenen Bögen; im zweiten die rechte Seite die aus dem Bogen vom Halbmesser ce = der Seite des im Kreise c3 beschriebenen Fünfecks verzeichneten Hauschläge c 1, c a, c b, c d,....

Beide male werden auf dem Steine Radien gezogen, die am Umfange je nach der größeren oder geringeren Festigkeit desselben, um 1 bis 1½ Zoll von einander abstehen. Während im ersten Falle die Mittel-

Digitized by Google

puncte 4 ... 5 im Umkreiſe des Steines ſelbſt liegen, fallen ſie im zweiten außerhalb nämlich in e..... Bei den rheiniſchen Mühlſteinen, die gewöhnlich einen Durchmeſſer a h, Fig. 127 (Taf. XVIII), von 5 Fuß haben, ſchneidet man auf dem Halbmeſſer c a, vom Umfange a nach der Mitte c zu, ein Stück a b von ſo viel Zollen (alſo 5) a b, als der Durchmeſſer a h des Steines Fuße hat und beſchreibt durch dieſen Punct b einen zweiten Kreis b g...: ſo liegen in dieſem letzteren die Mittelpuncte b....g der Kreisbögen d e.....d f, die mit dem Halbmeſſer c a des Steines, in halbzölligen Entfernungen von einander beſchrieben werden und wonach man die Furchen aushauet.

## §. 199.

Welcher der genannten Arten von Hauſchärfen man den Vorzug für jeden beſondern Fall geben will, muß natürlich dem eignen Ermeſſen des Müllers überlaſſen bleiben; jedoch dürften folgende allgemeine Angaben wohl geeignet ſein, die Wahl zu erleichtern.

Je kürzer die Steine ſind, je öfter alſo der Läufer in einer Minute umgeht, deſto mehr wird das zwiſchen den Mahlflächen befindliche Getreide vermöge der Centrifugalkraft das Beſtreben haben, ſich ſchnell zu entfernen. Um dies Streben, zum Nachtheil der Feinheit des Schrootes, nicht noch mehr zu befördern, wähle man eine nicht zu gekrümmte Schärfe — alſo einen mehr flachen Bogen — welcher die Körner während des Ausſtreichens noch zu hinreichender Feinheit zerreiben kann, ohne ſie zu erhitzen. Das Umgekehrte findet natürlich Statt, je länger die Steine werden.

In Beziehung auf die Härte der Steine, wähle man für die feſten die flachſte Schärfe und für mittelharte, die noch keinen Sand fahren laſſen, die mehr gebogene, bei welcher das Schroot noch etwas länger zwiſchen den Mahlflächen bleiben kann.

Digitized by Google

Für den Mahlprozeß selbst darf als Regel angeführt werden, daß die Steine um so rauher oder poröser und schärfer sein müssen, je feuchter das Getreide vermahlen wird. Aus diesem Grunde machen die Sandsteine das Anfeuchten oder Netzen des Weizens immer erforderlich.

Wie überall muß, namentlich bei der Wahl der Steinschärfe, eine richtige, womöglich mit Erfahrung verbundene Beurtheilung der Umstände, den Ausschlag geben.

---

# Fünftes Capitel.

## Von den verschiedenen Arten der Hauen.

§. 200.

Bekanntlich wird dasjenige Eisen, das, im Läufersteine befestigt, letzteren mit dem Mühleisen verbindet und so dessen Umdrehung bewirkt, die Haube oder Haue genannt. Früher bestanden sie nur aus Schmiedeeisen, in neuerer Zeit hat man indeß vielfach die gegossenen vorgezogen, theils wegen ihrer größeren Billigkeit, theils wegen der leichter zu erreichenden Genauigkeit. Man hat sie sowohl mit zwei als drei Flügeln, mit dreikantigen, quadratischen oder runden Löchern oder Augen.

Die Hauen lassen sich füglich in zwei Hauptabtheilungen bringen:

I. die festen, die fest im Steine und fest auf dem Spindelkopfe und

II. die losen oder schwebenden, die fest im Steine und lose auf der Spindel sind.

Digitized by Google

Es giebt namentlich von der zweiten Art viele Variationen, von denen wir die einer genaueren Beachtung unterziehen wollen, die uns eine solche am meisten zu verdienen scheinen.

## I. Die feste Haue mit festem Eisen.

### §. 201.

Es ist dies die älteste und auch jetzt noch die am weitesten verbreitete Gattung von Hauen; weßhalb wir sie als bekannt genug ansehen dürfen, um einer näheren Beschreibung überhoben zu sein. Wir wollen nur mit einigen Worten der Führung der Steine erwähnen.

Jedem Müller ist die Nothwendigkeit bekannt, daß, sofern die Mühle einen ruhigen Gang haben soll, außer der Genauigkeit der Räderwerke, auch der Läuferstein sich im Gleichgewichte befinden müsse. Dieses zu erhalten, hält indeß um so schwerer, aus je ungleichartigerer Masse derselbe besteht. Man hilft sich gewöhnlich dadurch, daß man versuchsweise die Haue so lange nach der schweren Seite des Steines verrückt, bis anscheinend das Gleichgewicht wieder hergestellt ist, hat sich aber dadurch wieder die Unannehmlichkeit eines excentrisch gehenden Läufersteines zugezogen.

Einen weniger mühseligen und dennoch zuverlässigeren Weg, einem Läufersteine das fehlende Gleichgewicht zu geben, ohne deßhalb die Haue aus ihrer Mitte zu rücken, glaubt der Verfasser mit dem jedesmaligen Gelingen dieserhalb angestellter Versuche verbürgen zu können.

Man lasse sich, nach einem eigens dazu angefertigten Modelle, eine Nuß n gießen, deren Form bei A und C Fig. 128 (Taf. XVIII) im Querprofile und Grund-

Digitized by Google

risse zu sehen ist. Die größte Ausdehnung ihres nach Form des Auges verjüngten Kopfes $\alpha\beta\gamma\delta$ muß so genau in die untere Oeffnung $\alpha_1\beta_1$ der Haue passen, daß keine Seitenbewegung möglich ist. Genau in der Mitte dieses Quadrates bringt man auf der entgegengesetzten Seite eine halbkugelförmige Vertiefung $k_1$ von circa $\frac{3}{4}$ Zoll größtem Durchmesser an, in welche eine um ein Geringes kleinere Kuppel k des Mühleisens B, welche ebenfalls genau in der Mitte desselben liegen muß, paßt. Hat nun der Bodenstein eine genau horizontale Lage: so wird, wenn man beim Ueberlegen des Läufers die Kugel k in die Vertiefung $k_1$ hat eingreifen lassen und das Mühleisen um einige Zoll über seinen gewöhnlichen Stand gehoben ist, der so schwebende Läuferstein so lange mit seiner schweren Stelle niederziehen, bis ein durch Versuche leicht zu ermittelndes Gewicht am diametral gegenüberliegenden Ende in den Stand gekommen ist, ihn wagerecht über der Bahn des Bodensteines zu halten. Mit derartigen Versuchen fährt man, wenn nöthig, so lange fort, bis überall die untere Bahn des Läufers horizontal ist. Man bezeichne sich die auf solche Weise gefundenen leichten Stellen genau und gieße dahin gerade so viel Blei, als das anfängliche Aequivalent wog, und der Stein ist im Gleichgewicht. Sowie der Läufer sich allmälig abmahlt, ist dies Verfahren von Zeit zu Zeit zu wiederholen.

Ist der abzuwägende Läufer von zu ungleichartigem Sande: so wird vorgenanntes Verfahren nicht immer den gewünschten Erfolg mehr haben und man alsdann genöthigt sein, ein etwas umständlicheres einzuschlagen.

Man lasse sich zwei eiserne Platten pp anfertigen, die etwas länger sind, als das Steinloch im Durchmesser, schraube diese durch zwei eiserne schraubenförmig angeschnittene Bolzen bb fest gegeneinander, wie Fig. 129 (Taf. XVIII) deutlich zeigt und befestige in der mittleren Höhe des Steinlochs, wo gewöhnlich der Schwerpunct des Läufersteines zu liegen pflegt, vermittelst der über und unter der an den Bolzen leicht beweglichen

Digitized by Google

Nuß N angebrachten Schraubenmuttern $n n_1 n n_1$ dieſe ſelbſt und verfahre dann wie vorhin.

Eine andere hiervon etwas verſchiedene Art von Haue iſt die von Nagel in Hamburg empfohlene und in Fig. 130 (Taf. XVIII) abgebildete.

Sie iſt von Gußeiſen und hat 3 Flügel. Einer derſelben a liegt feſt, die beiden andern $b b_1$ ſind in verticaler Richtung durch Schrauben $a_1 a_1$ verſchiebbar. Der Kopf des Mühleiſens iſt rund und paßt genau in das coniſch ausgedrehete Auge der Haue; zwei Federn c, c faſſen in entſprechende Nuthen und bewirken die feſte Vereinigung beider. Die beiden Stellſchrauben $a_1 a_1$ ſtützen ſich feſt auf die Flügel der Haue, ſtehen mit ihren oberen Enden unter einem paſſenden Abſatze des zu dieſem Ende durch die ganze Höhe des Steines gebohrten Loches und werden, der größeren Sicherheit halber, mit Blei feſtgegoſſen. Mittelſt eines paſſenden Schraubenſchlüſſels iſt man jederzeit im Stande, durch Drehung der Schrauben $a_1 a_1$ den Gang des Steines zu reguliren.

## II. Die feſte Haue mit loſem Eiſen.

### §. 202.

Von den uns in dieſer Beziehung am meiſten zuſagenden wollen wir im Folgenden ſieben verſchiedene Arten näher beſchreiben.

A. Aehnlich, wie vorhin, bringt man auf der Höhe und Mitte des Mühleiſens B, Fig. 131 (Taf. XVIII) eine, wenigſtens gehärtete, Kuppel k an, die in eine entſprechende, um ein Geringeres größere, Vertiefung der Nuß n, vom beſten Stahl eingreift; läßt im Auge an allen vier Seiten des Spindelkopfes ſoviel Spielraum (ca. $\frac{3}{16}$ Zoll), daß der Läufer an ſeinem äußerſten Umfange $1\frac{1}{2}$ bis 2 Zoll auf der Bahn ſchwanken kann, ehe ſich die inneren Flächen des Auges nnd die äußeren des

Spindelkopfes berühren. Um das etwa fehlende Gleichgewicht des gehobenen Läufers herzustellen, hat man auf seinen Rücken soviel Blei aufzugießen, als erforderlich ist.

Das Verfahren, die Haue einzuspitzen: ist indeß verschieden von dem, was bei einem im Auge festen Mühleisen angewandt werden muß. Man bedarf hierbei nicht des lästigen Mühleisens, sondern es reicht hin, wenn die Ebene durch $a_1 b_1$ oder die ihr parallele ab möglichst gleichlaufend mit der Mahlfläche des Steines und die Vertiefung der Nuß n genau im Mittel des Steines liegt. Zur ersten Operation ist ein Lineal und ein beliebiges Maaßstäbchen, zu letzterer ein zu diesem Zwecke eigends anzufertigender einfacher Zirkel hinreichend, der mit seinem einen Schenkel in der Vertiefung der Nuß n steht und mit dem andern die verticale Umfangsebene des Steines überall berühren kann.

Die eben beschriebene Haue wird indeß nur bei höchstens 4 Fuß langen Steinen angewandt. Nimmt deren Durchmesser zu, so kann man unter folgenden wählen:

B. Die Haue, Fig. 132 (Taf. XVIII) ist zweiflüglig und ganz aus Schmiedeeisen. Der in das Steinloch tretende Bügel A ist mit seinen beiden Flügeln aa in die Mahlfläche gesenkt und in b eine stählerne leicht zu entfernende Nuß angebracht, welche über die entsprechende Kuppel des Mühleisens B greift und dem dadurch getragenen Läufer die schwebende Stellung sichert. Der Kopf der Spindel B ist conisch rund und mit 2 Rippen versehen, welche in die entsprechenden Nuthen $r_1 r_1$ des den Bügel A in cc umklammernden Treibers eingreifen und die Umdrehung des Steines bewirken. Die Form der einzelnen Theile ist deutlich aus der Zeichnung zu ersehen.

C. Aehnlich der vorhinnigen ist die in Fig. 133 (Taf. XIX) dargestellte zweiflügelige Haue. In dem Bügel B von Schmiedeeisen, dessen beide horizontale Enden in dem Stein befestigt sind, ist in dem Schwerpuncte des letztern den man, bei Gleichartigkeit der Steinmasse, in der halben Höhe und der Mitte des Steinloches anneh-

Digitized by Google

men kann, eine stählerne Nuß mit einer kreisrunden Vertiefung angebracht, in die wieder der entsprechende Kopf a des Mühleisens A eingreift. Der Treiber C ist von Gußeisen, mittelst eines vierkantigen Loches auf das Mühleisen willig aufgepaßt und mit seinen gabelförmigen Enden den Bügel B in der Weise umgreifend, daß zwischen beiden, zur freieren Bewegung des Steines, ei niger Spielraum übrig bleibt.

D. Die in Fig. 134 (Taf. XIX) dargestellte zweiflügliche Haue C von Gußeisen ist mit ihren beiden Enden dd in der Mahlfläche des Steines befestigt, hat in ihrer Mitte die conische Stahlnuß $a_1$ und in c.c. zwei vierkantige Löcher. Der Treiber B ist von Schmiedeeisen, mittelst zweier Federn f f auf dem conisch-runden Kopfe des Mühleisens A befestigt und hat zwei aufstehende Kugeln c.c. welche in die entsprechenden vierkantigen Löcher der Haue C bequem einpassen. An den Druckseiten dieser Löcher sind kleine Stahlplatten b b eingeschoben, die nach der Abnutzung leicht durch neue ersetzt werden können; sowie in derselben Absicht der den Stein tragende Kopf a für sich bestehend gelassen ist.

E. Die in Fig. 135 (Taf. XIX) ausgeführte Haue besteht aus einem, mit seinen verticalen und horizontalen Schenkeln d d und c, c in den Stein eingelassenen, schmiedeeisernen Bügel C, in dessen Mitte wieder die bekannte Vorrichtung zum Tragen des Läufers angebracht ist. Der Treiber B ist von Gußeisen und wird durch zwei an dem conisch-runden Kopfe des Mühleisens befindliche Federn a a in Umdrehung gesetzt. Er reicht zu beiden Seiten des Mühleisens nicht allein bis nahe unter den Bügel C, sondern umfaßt diesen noch, um die rotirende Bewegung ihm mitzutheilen. Damit aber der Treiber B nicht zu bald den Bügel C an den Stellen ihrer gemeinschaftlichen Berührung ausarbeite, sind an diesen Angriffspuncten Stahlplatten e e in letzteren eingeschoben.

F. Aehnlich der unter A dargestellten Haue ist die nachfolgende in Fig. 136 (Taf. XIX), bei welcher der Bügel durch eine hutformige Glocke B ersetzt wird. Die



Digitized by Google

Glocke ruht auf der Spitze des Mühleisens A, das am oberen Ende entsprechend ausläuft. Der dreiarmige Treiber C ist mittelst eines vierkantigen Loches auf das Mühleisen aufgepreßt und greifen seine Flügel c.c.c. in entsprechende Einschnitte $c_1, c_1, c_1$ der Glocke B, in denen sie zur freieren Bewegung des Steines hinreichenden Spielraum haben müssen. Die Glocke B wie der Treiber C sind beide von Gußeisen.

G. Diejenige Haue, mit der wir unsere Sammlung beschließen wollen, ist nach dem Princip des s. g. Compaß- oder Universalgelenkes construirt und in Fig. 137 (Taf. XIX) abgebildet. Sie besteht zunächst aus einer hohlen Halbkugel, oder Glocke C, welche die Stelle des Bügels vertritt und in diametral entgegengesetzter Richtung mit 2 runden, womöglich abgedreheten und vorstehenden Zapfen c.c. versehen ist. Diese Zapfen, auf denen der Läufer ruhet, schließen sich der Halbkugel mittelst eines Ansatzes d.d. an, der oben dachförmig abgeschrägt ist, um dem niederfallenden Mahlgute ein leichteres Abgleiten zu ermöglichen. In dem Läufer sind 2 gußeiserne Schuhe $c_1 c_1$ mit entsprechenden Höhlungen, in welche die Zapfen der Glocke C geläufig passen, befestigt. Die Brüstungen der Ansätze d.d. liegen gegen die Stirnfläche der Schuhe $c_1 c_1$ an und verhindern das Verschieben des Steines in der Längenrichtung der Achse der Zapfen cc, ohne seiner leichten Drehung um selbige hinderlich zu sein. Rechtwinklig gegen diese Achse der Zapfen c.c. hat die Halbkugel C in ihrem Umfange zwei runde Ausschnitte $b_1 b_1$, die als Lager für zwei andere am Treiber B befindliche Zapfen b.b. dienen. Dieser Treiber B liegt auf dem vierkantigen Kopfe des Mühleisens A und trägt demnach auf seinen Zapfen b.b. die Haue C und mittelst derselben den Läuferstein. Es ist aus der Zeichnung ersichtlich, wie sich der Stein auf diese Weise um die Achse der Zapfen bb wird drehen lassen und deßhalb, da er um zwei in ein und derselben Horizontalebene liegende, rechtwinklig sich schneidende Drehachsen frei beweglich ist, gegen diese Ebene alle mögliche Lagen ungehindert annehmen kann.

Digitized by Google

Bei'm Verleger dieſes ſind erſchienen und in allen Buchhandlungen zu haben:

**Zeitſchrift für Mechaniker, Maſchinenbauer,** Mühlenzeugarbeiter und Feuerſpritzenfabricanten. Herausgegeben von Dr. Carl Hartmann. I. Bd. (3 Rthlr. 2½ Sgr.) 1. Heft 13½ Sgr. 2. Heft 16¼ Sgr. 3. Heft 15 Sgr. 4. Heft 10 Sgr. 5. Heft 12½ Sgr. 6. Heft 25 Sgr. — II. Bd. (3 Rthlr. 5 Sgr.) 1. Heft 22½ Sgr. 2. Heft 13¾ Sgr. 3. Heft 11¼ Sgr. 4. Heft 13¾ Sgr. 5. Heft 20 Sgr. 6. Heft 13¾ Sgr. — III. Bd. (3 Rthl. 1. Heft 16¼ Sgr. 2. Heft 12½ Sgr. 3. Heft 15 Sgr. 4. Heft 15 Sgr. 5. Heft 17½ Sgr. 6. Heft 13¾ Sgr. — IV. Bd. (3 Rthl. 16½ Sgr.) 1. Heft 21¼ Sgr. 2. Heft 18¾ Sgr. 3 Heft 13¾ Sgr. 4. Heft 18¾ Sgr. 5. Heft 18¾ Sgr. 6. Heft 15 Sgr. — V. Band (3 Rthl. 1. Heft. 20 Sgr. 2. Heft 15 Sgr. 3. Heft 12½ Sgr. 4. Heft 16¼ Sgr. 5. Heft 13¾ Sgr. 6. Heft 12½ Sgr. Erſcheint in zwangloſen Heften und wird fortgeſetzt.

**Templeton, des Mühlen- und Maſchinen-**bauers hülfreicher Begleiter, enthaltend: die Decimalrechnung; Quadrat- und Cubikwurzeltafeln; wichtige Sätze aus der Geometrie; Oberflächen- und Körpermeſſung; Feſtigkeit der Materialien, wichtige Sätze aus der Mechanik; Waſſerräder, Pumpen, Dampfmaſchinen u. ſ. w.; Berechnung von Rund-, Quadrat- und Flacheiſen ꝛc. Nebſt einer Reihe von Tabellen über ſpecifiſche Gewichte, Dichtigkeiten, das Gewicht verſchieden geformter Metalle, Reductionen der Maße, Gewichte, Thermometerſcalen; über den Dampf und die Dampfmaſchinen; über Peripherie, Quadrate, Cuben- und Flächeninhalt der Kreiſe und einem Anhange mit Beiſpielen über die Leiſtungen verſchiedener Maſchinen. Nach der 9. von Maynard herausgegebenen Aufl. Deutſch bearbeitet von Carl Hartmann. Mit 3 lithograph. Querfoliotafeln. 8. Feſt geheftet 1 Rthl.

Dieſes ſeit 1845 in Deutſchland aus frühern viel unvollkommnern Auflagen ſchon rühmlich bekannte Büchlein zeichnet ſich dadurch

Digitized by Google

aus, daß es in jeder Beziehung höchst compendiös ist, nur einfache und von jedem Arbeiter, der die vier Species kennt, zu gebrauchende Regeln, Formeln und Tabellen enthält, und daher ein wirkliches Taschen- und Hülfsbuch ist. Der Umstand, daß das Original in England, dem Vaterland und Hauptsitz der Maschinenfabrication, neun starke Auflagen erlebt hat, spricht hinreichend für seine Brauchbarkeit, welche übrigens in der vorliegenden deutschen Uebersetzung noch um vieles vermehrt wurde. Diese enthält auch die vielen wesentlich neuen Capitel, Zusätze und Verbesserungen, welche in den letzten 4 englischen Originalausgaben noch hinzugekommen sind und welche in der Brünnrr Ausgabe von 1845, die auch nicht weniger als 1 Rthl. kostet, noch gänzlich fehlen.

**Hartmann, E. Dr., Beiträge zur neuesten Mühlenbaukunst in Abbildungen und Beschreibungen zweckmäßiger, neuerfundener Maschinen und Vorrichtungen aus dem Gesammtgebiete des Mühlenwesens. 1. u. 2. Lieferung, mit 21 lithogr. Planotafeln. Zweite um 2 Bogen u. 1 Tafel, mit Beschreibung neuer englisch-amerikanischer Mahl- und einer neuen Schneid- und Sägemühle vermehrte wohlfeilere Ausgabe in e. Groß-Folio-Band. Früherer Ladenpreis 4 Rthl. 15 Sgr., jetzt herabgesetzt auf 1 Rthl. 10 Sgr.**

Dieses, von der populären Bauzeitung sehr gelobte Werk, welches auch noch eine dritte und vierte Lieferung hat*), schließt sich als Supplement an alle früher erschienenen Mühlenbauwerke, namentlich an die vortreffliche Weinholz'sche Mühlenbaukunst, sowie an Hartmann's Angaben und Pläne englisch-amerikanischer Mühlen an, indem es die neuesten, zweckmäßigsten Vorrichtungen und Maschinen aus dem gesammten Mühlenwesen in guten Werkzeichnungen und genauen Beschreibungen enthält. Diese neue Ausgabe ist mit Beschreibung und Abbildung ganz neuer und höchst zweckmäßiger englisch-american. Mahl- und einer Schneidemühle bereichert, die man in keinem andern deutschen Werke findet.

*) Von diesen zwei letzten Lieferungen sind nur noch wenige Exemplare vorräthig und können nur zum Ladenpreis (jede Lieferung 2 Rthl. 15 Sgr.) gegeben werden.

Digitized by Google

# II.

e und einer

Ausflußme

| ℔ m ä n d u | | Mittlere Druckhöhe. | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| uß□ | 3 □ßFu | | ¼ □Fuß | ½ □Fuß | ¾ □F | F |
| 981 | 15,252 | 1 Fuß | 1,988 | 3,977 | 5,96 | ,82 |
| 631 | 17,052 | 1¼ = | 2,223 | 4,446 | 6,66 | ,34 |
| 123 | 18,680 | 1½ = | 2,435 | 4,871 | 7,30 | 53 |
| 500 | 20,177 | 1¾ = | 2,630 | 5,261 | 7,89 | ,45 |
| 772 | 21,570 | 2 = | 2,812 | 5,624 | 8,43 | ,18 |
| 912 | 22,878 | 2¼ = | 2,983 | 5,965 | 8,94 | ,74 |
| 105 | 24,115 | 2½ = | 3,144 | 6,288 | 9,43 | ,16 |
| 185 | 25,293 | 2¾ = | 3,297 | 6,595 | 9,89 | ,46 |
| 216 | 26,417 | 3 = | 3,444 | 6,888 | 10,33 | ,66 |
| 204 | 27,500 | 3¼ = | 3,585 | 7,169 | 10,75 | ,77 |
| 156 | 28,534 | 3½ = | 3,720 | 7,440 | 11,16 | ,80 |
| 074 | 39,535 | 3¾ = | 3,850 | 7,700 | 11,55 | ,76 |
| 962 | 30,504 | 4 = | 3,977 | 7,954 | 11,93 | ,65 |
| 823 | 31,443 | 4¼ = | 4,099 | 8,199 | 12,29 | ,49 |
| 659 | 32,355 | 4½ = | 4,218 | 8,436 | 12,65 | ,27 |
| 470 | 33,240 | 4¾ = | 4,334 | 8,667 | 13,00 | ,00 |
| 262 | 34,104 | 5 = | 4,446 | 8,893 | 13 33 | ,70 |
| 035 | 34,947 | 5¼ = | 4,556 | 9,112 | 13 66 | ,34 |
| 788 | 35,770 | 5½ = | 4,663 | 9,327 | 13 99 | ,95 |
| 525 | 36,573 | 5¾ = | 4,768 | 9,536 | 14,30 | ,52 |
| 246 | 37,360 | 6 = | 4,871 | 9,742 | 14,61 | ,00 |

Digitized by Google

ammengezogenen Strahle.

| ıß | 4 □Fuß | 4¼ □Fuß | 4½ □Fuß | 4¾ □Fuß | 5 □Fuß |
|---|---|---|---|---|---|
| 7 | 31,816 | 33,805 | 35,793 | 37,782 | 39,770 |
| 3 | 35,571 | 37,794 | 40,018 | 42,241 | 44,464 |
| | 38,966 | 41,402 | 43,837 | 46,273 | 48,708 |
| 7 | 42,088 | 44,718 | 47,349 | 49,980 | 52,610 |
| 2 | 44,994 | 47,806 | 50,618 | 53,431 | 56,242 |
| | 47,724 | 50,707 | 53,690 | 56,672 | 59 654 |
| 2 | 50,306 | 53,500 | 56 594 | 59,738 | 62,882 |
| 3 | 52,761 | 56,058 | 59,356 | 62,653 | 65,950 |
| 3 | 55,107 | 58,551 | 61,995 | 65,439 | 68,884 |
| 2 | 57,357 | 60,942 | 64,526 | 68,111 | 71,696 |
| ) | 59,522 | 63,242 | 66,963 | 70,683 | 74,402 |
| ) | 61,611 | 65,462 | 69,313 | 73,163 | 77,014 |
| ) | 63,632 | 67,609 | 71,586 | 75,563 | 79,540 |
| | 65,590 | 69,690 | 73,789 | 77,888 | 81,988 |
| 4 | 67,492 | 71,710 | 75,928 | 80,147 | 84,364 |
| ) | 69,341 | 73,675 | 78,000 | 82,343 | 86,676 |
| ) | 71,142 | 75,589 | 80,035 | 84,484 | 88,928 |
| 4 | 72,900 | 77,456 | 82'000 | 86,569 | 91,124 |
| 2 | 74,614 | 79,279 | 83,942 | 88,605 | 93,269 |
| 4 | 76,292 | 81,000 | 85,829 | 90,597 | 95,365 |
| ) | 77,933 | 82,803 | 87,674 | 92,545 | 97,416 |

Digitized by Google

Zu Seite 60.

Digitized by Google

Digitized by Google

0 6 0 0 4 8 8 0 2 0 3 6 3

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google